

PREVISÃO COMPUTACIONAL DE VOO PARA MINIFOGUETES PET, APLICADA AO REFLORESTAMENTO



10.56238/edimpacto2025.005-008

Christian Pedro Guirlanda

Universidade Federal de São João Del Rey, Departamento de Engenharia Química, Campus Ouro Branco
LATTES: <http://lattes.cnpq.br/6800107712115887>
ORCID : <https://orcid.org/0000-0002-7909-6951>
E-mail: cpguirlanda@gmail.com

Pedro Calistro Pescatori Dutra

Universidade Federal de São João Del Rey, Departamento de Engenharia Química, Campus Ouro Branco
LATTES: [vhttp://lattes.cnpq.br/0063417636531775](http://lattes.cnpq.br/0063417636531775)
ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-7759-1631>
E-mail: pedrocalistropd@gmail.com

Paulo Tibúrcio Pereira

Universidade Federal de São João Del Rey, Departamento de Engenharia Química, Campus Ouro Branco
LATTES: <http://lattes.cnpq.br/9589927393728395>
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2344-5777>
E-mail: paulotiburcio@ufsj.edu.br

Gabriela Luiza Almeida Silva

Universidade Federal de São João Del Rey, Departamento de Engenharia Química, Campus Ouro Branco
LATTES: <http://lattes.cnpq.br/6594736090145487>
ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-6834-6887>
E-mail: gabi-lsilva@hotmail.com

Gabriela Ribeiro dos Anjos

Universidade Federal de São João Del Rey, Departamento de Engenharia Química, Campus Ouro Branco
LATTES: <https://lattes.cnpq.br/1931654776334838>
ORCID: <https://ORCiD: 0009-0006-7063-8431>
E-mail: gabrielaribeiro@yahoo.com



Juan Canellas Bosch Neto

Universidade Federal de São João Del Rey, Departamento de Engenharia Química, Campus Ouro Branco

LATTES: <http://lattes.cnpq.br/0529973259046894>

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2719-7689>

E-mail: jboschbr@ufs.edu.br

RESUMO

Este trabalho refere-se modelagem e simulação computacional de minifoguetes PET com propulsão ar e água e tem como foco o desenvolvimento de um programa computacional para previsão de voo de minifoguetes com propulsão a água e ar. Os objetivos específicos deste trabalho foram: projeto e construção de um túnel de vento; obtenção experimental dos coeficientes de arrasto dos minifoguetes em um túnel de vento; construção de bases de lançamento para minifoguetes para a validação do programa computacional de previsão de voo; projetos de minifoguetes e desenvolvimento de um programa computacional para previsão de voo de minifoguetes. A metodologia foi iniciada com o projeto e montagem de um túnel de vento para a determinação do coeficiente de arrasto dos minifoguetes. Uma base lançadora de minifoguetes com propulsão à água e ar foi desenvolvida, construída e utilizada. Os valores dos empuxos de vários minifoguetes foram determinados experimentalmente em uma bancada mantendo o minifoguete fixo. Foram realizadas as análises de imagens e de vídeo no teste de bancada com a determinação da vazão de água na saída do bocal do foguete e determinação do perfil de empuxo dos minifoguetes (PET 2 litros). A modelagem e simulação da previsão de voo foram desenvolvidas a partir de dois sistemas de equações diferenciais, baseados nas equações de conservação de massa e momento, que foram resolvidos pelo método numérico de Runge Kutta. Foi necessário resolver dois sistemas de equações diferenciais não lineares, um para a Fase de Propulsão e outro para o lançamento obliquo. O programa computacional possui entrada de dados definida pelo usuário e que geram as diversas saídas em formato matricial ou no formato de figuras. A simulação da previsão de voo do minifoguete resultou em figuras que contém os parâmetros de voo mais importantes. Os resultados do programa computacional foram validados através dos lançamentos em campo dos minifoguetes e constatou-se que é uma ferramenta importante para o projeto de minifoguetes destinados ao reflorestamento de áreas degradadas.

Palavras-chave: Minifoguetes. Túnel de vento. Programa de previsão de voo. Reflorestamento.

1 INTRODUÇÃO

A restauração ecológica de áreas degradadas é um desafio global urgente, enfrenta múltiplos obstáculos que demandam soluções inovadoras. A fragmentação de habitats, a escassez de recursos e a complexidade dos processos de degradação são apenas alguns dos desafios a serem superados [¹].

Relatórios apontaram que aproximadamente um terço das terras aráveis do planeta já estão degradadas, indicando a necessidade urgente de recuperar ou remediar os danos causados por práticas agrícolas inadequadas e outros fatores [²].

O uso de foguetes para fins de restauração ecológica apresenta desafios únicos. A precisão na deposição das sementes, a seleção das espécies mais adequadas a cada ambiente e a avaliação dos impactos ambientais a longo prazo são questões que exigem pesquisas aprofundadas. Além disso, os custos associados ao desenvolvimento e à operação de sistemas de lançamento de sementes podem ser elevados, limitando sua aplicação em larga escala.

O uso de foguetes na agricultura e na área ambiental, embora ainda em desenvolvimento, abre um leque de possibilidades inovadoras para o manejo de recursos naturais e a preservação ambiental. Essa tecnologia, tradicionalmente associada à exploração espacial, apresenta potencial para otimizar práticas agrícolas, monitorar o meio ambiente e combater desafios como o desmatamento e a desertificação conforme Figura 1.1.

Figura 1.1 – Aplicação de foguetes na agricultura e meio ambiente



Fonte: os autores

Os objetivos específicos deste trabalho foram: projeto e construção de um túnel de vento; obtenção experimental dos coeficientes de arrasto dos minifoguetes em um túnel de vento; construção de bases de lançamento para minifoguetes para a validação do programa computacional de previsão



de voo; projeto dos minifoguetes e o desenvolvimento de um programa computacional para previsão de voo de minifoguetes.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A semeadura aérea é uma técnica para transmissão direta de sementes pelo uso de veículos aéreos, como drones, avião ou helicóptero [³]. O método de lançamento escolhido para lançar as sementes (áereo, manual ou mecanizado) influencia nos custos, com métodos por aviões geralmente mais caros.

A técnica de semeadura aérea para reflorestamento tem sido empregada desde a década de 1950 [⁴]. Em países industrializados, a semeadura aérea já é considerada uma técnica prática de reflorestamento com considerável sucesso relatado nos Estados Unidos da América (EUA), Canadá, Austrália, Rússia, Índia e Nova Zelândia [⁵].

Uma abordagem promissora para acelerar o reflorestamento de áreas degradadas é o lançamento de sementes por foguetes. Essa técnica, ainda em desenvolvimento, oferece a possibilidade de alcançar áreas de difícil acesso, como encostas íngremes e regiões remotas, facilitando a dispersão de sementes de espécies nativas e a restauração da cobertura vegetal.

As aplicações ecológicas de foguetes foram propostas [⁶], visando recompor áreas degradadas no bioma caatinga do Brasil. Foguetes fabricados com plástico biodegradável de fécula de mandioca demonstram o potencial do lançamento de sementes por foguetes para restaurar áreas degradadas em diferentes biomas. No entanto, é fundamental que essa tecnologia seja desenvolvida de forma sustentável e integrada a outras práticas de restauração ecológica.

Uma alternativa com melhor custo podem ser os Foguetes PET à água, também conhecidos como foguetes de garrafa PET, foram idealizados a partir da ideia do engenheiro e físico norte-americano Robert Goddard [^{7,8}]. Os Foguetes PET são uma ferramenta pedagógica, funcional e sustentável que combina princípios científicos com criatividade e engenhosidade [⁶]. Construídos com materiais simples e lançados utilizando apenas água, esses foguetes proporcionam uma experiência prática e envolvente para alunos de todas as idades, despertando a curiosidade sobre conceitos como propulsão, aerodinâmica e física.

O princípio fundamental por trás do voo de um foguete PET à água é a terceira lei de Newton, que afirma que para toda ação, há uma reação igual e oposta. A força exercida pela água pressurizada sobre a garrafa gera uma força de reação de igual intensidade, mas em sentido oposto, que impulsiona a garrafa para cima. Essa interação entre a ação da água sobre a garrafa e a reação da garrafa sobre a água é um exemplo clássico da terceira lei de Newton [^{9,10}].

Além da terceira lei de Newton outras diversas grandezas relacionadas a aerodinâmica influenciam o voo de um foguete PET, áreas do conhecimento como Ciências aeroespaciais, Física,

Matemática e Química estão relacionadas a funcionalidade e no comportamento de voo do foguete assim como o projeto da estrutura, que se divide em coifa, corpo e aletas [11]. O formato aerodinâmico da garrafa PET, com sua base cônica e bico estreito, contribui para a estabilidade e o alcance do foguete. O ar flui mais facilmente sobre a superfície curva da garrafa, criando uma área de baixa pressão na parte superior, enquanto a alta pressão na parte inferior impulsiona o foguete para cima [12].

A utilização de simulações computacionais para pesquisa e ensino proporciona aos estudantes e pesquisadores uma experiência interativa e dinâmica de conhecimento [13]. Ao manipular variáveis e coletar dados em ambientes virtuais, a construção do conhecimento sobre os fenômenos físicos, desenvolve habilidades essenciais como a análise de dados e a resolução de problemas. Essa abordagem de caráter pedagógico, explora o potencial das tecnologias digitais, tem se mostrado eficaz em tornar o conhecimento das ciências físicas mais engajador e significativo [14, 15].

A complexidade dos fenômenos envolvidos nos lançamentos espaciais exige o uso de equações diferenciais para descrever com precisão as variáveis relevantes e prever o comportamento do sistema [16]. Elas permitem modelar e analisar o comportamento de sistemas dinâmicos, como descrever matematicamente as forças que atuam sobre um foguete durante o lançamento, como a força de empuxo, a força gravitacional, a resistência do ar e a força centrípeta. Alguns parâmetros do foguete, como massa, velocidade e altitude, variam continuamente durante o lançamento. As equações diferenciais permitem modelar essas variações ao longo do tempo, otimizar trajetórias ideais para o foguete, maximizando a carga útil ou minimizando o consumo de combustível, analisar a estabilidade do voo do foguete, garantindo que ele não entre em rotação ou oscile de forma descontrolada.

Os sistemas equações diferenciais para a modelagem do lançamento de minifoguetes são baseadas nas equações de conservação de massa e momento, exemplificadas nas equações diferenciais não lineares 2.1 a 2.3, gerando um sistema de equações diferenciais, que pode ser resolvido pelo método numérico de Runge-Kutta.

Um balanço de conservação de momento pode ser realizado na modelagem de previsão de voo do minifoguete considerando as forças atuantes no sistema: gravitacional e força de arrasto não linear (Equações 1, 2 e 3). Um sistema de equações diferenciais não lineares pode ser montado para etapa de propulsão do minifoguete. As Equações diferenciais 2 e 3 são relativas à conservação de momento em y e em x , considerando a força gravitacional e as forças de arrasto atuantes no minifoguete [17].



$$\Sigma \vec{F}_{saem} - \Sigma \vec{F}_{entram} + \Sigma \vec{F}_{acúmulo} = \Sigma \vec{F}_{externas} \quad (1)$$

$$-\dot{m} \cdot v_y \cdot \cos(\theta) - 0 + \frac{d(m \cdot v_y)}{dt} = 0 \quad -$$

$$0.5 \cdot Cd \cdot \rho \quad (2)$$

$$-\dot{m} \cdot v_x \cdot \sin(\theta) - 0 + \frac{d(m \cdot v_x)}{dt} = 0 \quad -$$

$$0.5 \cdot Cd \cdot \rho \cdot A \cdot v_x^2 \quad (3)$$

Onde (v_y) é a velocidade na direção do eixo y, onde (v_x) é a velocidade na direção do eixo x, ângulo de lançamento(θ), coeficiente de arrasto(Cd), área transversal do minifoguete(A), massa do minifoguete(m), densidade do ar (ρ), aceleração gravitacional(g) e vazão de água na saída do bocal do minifoguete(\dot{m}).

Na literatura é abordado em diversos trabalhos [16], a resolução destas equações por métodos algébricos, utilizando simplificações como: equação da força de arrasto linearizada, sistema de massa constante e um menor número de variáveis dinâmicas, gerando resultados mais imprecisos e com um menor número de parâmetros do voo.

O diferencial deste trabalho em relação aos encontrados na literatura é que neste abordou-se a modelagem dinâmica para a previsão de voo [17], utilizando dois sistemas de equações não lineares com vinte e duas variáveis dinâmicas, um sistema para a etapa de propulsão e outro para o lançamento oblíquo. As equações de conservação foram resolvidas pelo método de Runge-Kutta, encontrando resultados para vários parâmetros do voo do minifoguete.

3 METODOLOGIA

3.1 MATERIAIS

3.1.1 Dinamômetro

O medidor de forças de tração e compressão AMF 5, mede até 5 N, com precisão 0,01 N foi utilizado para previsão das forças de arrasto do minifoguetes e posterior determinação do coeficiente de arrasto.

3.1.2 Máquina de fumaça

O aparelho gerador de fumaça possui uma mini bomba de vácuo que produz pressão de 0,9 bar e vazão de 13 litros por minuto, gabinete de aço com pés de borracha e alça, mangueira longa de silicone com 2m e bico cônico de saída de fumaça com diâmetros de 6 a 15 mm e furo com diâmetro de 4 mm. A máquina de fumaça teve a finalidade de visualização do escoamento do ar sobre a superfície dos minifoguetes.

3.1.3 Túnel de vento

O túnel de vento foi projetado, montado e construído visando a determinação dos coeficientes de arrasto dos minifoguetes e visualização do perfil de escoamento.

3.1.4 Anemômetro

Com o anemômetro CB-8909 foi realizado a medição da velocidade do ar no túnel de vento. A sonda do anemômetro possui regulagem de altura até 40 cm de comprimento, permitindo ao usuário posicionar o instrumento no local desejado, a fim de obter medições de velocidade do ar em diversos pontos no túnel de vento.

3.1.5 Base lançadora de minifoguetes, propulsão à água e ar.

A base lançadora de minifoguetes foi projetada e construída em aço inox, contém um gatilho para soltura do foguete a uma determinada pressão, foi utilizada para realizar diversos lançamento experimentais de minifoguetes

3.2 METODOLOGIA

3.2.1 Construção do túnel de vento

O túnel de vento foi projetado, montado e construído pelo grupo de pesquisa, com apoio da FAPEMIG e está disponível para uso no Laboratório de Engenharias Integradas, do CAP-UFSJ , conforme mostrado nas Figuras 3.1 e 3.2.

Figura 3.1 – Túnel de vento em processo de montagem



Fonte: os autores

Figura 3.7 – Túnel de vento montado



Fonte: os autores

A estrutura do túnel de vento foi montada pelo grupo de pesquisa e tem um perfil de alumínio adequado para operações e movimentações em laboratórios de pesquisa. O túnel de vento tem uma entrada de ar com estruturas colmeias para redução de turbulência e transformação do fluxo de ar para o regime laminar. Dimensões: janela de visualização, área seccional de 400mmx400mm e comprimento de 400 mm, seguido de área de sucção com ventilador. O ventilador industrial tem uma potência de $\frac{3}{4}$ Hp com diâmetro de 60 cm, acoplado na saída do túnel. Na parte superior da janela de visualização, tem-se pontos de amostragem para medições da velocidade do ar, através da inserção de um anemômetro de fio quente e pontos para amostragem da força de arrasto através de um dinamômetro.

3.2.2 Ensaios para determinação do coeficiente de arrasto dos minifoguetes

Iniciou-se o projeto com os ensaios para a determinação do coeficiente de arrasto dos minifoguetes no túnel de vento.

A Equação 4 relaciona a força de arrasto com o coeficiente de arrasto, área transversal de escoamento, velocidade de escoamento do ar no túnel de vento, foi possível calcular os coeficiente de arrasto dos minifoguetes.

$$F_d = 0.5 \cdot C_d \cdot \rho \cdot A \cdot v^2 \quad (4)$$

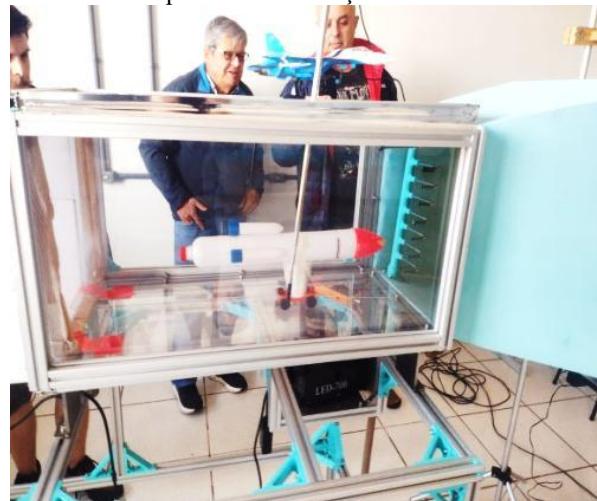
Onde: (F_d) é a força de arrasto [N], C_d o coeficiente de arrasto [-], (ρ)densidade do ar [kg/m^3], (A) área de escoamento transversal [m^2] e v a velocidade do ar [m/s].

O ventilador industrial acoplado ao túnel de vento possui um sistema de ajuste de rotação que permitiu fixar a velocidade de ar para 10 m/s, com o auxílio de um anemômetro. Foi realizada uma montagem para as medições no túnel de vento que continha um carrinho e uma linha de *nylon* acoplada a um dinamômetro. As forças de arrasto dos minifoguetes foram obtidas pela diferença de

forças lidas entre o minifoguete com o carrinho e apenas com o carrinho. Foram calculadas as áreas transversais dos minifoguetes e determinada a densidade do ar nas condições atmosféricas do ensaio.

Na Figura 3.3 tem-se a foto de um ensaio para a determinação dos coeficientes de arrasto no laboratório do grupo de pesquisa.

Figura 3.3 - Ensaios para a determinação dos coeficientes de arrasto



Fonte: os autores

A partir dos resultados dos ensaios experimentais do item 3.2.2 e através Equação (4) foi possível determinar os coeficientes de arrasto (C_d) para cada minifoguete,

3.2.3 Construção de bases lançadoras de minifoguetes

Duas bases lançadoras de minifoguetes com propulsão à água e ar foram desenvolvidas e construídas. As bases contém um gatilho para soltura a uma determinada pressão, conforme mostrado na Figura 3.4.

Figura 3.4. A base lançadora de minifoguetes com propulsão à água e ar



Fonte: os autores

Com a base de lançamento construída pode-se realizar os lançamentos experimentais dos foguetes biodegradáveis para validação do programa de previsão de voo.

O material utilizado nos minifoguetes foi de polietileno (PET). O material biodegradável para os minifoguetes está em fase de testes e possivelmente serão confeccionados em (PLA), que é um polímero biodegradável e serão moldados em uma impressora 3d.

3.2.4 Determinação do empuxo dos minifoguetes

Os empuxos dos minifoguetes foram determinados através de ensaios experimentais em uma bancada mantendo os foguetes fixos. Foi inserido um conteúdo de trinta por cento de água no minifoguete (PET), valor ótimo para a propulsão. Anotou-se o valor da pressão de soltura. A partir da análise de imagens em *software* de edição de vídeo foi possível delinear o perfil de vazão de água na saída do bocal com o passar do tempo.

Os empuxos dos minifoguetes foram determinados pelas Equações 5 e 6 provenientes das equações de conservação de massa e momento.

$$E = \dot{m} \cdot v \quad (5)$$

$$v = \dot{m} / (\rho \cdot A) \quad (6)$$

Onde: E é o empuxo do minifoguete [N], \dot{m} a vazão mássica de água na saída do bocal [kg/s], v velocidade de saída no bocal do foguete [m/s], A área de escoamento transversal do bocal de saída do foguete [m^3] e ρ a densidade da água [kg/m^3].

A Figura 3.6 mostra montagem para a determinação do empuxo

Figura 3.6 – Montagem para a determinação do empuxo



3.2.5 Desenvolvimento do programa computacional para previsão de voo

A modelagem e simulação da previsão de voo foram realizadas mediante o desenvolvimento de dois sistemas de equações diferenciais baseados nas equações de conservação de massa e



momento, que foram resolvidos pelo método numérico de Runge Kutta quarta ordem utilizando software *OCTAVE GNU*. Foram utilizados os valores dos empuxos dos minifoguetes, determinados no item 3.2.4. Pela análise dos resultados dos ensaios experimentais, considerou-se que o empuxo é gerado pela expulsão da água do sistema, já que a massa de ar do sistema é insignificante em relação à massa de água, que é ejetada do sistema e que gera a força de reação responsável pela propulsão do sistema. Após o curto período de propulsão (Fase 1), o minifoguete passa para a (Fase 2), equivalente a um lançamento obliquo. Dessa forma foi necessário desenvolver dois sistemas de equações diferenciais não lineares uma para cada fase. Os dois sistemas de equações diferenciais foram resolvidos em série.

3.2.5.1 Equacionamento do sistema

3.2.5.1.1 Fase 1 – Propulsão

Um balanço de conservação de momento (Equação 7), foi utilizado para a montagem do sistema de equações diferenciais não lineares para a Fase 1. As duas primeiras equações diferenciais para a propulsão, Fase 1, são relativas a conservação de momento em x e em y (Equações 8 e 9), considerando a força gravitacional e as forças de arrasto.

$$\Sigma \vec{F}_{entram} - \Sigma \vec{F}_{saem} + \Sigma \vec{F}_{acumulo} = \Sigma \vec{F}_{externas} \quad (7)$$

$$0 - (-E \cdot \cos(\theta)) + \frac{d(m \cdot v_y)}{dt} = -m \cdot g - 0.5 \cdot Cd \cdot \rho \cdot A \cdot v_y^2 \quad (8)$$

$$0 - (-E \cdot \sin(\theta)) + \frac{d(m \cdot v_x)}{dt} = 0 - 0.5 \cdot Cd \cdot \rho \cdot A \cdot v_x^2 \quad (9)$$

As variáveis dinâmicas escolhidas para a montagem do sistema de equação diferenciais foram: velocidade em y (v_y), velocidade em x (v_x), deslocamento em y (Y), deslocamento em x (X), ângulo de lançamento (θ), coeficiente de arrasto (Cd), área transversal do minifoguete (A), tempo de propulsão (Temprop), massa do minifoguete (m), densidade do ar (ρ), massa do foguete (m), empuxo (E) e vazão (\dot{m}).

$$\frac{dy}{dt} = v_y \quad (10)$$

$$\frac{dx}{dt} = v_x \quad (11)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = 0 \quad (12)$$



$$\frac{dCd}{dt} = 0 \quad (13)$$

$$\frac{dA}{dt} = 0 \quad (14)$$

$$\frac{dT\text{emprop}}{dt} = 0 \quad (15)$$

$$\frac{dm}{dt} = -\dot{m} \quad (16)$$

$$\frac{d\dot{m}}{dt} = 0 \quad (17)$$

$$\frac{dE}{dt} = 0 \quad (18)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = 0 \quad (19)$$

O sistema de equações diferenciais não lineares da Fase 1 teve ao todo doze variáveis dinâmicas consideradas, as Equações 8 a 19 com as respectivas condições iniciais foram resolvidas pelo método numérico de Runge Kutta quarta ordem. Foi utilizado o valor do empuxo do minifoguete, determinados no item 3.2.4, coeficientes de arrasto determinados no item 3.2.2 e as condições iniciais necessárias para cada equação diferencial. Na Figura 3.7 tem-se a subrotina FUNCTION da Fase 1 propulsão, que é chamada pelo programa principal.

FIGURA 3.7 - FUNCTION da Fase 1 propulsão, que é chamada pelo programa principal.

```
function f=propulsao(t,Y)
% Vy Vx y x angulo Cd Areapet Tempopropulsao massa Vazao Empuxo Densar
% Y(1) Y(2) Y(3) Y(4) Y(5) Y(6) Y(7) Y(8) Y(9) Y(10) Y(11) Y(12)
```

```
g=9.81;
```

```
% Sistema de EDos propulsão
f(1,1)=-g+((sind(Y(5))*Y(11))/Y(9))-(Y(1)/Y(9))*Y(10)-(0.5*Y(6)*Y(12)*Y(7)*(Y(1)^2))/Y(9);
f(2,1)= ((cosd(Y(5))*Y(11))/Y(9))-(Y(2)/Y(9))*Y(10)-(0.5*Y(6)*Y(12)*Y(7)*(Y(2)^2))/Y(9);
f(3,1)=Y(1);
f(4,1)=Y(2);
f(5,1)=0;
f(6,1)=0;
f(7,1)=0;
f(8,1)=0;
f(9,1)=-Y(10);
f(10,1)=0;
f(11,1)=0;
f(12,1)=0;
% [tempo1,s]=ode45('propulsao',[0 tempoprop],[0 0 0 angulo cd areapet tempoprop massatotal vazao E densar])
```

Fonte: os autores

3.2.5.1.2 Fase 2 - Lançamento oblíquo

Para o lançamento oblíquo (Fase 2) foram utilizadas equações diferenciais não lineares, similares às da Fase 1, mas sem a força de empuxo. As duas primeiras equações diferenciais para a



Fase 2 são relativas a conservação de momento em x e em y (Equações 20 e 21), considerando a força gravitacional e as forças de arrasto.

$$\frac{d(m \cdot v_y)}{dt} = -mg - 0.5 \cdot Cd \cdot \rho \cdot A \cdot v_y^2 \quad (20)$$

$$\frac{d(m \cdot v_x)}{dt} = -0.5 \cdot Cd \cdot \rho \cdot A \cdot v_x^2 \quad (21)$$

As variáveis dinâmicas escolhidas para a montagem do sistema de Equações diferenciais foram: velocidade em y (v_y), velocidade em x (v_x), deslocamento em y (Y), deslocamento em x (X), ângulo de lançamento (θ), coeficiente de arrasto (Cd), área transversal do minifoguete (A), tempo de voo obliqua na Fase 2 (tempodevooobliquo), massa do minifoguete (m) e densidade do ar (ρ).

$$\frac{dy}{dt} = v_y \quad (22)$$

$$\frac{dx}{dt} = v_x \quad (23)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = 0 \quad (24)$$

$$\frac{dCd}{dt} = 0 \quad (25)$$

$$\frac{dA}{dt} = 0 \quad (26)$$

$$\frac{dTTempovooobliquo}{dt} = 0 \quad (27)$$

$$\frac{dm}{dt} = 0 \quad (28)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = 0 \quad (29)$$

O sistema de equações diferenciais não lineares da Fase 2 teve ao todo dez variáveis dinâmicas consideradas, Equações 20 a 29, com as respectivas condições iniciais e que foi resolvido pelo método numérico de Runge Kutta quarta ordem. Na Figura 3.8 tem-se a subrotina *FUNCTION* da Fase 2, lançamento obliqua, que é chamada pelo programa principal.



FIGURA 3.8 - FUNCTION da Fase 2 , lançamento oblíquo.

```
function f=obliqu(t,Y)
% Vy Vx y x angulo Cd Areapet Tempo max m densar
% Y(1) Y(2) Y(3) Y(4) Y(5) Y(6) Y(7) Y(8) Y(9) Y(10)

g=9.81;
f(1,1)=-g*((0.5*Y(6)*Y(10)*Y(7)*(Y(1)^2))/Y(9));
f(2,1)=(-0.5*Y(6)*Y(10)*Y(7)*(Y(2)^2))/Y(9);
f(3,1)=Y(1);
f(4,1)=Y(2);
f(5,1)=0;
f(6,1)=0;
f(7,1)=0;
f(8,1)=0;
f(9,1)=0;
f(10,1)=0;

% [tempo,s2]=ode45('obliqu',[tempoprop tob],[s(u1,1) s(u1,2) s(u1,3) s(u1,4) angulo cd areapet tempoprop (massa+semente) densar]
```

Fonte: os autores

Com as duas sub-rotinas prontas foi confeccionado o programa principal que une em série a Fase 1 e 2 (propulsão e lançamento oblíquo). O programa computacional possui entrada de dados definidas pelo usuário e que geram as diversas saídas em formato matricial ou no formato de figuras. O programa foi utilizado para previsão de diversos lançamentos com cargas e com diferentes ângulos de lançamentos.

As entradas do programa computacional são solicitadas conforme Figura 3.9

FIGURA 3.9 – Entradas do programa computacional

```
pressao=input('Entre com a Pressão de lançamento em PSI, sugestão de 60 a 140 psi: ')
massa=input('Entre com Massa do Foguete vazio (kg)')
angulo=input('Angulo de lançamento (graus) de 10 a 90 graus: ')
liquido=input('Massa de água no foguete(kg): ')
semente=input('Massa de sementes (kg): ')
cd=input('Entre com o Cd do foguete: ')
areapet=input('Entre com a área transversal do PET : ')
densar=input('Entre com a densidade do ar (kg/m3): ')
```

Fonte: os autores

A validação foi realizada comparando os dados da simulação computacional com os dados dos lançamentos reais experimentais, realizados com a base de lançamento e os minifoguetes.

4 RESULTADOS

4.1 RESULTADOS PARA OS COEFICIENTES DE ARRASTO PARA OS MINIFOGUETES

Os resultados para os coeficientes de arrasto para os minifoguetes foram obtidos conforme metodologia descrita no item 3.2.2. A Tabela 1 mostra os valores dos coeficientes de arrasto dos minifoguetes para diferentes configurações de projeto.

Tabela 1 - Valores dos coeficientes de arrasto dos minifoguetes para diferentes configurações.

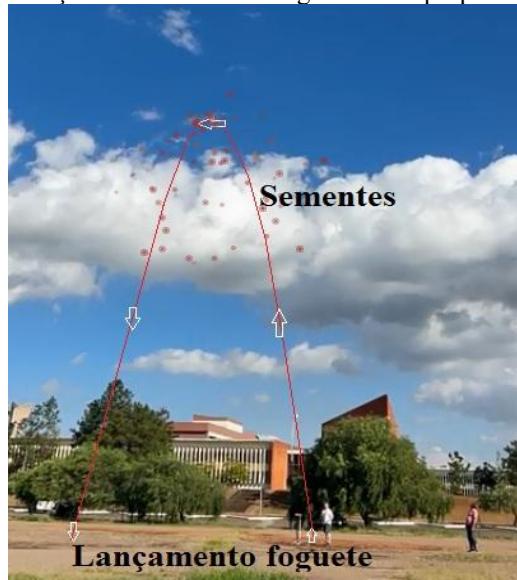
Minifoguete (tipo)	Coeficiente de arrasto (Cd)	Erro na medição
Minifoguete 1	0,13	+/- 0,01
Minifoguete 2	0,28	+/- 0,01
Minifoguete 3	0,20	+/- 0,01
Minifoguete 4	0,38	+/- 0,01
Minifoguete 5	0,51	+/- 0,01

Foi observado uma diferença significativa nos valores dos coeficientes de arrasto, isso porque os minifoguetes possuem configurações de projeto bem diferentes, impactando no perfil aerodinâmico e na resposta do coeficiente de arrasto.

4.2 ENSAIOS COM A BASE DE LANÇAMENTO

A Figura 3.5 mostra o lançamento de um minifoguetes com propulsão à água e ar -utilizando a base de lançamento para a validação do programa computacional de previsão de vôo e análise dos projetos dos foguetes. Foram anotados pressão de lançamento e alcance máximo para os minifoguetes com propulsores de PET 2 litros e comparados com os resultados do programa computacional de previsão de voo.

Figura 3.5 - Lançamento de um minifoguetes com propulsão à água e ar

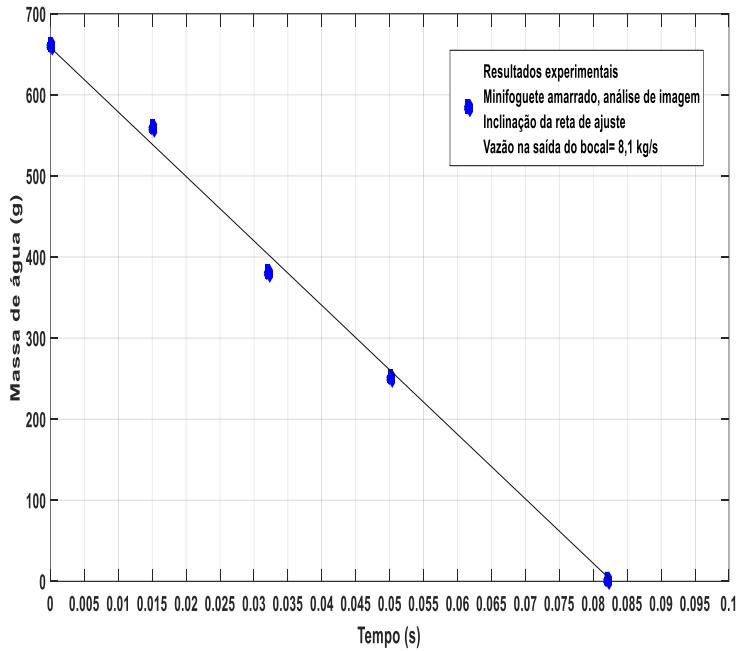


Fonte: os autores

4.3 RESULTADOS PARA O EMPUXO DOS MINIFOGETES

O empuxo dos minifoguetes foram obtidos conforme a metodologia descrita no item 3.2.3. A Figura 4.1 mostra o perfil de empuxo de um minifoguete obtido experimentalmente para uma pressão de lançamento de 70 Psi.

Figura 4.1 - Perfil de empuxo de um minifoguete obtido experimentalmente.



Observa-se na Figura 4.1 que a vazão na saída dos bocais dos minifoguetes movidos a água e ar tem um valor constante de 8,1 kg/s, consequentemente o empuxo é constante e é gerado pela expulsão da água do sistema, surgindo uma força reacional, de acordo com a terceira lei de Newton. O empuxo deste minifoguete foi calculado pelas Equações 3.2 e 3.3 e resultou em um valor de 145 Newtons.

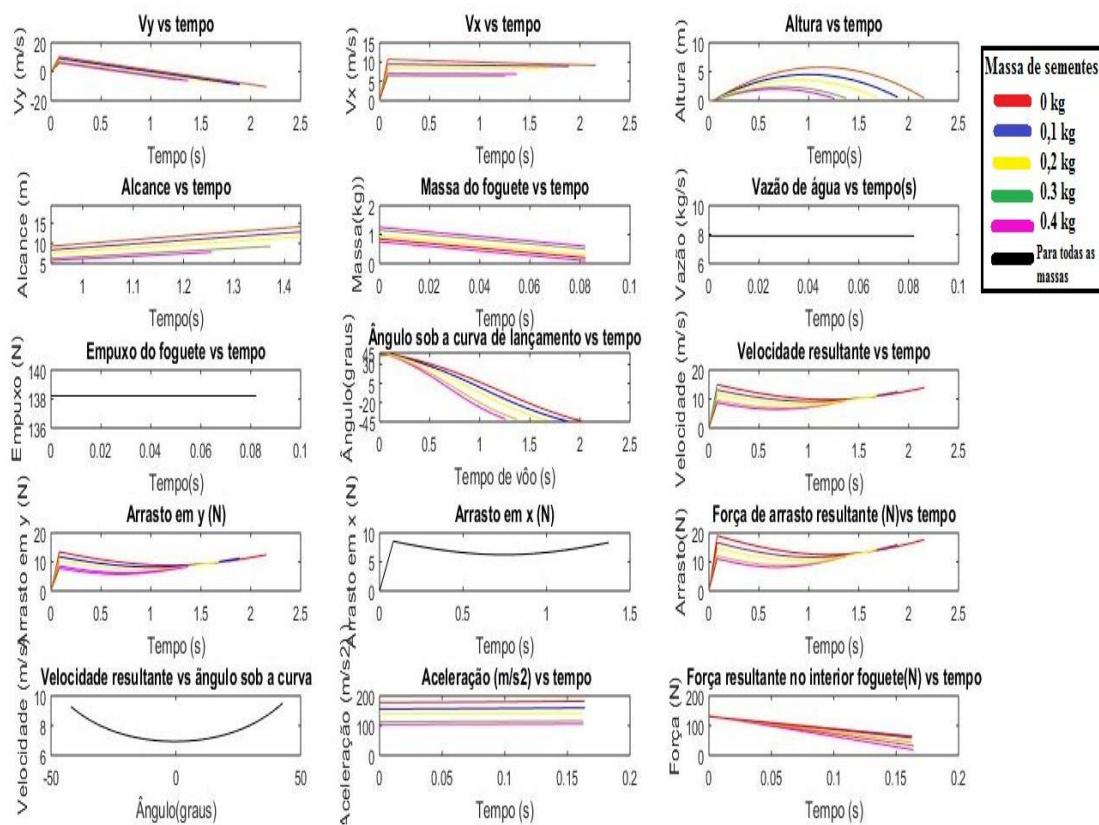
$$E = \dot{m} \cdot (\dot{m}/\rho \cdot A) = 8.1 \times 8.1 / (1000 \times 0.0004523) = 143 \text{ N}$$

4.4 RESULTADOS DO PROGRAMA COMPUTACIONAL

O sistema de equações diferenciais com doze variáveis dinâmicas (Fase 1 Propulsão) e o sistema de equações diferenciais com dez variáveis dinâmicas (Fase 2 Lançamento oblíquo) foram resolvidos em série pelo método numérico de RUNGE-KUTTA, gerando as Figuras 4.2 a 4.6 deste item. Os resultados do programa computacional para a previsão de voo dos minifoguetes estão mostrados nas Figuras 4.2, 4.3, 4.4, 4.5 e 4.6.

A Figura 4.2 mostra os resultados da simulação obtidos no programa computacional de voo para diferentes cargas de sementes transportadas pelos minifoguetes, 0 kg, 0,1 kg , 0,2 kg , 0,3 kg e 0,4 kg. A pressão do lançamento foi de 70 psi, ângulo de lançamento quarenta e cinco graus, percentual de água no minifoguete trinta por cento e coeficiente de arrasto 0.2.

Figura 4.2 - Resultados do programa computacional para diferentes massas de sementes

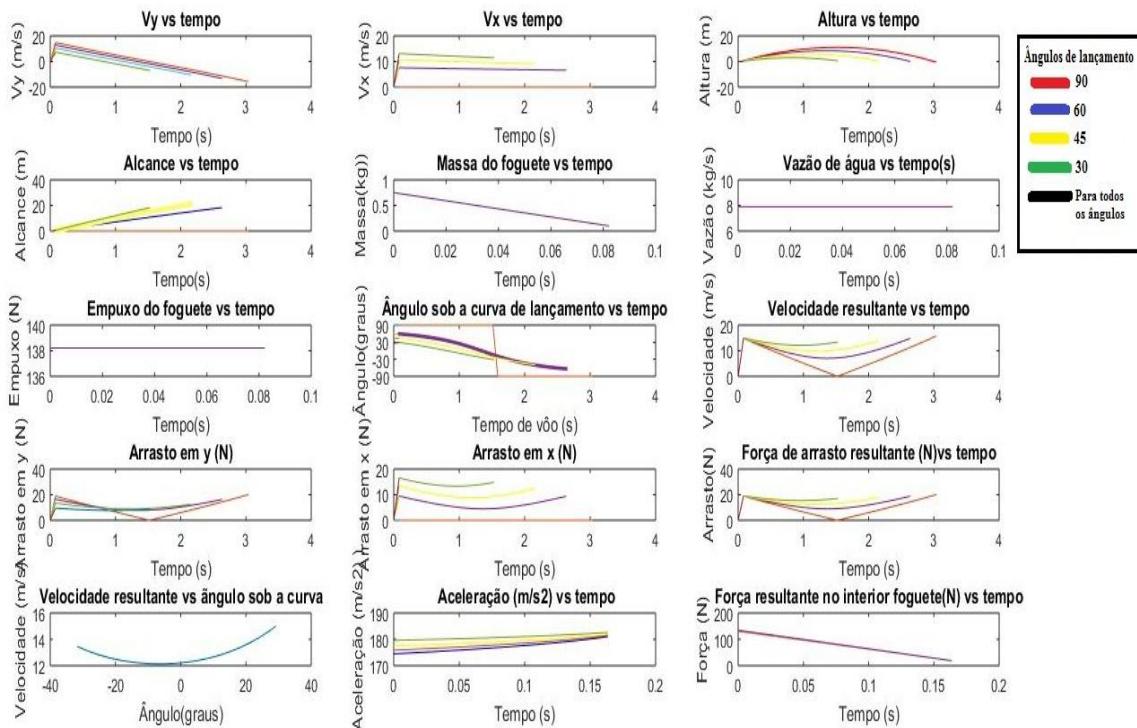


Fonte: os autores

Observou-se a diminuição do alcance do minifoguete e do perfil de altura, com o aumento da carga dos minifoguetes, sendo um fator crítico para o sistema (carga).

A Figura 4.3 mostra os resultados da simulação obtidos utilizando o programa computacional de voo para diferentes ângulos de lançamento 0° , 30° , 45° , 60° e 90° . A pressão do lançamento utilizada foi de 70 psi, o percentual de água no minifoguete foi de 30% e coeficiente de arrasto 0.2 [-].

Figura 4.3 - Resultados do programa computacional para diferentes ângulos de lançamento

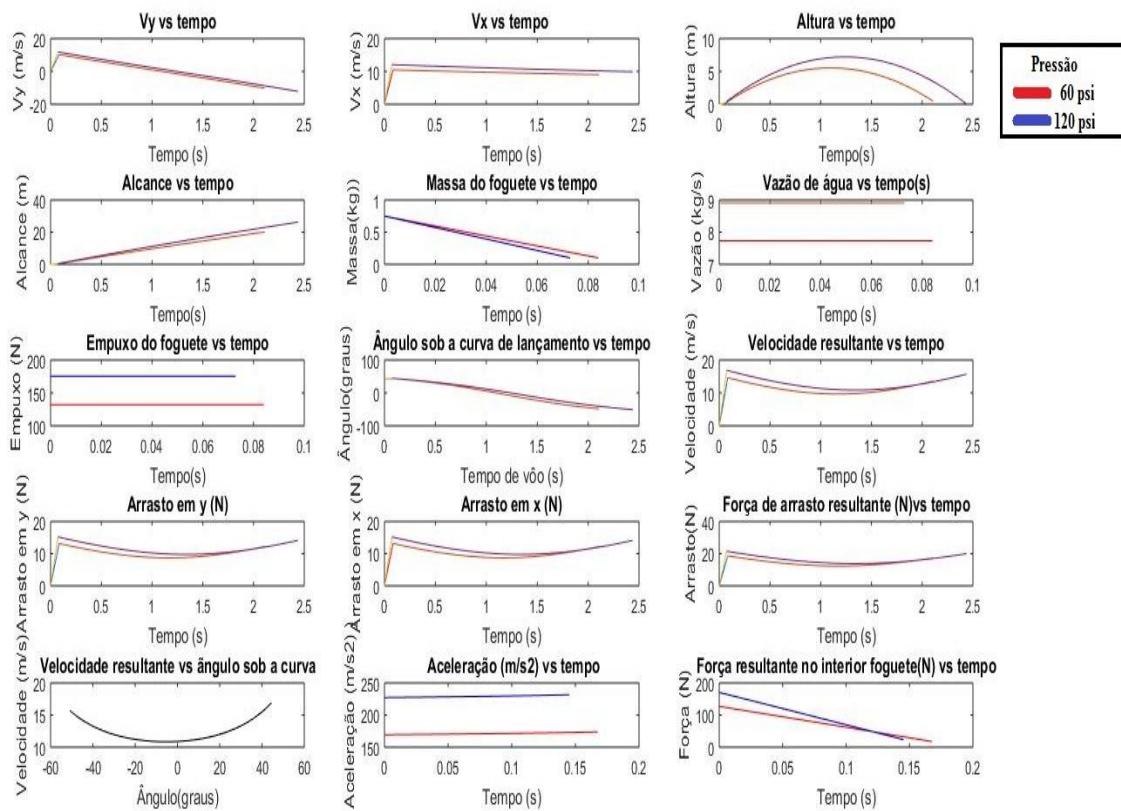


Fonte: os autores

Observou-se que para os ângulos selecionados na simulação: $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ e 90° , o ângulo que maximizou o alcance foi de quarenta e cinco graus.

A Figura 4.4 mostra os resultados do programa computacional de previsão de voo, com pressões de lançamento de 60 psi e 120 psi. Observou-se pelos resultados que quanto maior a pressão de lançamento maior será o alcance do minifoguete PET de 2L.

Figura 4.4 - previsão de voo, com pressões de lançamento de 60 psi e 120 psi para o minifoguete de PET 2L

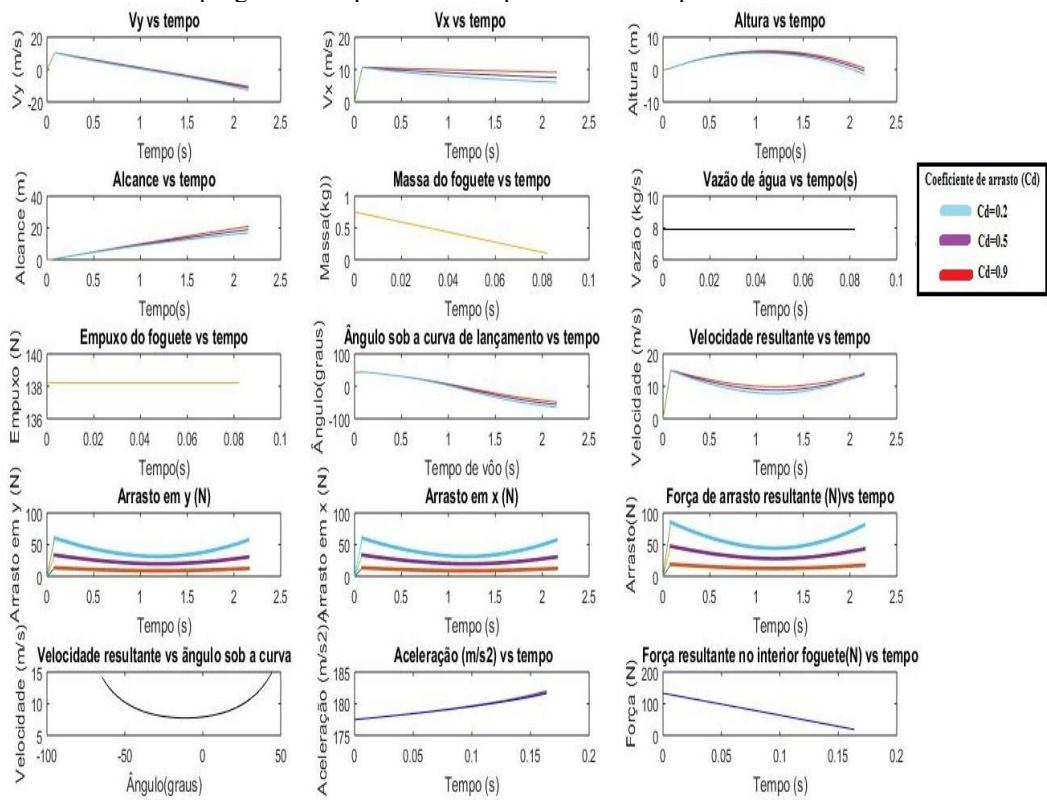


Fonte: os autores

Observou-se pelos resultados que quanto maior a pressão de lançamento maior será o alcance do minifoguete.

A Figura 4.5 mostra os resultados do programa computacional de previsão de voo, para coeficientes de arrasto (C_d) com valores: 0,2 [-], 0,5 [-] e 0,9 [-].

Figura 4.5 - Resultados do programa computacional de previsão de voo para diferentes coeficientes de arrasto (C_d).

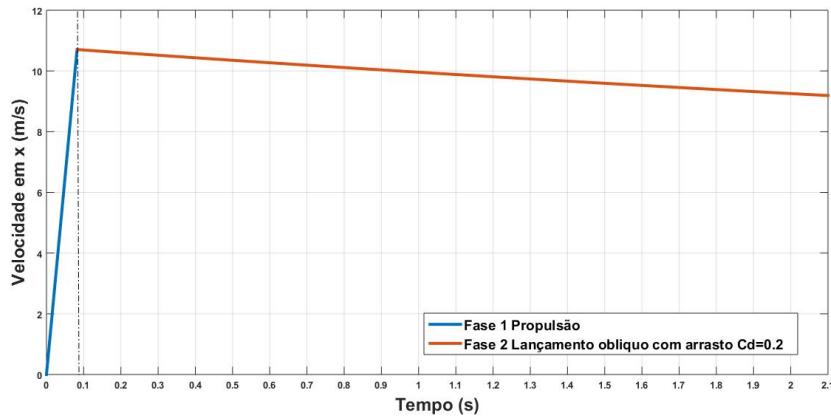


Fonte: os autores

Observou-se pela Figura 4.5 que quanto maior o coeficiente de arrasto C_d , maior será o valor da força de arrasto resultante (N) sobre os minifoguetes.

A Figura 4.6 mostra um dos resultados do programa computacional de previsão de voo descrevendo a Fase 1 (propulsão) e Fase 2 (lançamento obliquito).

FIGURA 4.6 - Fase 1 (propulsão) e Fase 2 (lançamento obliquito).

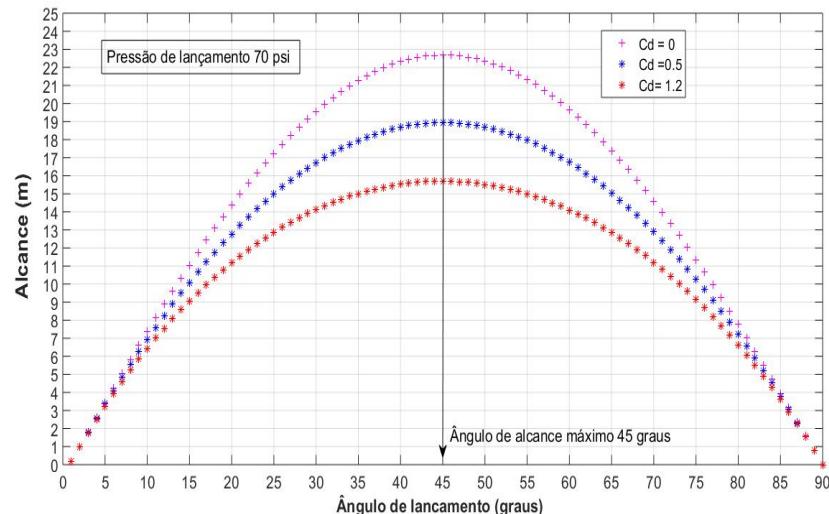


Fonte: os autores

Na Figura 4.6 pode-se observar os resultados dos dois sistemas de equações diferenciais para as etapas de propulsão e do lançamento obliquito.

A Figura 4.7 mostra o perfil da curva do alcance do minifoguete para diferentes ângulos de lançamento considerando a força de arrasto.

Figura 4.7 - Perfil da curva do alcance do minifoguete para diferentes ângulos de lançamento

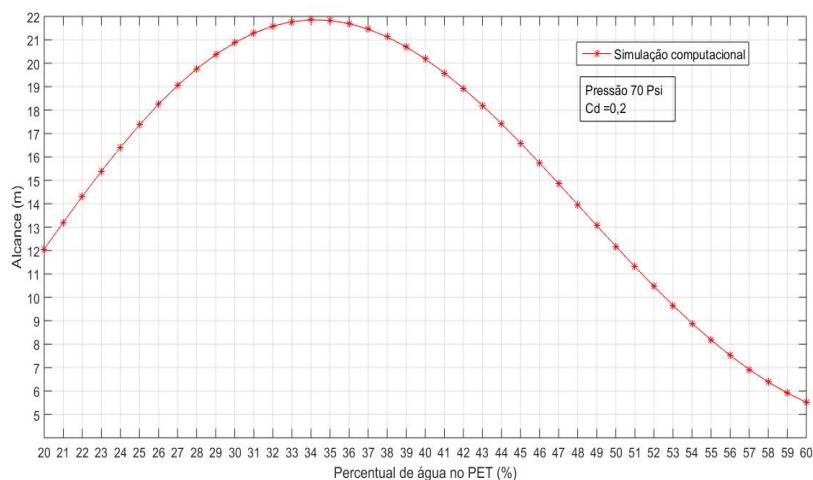


Fonte: os autores

Observou pela simulação computacional que o ângulo de lançamento que maximiza o alcance do minifoguete é quarenta e cinco graus.

A Figura 4.8 mostra o perfil da curva do alcance do minifoguete para diferentes percentuais de água no sistema de propulsão do minifoguete.

Figura 4.8 - Perfil da curva do alcance do minifoguete para diferentes percentuais de água no sistema de propulsão do minifoguete para PET de 2 L.

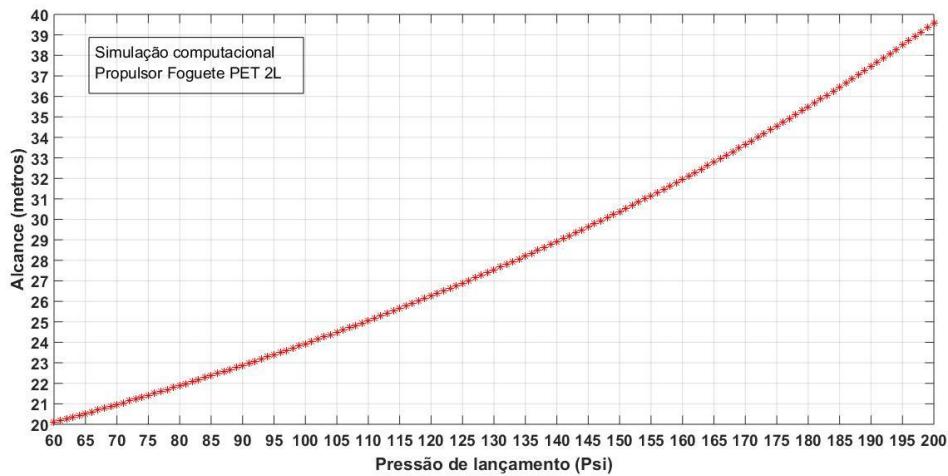


Fonte: os autores

Observou pela simulação computacional que o percentual de água no sistema de propulsão do minifoguete que maximiza o alcance é de 34 por cento, aproximadamente 1/3 do volume do sistema de propulsão.

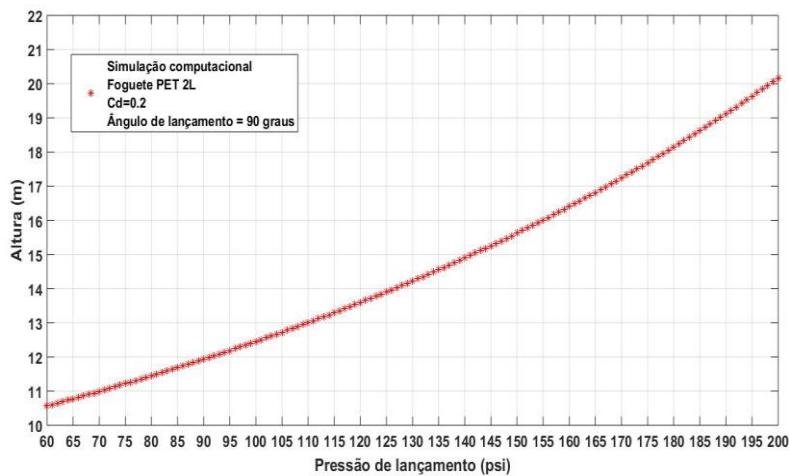
A Figura 4.9 mostra o perfil da curva do alcance máximo do minifoguete para diferentes pressões de lançamento.

Figura 4.9 - Perfil da curva do alcance máximo do minifoguete para diferentes pressões de lançamento.



A Figura 4.10 mostra o perfil de altura máxima atingida para diferentes pressões de lançamento do minifoguete PET 2L.

Figura 4.10 - Perfil de altura máxima do minifoguete para diferentes pressões de lançamento.



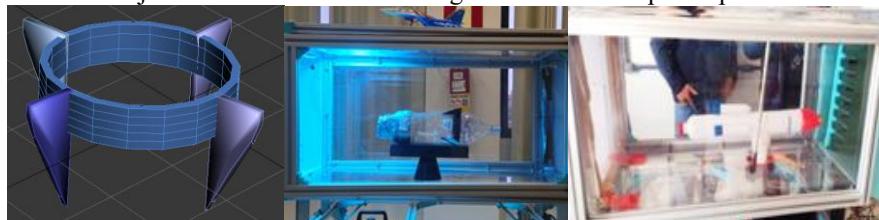
4.5 VALIDAÇÃO DA SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL A PARTIR DE LANÇAMENTOS NO CAMPO

As validações das simulações computacionais foram realizadas comparando os parâmetros de diversos lançamentos experimentais resultando em valores próximos e com erros inferiores a dez por cento. As discrepâncias entre valores simulados e experimentais podem ser explicadas pelas variações locais da velocidade do vento e pelas variações na estabilidade do minifoguete (centro de massa). A validação do programa computacional foi realizada comparando os resultados da simulação com os dados dos lançamentos reais dos minifoguetes.

4.6 PROJETO DAS ALETAS DOS MINIFOGUETES

Na Figura 7 mostra um projeto tridimensional de uma aleta para minifoguetes realizado com material biodegradável (PLA) e impresso em uma impressora 3D. O projeto foi realizado em ambiente computacional.

Figura 4.11 - Projeto 3D das aletas dos minifoguetes e testes em protótipo no túnel de vento



5 CONCLUSÃO

O túnel de vento projetado e construído foi bastante útil para a determinação dos coeficientes de arrasto dos minifoguetes.

A montagem para a determinação da vazão de saída no bocal do minifoguete foi necessária para o cálculo do empuxo do minifoguete. O empuxo de um minifoguete foi determinado e é constante durante toda a Fase de Propulsão.

A construção da base lançadora de minifoguetes foi bastante importante para a realização dos lançamentos experimentais, projetos dos minifoguetes e validação do programa computacional de previsão de voo.

As duas rotinas computacionais desenvolvidas contêm dois sistemas de equações diferenciais não lineares, com 22 variáveis dinâmicas, representando a Fase de Propulsão, e Lançamento Obliquo e resultou em figuras que contém os parâmetros mais importantes como: o alcance do minifoguete, tempo de voo, ângulo sob a curva, velocidade em x e y , velocidade resultante, ângulo de lançamento, aceleração resultante, empuxo e altura em função do tempo (regime transitório).

Na literatura é abordado em diversos trabalhos a resolução dos sistemas de equações diferenciais por métodos algébricos, utilizando simplificações como: equação da força de arrasto linearizada, sistema de massa constante e um menor número de variáveis dinâmicas, gerando resultados mais imprecisos e com um menor número de parâmetros do voo. O diferencial deste trabalho em relação aos encontrados na literatura é que neste abordou-se a modelagem dinâmica para a previsão de voo, utilizando dois sistemas de equações não lineares com vinte e duas variáveis dinâmicas, um sistema para a etapa de propulsão e outro para o lançamento oblíquo. As equações de conservação foram resolvidas pelo método de Runge-Kutta, encontrando resultados para vários parâmetros do voo do minifoguete.

O programa computacional desenvolvido é uma ferramenta importante para o auxílio no projeto de minifoguetes destinados ao reflorestamento de áreas degradadas.



REFERÊNCIAS

P. E. A. Salomão, L. C. Barbosa, e I. J. M. Cordeiro. Recuperação de áreas degradadas por pastagem: uma breve revisão. *Research, Society and Development*, 9, 2, e57922057. (2020). <https://doi.org/10.33448/rsd-v9i2.2057>.

FAO. Healthy Soils for a Healthy People and Planet: FAO Calls for Reversal of Soil Degradation. Rome, Italy: Food and Agriculture Organization. (2022), disponível em: <https://www.fao.org/director-general/news/details/Healthy-soils-for-a-healthy-people-and-planet-FAO-calls-for-reversal-of-soil-degradation/en>.

T.M. Buters. *Drone-based remote sensing as a novel tool to assess restoration trajectory at fine-scale by identifying and monitoring seedling emergence and performance*. Doctoral dissertation, Curtin University. (2019), acessado em 15/09/2024. <http://hdl.handle.net/20.500.11937/78329>.

S.M. Kiama, J.W. Njuguna, J.O. Maua, M.M. Kaigongi, M.M. Muganda, S. Nadir, C. Koech, J. N. Kigomo e J.A. Cheboiwo. Review of the Application of Aerial Seeding Technology in Restoration of Degraded Forests. *Authorea Preprints*. (2023). <https://doi.org/10.22541/au.168606342.23089041/v1>.

S. C. Joshi. Aerial seeding for environmental conservation. *Indian Forester*, 112, 1, (1–5). (1986), disponível em: <https://www.indianforester.co.in/index.php/indianforester/article/view/9501>.

C. Nunes, M. Aparecida, Z. Conceição Nunes, e A.A.V. Emanuel. Prática pedagógica: Uso do Veículo Lançador de Sementes como ferramenta de aprendizagem e recuperação de áreas degradadas. (2018). Acessado em 25/09/2024 <https://encuentros.virtualeduca.red/storage/ponencias/bahia2018/S2NuUy3a55eW1oxHb30LOuhKRcRZdQ3F6hNfM8QD.pdf>

M. Marchetti. The History of the Italian Astronautical Sector and the AIR, The Italian Rocket Association. *Acta Astronautica*. (2024). <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2024.07.012>.

S. Nikkisha, S. Mankan, L. Bose, B.C. Abraham, e S.N. Dhanse. Review on Past, Present and Future Rocket Propulsion Technologies. (2024).

Sharma, P., Sahani, S. K., Sharma, K., & Sahani, K. Rocket science unveiled: A differential equation exploration of motion. *Alifmatika: Jurnal Pendidikan dan Pembelajaran Matematika*, 6(1), 42-50. 2024. <https://doi.org/10.35316/alifmatika.2024.v6i1.42-50>.

National Aeronautics and Space Administration (NASA). Newton's Third Law: Rocket Racers. *STEMonstrations and Classroom Connections*. Disponível em https://www.nasa.gov/wp-content/uploads/2018/03/stemonstrations_newtons-third-law.pdf. 2018. Acessado em 26/09/2024.

I.G.G. SOUSA, E.A. DA SILVA. Variáveis Influenciadoras nos Voos de Foguetes Artesanais: Uma alternativa para o Ensino. *RCT-Revista de Ciência e Tecnologia*, v. 10, (2024).

J.A. SOUZA. Um foguete de garrafas PET. *Física na escola*, v. 8, n. 2, (4-11), (2007).

H.C. Liu, T. Andre e T.J. Greenbowe, *Journal of Science Education and Technology* 17, 466 (2008).

E. Sengel e M.Y. Ozden. *Eurasian Journal of Education Research*. 39, 191 (2010).



D.M. Jaime, e A.A.Leonel. Uso de simulações: Um estudo sobre potencialidades e desafios apresentados pelas pesquisas da área de ensino de física. Revista Brasileira de Ensino de Física, 46, e20230309, (2024).

L.A. Alves. Movimento Vertical de Minifoguetes: Equações de Trajetórias e Análises Gráficas Revista Brasileira de Ensino de Física, vol. 43, e20200479 (2021). <https://doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2020-0479>.

BOSCH NETO, J.C., *Modelagem e simulação de processos dinâmicos aplicados às engenharias: química, de bioprocessos, elétrica, mecânica, de controle, aeroespacial e fluidodinâmica computacional*, Editora Appris (2019).