

SIMILITUDE EM DESLOCAMENTO DA BARRA COM SEÇÃO CIRCULAR NO EIXO INCLINADO DA CADEIRA DE RODAS PARALÍMPICA



10.56238/edimpacto2025.005-004

Marciene Lourenço Torres

Universidade Federal Dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri

Lucas de Souza Cardoso

Universidade Federal de Uberlândia

Adriana da Silva Torres

Universidade Federal Dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri

Moisés de Matos Torres

Universidade Federal Dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri

RESUMO

A solução analítica de diversos problemas práticos em engenharia é de difícil execução, devendo ser resolvidos numericamente ou experimentalmente. Portanto, uma ótima solução é a modelagem experimental. Fundamentado na análise dimensional, a qual é baseada nos métodos de medições e análise de problemas físicos, a similitude é desenvolvida. Este trabalho teve como objetivo encontrar uma equação preditiva que possibilita-se determinar quais seriam as deformações sofridas pelo eixo que poderiam influenciar no rendimento da pessoa com deficiência durante o seu deslocamento. Para validação do processo foi utilizado um software de elementos finitos para simular a cadeira e alterar todas as variáveis envolvidas. Por fim, uma equação preditiva geral foi levantada e possibilitou por simples cálculos prever comportamentos que poderiam ser corrigidos com pequenos ajustes.

Palavras-chave: Similitude. Elementos Finitos. Biomecânica. Mecânica dos Sólidos.



1 INTRODUÇÃO

As atividades desportivas para as pessoas com deficiência é uma realidade desde meados do século vinte. E de forma promissora vem agregando, desde então, valor e técnicas científicas ao seu contexto. No Brasil, os esportes paralímpicos vêm ganhando espaço progressivamente, nos últimos dez anos. No país já estão presentes praticamente todas as modalidades desportivas, com equipes técnicas estruturadas (Torres, 2015). No ano de 2016 haverá as Olimpíadas e as Paraolimpíadas do Rio de Janeiro, estimulando diversos setores econômicos, paratletas e pesquisadores a fim de desenvolver novos conhecimentos e tecnologias. Assim, é importante conhecer as especificidades da mencionada relação – cadeira/atleta. Contudo, poucas alterações têm sido propostas no que tange às dimensões dos componentes estruturais do equipamento. Se um equipamento desta natureza tem o papel de assessorar o usuário deficiente de forma a garantir-lhe o máximo de liberdade de locomoção e estabilidade, então não se justifica desprezar uma contínua diversidade de dimensões antropométricas generalizando-as em modelos manufaturados em série (Cardoso, 2015). Como em outros casos de acessórios de acessibilidade (muletas, botas, apoios, luvas, equipamentos de proteção) as cadeiras de rodas foram adotadas por seus usuários para atividades extraconvencionais, como atividades desportivas. E para tanto, estes acessórios e equipamentos foram aplicados em sua forma natural, isto é, sem adequadas adaptações. Este trabalho aborda o comportamento em modelagem de uma barra circular componente do eixo traseiro de uma cadeira de rodas paralímpica, para que se possa realizar o ajuste da cambagem da roda de propulsão - é o quanto esta pode inclinar-se em relação ao chão. Geralmente, os esportes em cadeiras de rodas usam, unanimemente, a cambagem diferente de zero grau – roda perpendicular ao nível do solo. A cambagem desenvolve mais estabilidade à rotação e movimentos ágeis, para as cadeiras de rodas. Porém, também implicam no aumento da resistência à propulsão. A cambagem ainda exerce uma função de segurança – por se tratar de um esporte de contato, ela mantém as mãos dos atletas nos aros, durante a propulsão, afastadas de um atleta para outro, durante choques ou embates (Cardoso, 2015).

2 METODOLOGIA

Fundamentado na análise dimensional, a qual base nos métodos de medições e análise de problemas físicos, a similitude é desenvolvida. Levantada quais variáveis afetam o fenômeno, estas variáveis podem ser representadas em grupos adimensionais ou π -termos. Esta representação, conhecida como teorema dos π -termos de Buckingham, torna possível determinar quais são os grupos adimensionais importantes para o problema e predizer a relação funcional entre eles (Murphy, 1950). O número de π -termos necessários para expressar o fenômeno segundo o teorema dos Pi-termos de Buckingham, é:

Onde, s é o número de π -termos, n é o número de variáveis envolvidas e b o número de dimensões básicas envolvidas.

Os π -termos devem ser adimensionais e linearmente independentes, além disso, um novo π -termos pode ser obtido pela combinação de outros π -termos, através de divisões mútuas ou multiplicações, o que possibilita uma maior simplificação. Os π -termos podem ser expressos da seguinte forma:

$$\pi_1 = F(\pi_2, \pi_3, \pi_4, \dots, \pi_s) \quad (2)$$

Por conseguinte, é apresentada a metodologia para um modelo aproximado onde foram consideradas cinco variáveis que afetam diretamente a variável dependente deflexão, que são:

- a) A força aplicada (F);
- b) O comprimento da barra (C);
- c) O diâmetro da barra circular (\emptyset);
- d) O deslocamento (δ);
- e) O módulo de elasticidade (E).

3 IDENTIFICAÇÃO DOS π -TERMOS ADIMENSIONAIS

Para determinar os termos adimensionais envolvidos nos problemas, a metodologia descrita por Murphy (1950) foi adotada, ou seja, uma vez levantada às variáveis envolvidas, monta-se uma matriz com os expoentes da dimensão envolvida para cada variável (Carneiro, 1996).

Para a geração da matriz escreve-se primeiro em uma linha horizontal as variáveis envolvidas no processo, que foram descritas anteriormente. Em seguida, em uma linha vertical a esquerda da linha horizontal denota-se as dimensões relevantes. As dimensões relevantes são a unidade de força (F) e a unidade de comprimento (L).

Destarte, gerando a matriz das variáveis dimensionais:

	δ	F	\emptyset	E	C	
F						Dimensões
L						

(3)

Para cada variável têm-se as seguintes dimensões estabelecidas:

Tabela 1. Dimensões das variáveis.

VARIÁVEIS (n)	DIMENSÕES (b)
A deflexão (δ)	L
A força aplicada (F)	F
Diâmetro da Barra Circular (\emptyset)	L
O modulo de elasticidade (E)	FL^{-2}
O comprimento da Barra (C)	L

Dadas as dimensões de cada variável se preenche a matriz:

$$\begin{array}{c|ccccc|c} \square & \delta & \emptyset & E & F & C & \square \\ \hline F & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & \\ \hline L & 1 & 1-2 & 0 & 1 & & \end{array} \quad (4)$$

Expressa por “A” a matriz nas duas últimas colunas e por “B” a matriz formada pelo restante dos elementos da matriz original, é dado que:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Calcula-se a determinante da matriz A. Essa determinante deve ser diferente de zero, caso seja igual a zero deve-se reordenar as linhas e colunas da matriz para que o determinante seja diferente de zero.

$$\det[A] = \det \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 1 \quad (7)$$

A partir das matrizes A e B gera-se uma terceira matriz C:

$$C = [A^{-1} \times B]^T \quad (8)$$

Sendo assim:

$$C = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Por fim, gera-se uma matriz final com os π -termos utilizando as matrizes A, B, C e D, sendo D uma matriz identidade da ordem do numero de π -termos, da seguinte forma (Murphy, 1950):

Número de π -termos;

$$s=5-2=3 \quad (10)$$

Forma da matriz final:

$$\begin{array}{c|ccccc}
 & \delta & \emptyset & E & F & C \\
 \hline
 \dot{F} & & & B & & | \\
 L & & & & & A \\
 \hline
 \pi_1 & & & & & \\
 \pi_2 & & D & & | & C \\
 \hline
 \pi_3 & & & & & \\
 \end{array} \tag{11}$$

Evidentemente:

$$\begin{array}{c|ccccc}
 & \delta & \emptyset & E & F & C \\
 \hline
 F & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
 L & 1 & 1 & -2 & 0 & 1 \\
 \pi_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\
 \pi_2 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\
 \pi_3 & 0 & 0 & 1 & -1 & 2 \\
 \end{array}$$

Consequentemente:

$$\pi_1 = \frac{\delta}{C} \tag{12}$$

$$\pi_2 = \frac{\emptyset}{C} \tag{13}$$

$$\pi_3 = \frac{EC^2}{F} \tag{14}$$

Assim sendo:

$$\pi_1 = F(\pi_2, \pi_3) \tag{15}$$

$$\frac{\delta}{C} = F\left(\frac{\emptyset}{C}, \frac{EC^2}{F}\right) \tag{16}$$

Para chegar a uma equação final em função dos π -termos utiliza-se uma combinação obtida pela multiplicação das equações componentes de “s” Pi-termos (Sedov, 1986), ou seja:

$$\pi_1 = \frac{F(\pi_2, \pi_3)F(\pi_2, \pi_3)}{F(\pi_2, \pi_3)} \tag{17}$$

Para obter as equações componentes de cada um dos Pi-termos, escreve-se uma relação onde o Pi-termo dependente estará em função apenas de outro Pi-termo qualquer, enquanto todos os demais parâmetros serão mantidos constantes.

As funções escolhidas para efetuar as simulações foram funções potenciais do tipo $\pi_1 = c_1 \pi_i^{c_2}$, e assim combinadas pela função produto mostrada anteriormente.

Assim:

$$F(\pi_2, \bar{\pi}_3) = (\pi_1)_{\bar{\pi}_3} = G\pi_2^m \quad (18)$$

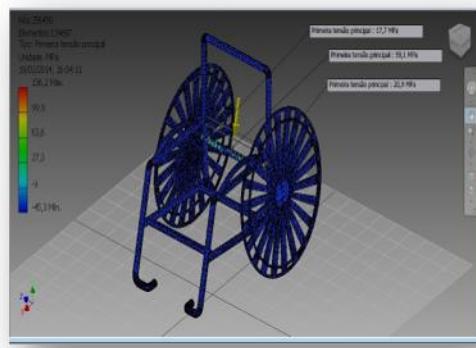
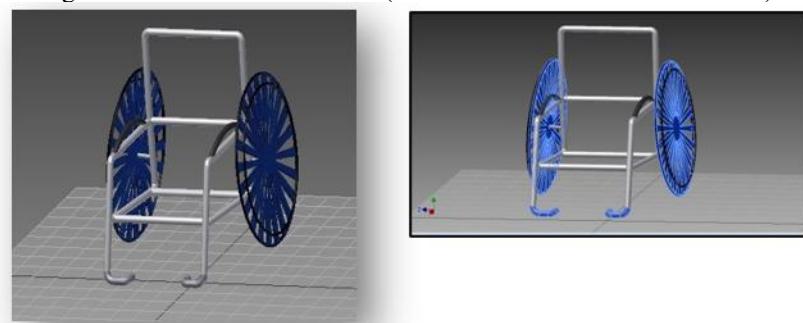
$$F(\bar{\pi}_2, \pi_3) = (\pi_1)_{\bar{\pi}_2} = H\pi_3^n \quad (19)$$

Para determinar as constantes G, H, m, n, serão realizadas simulações pelo método de elementos finitos utilizando o software *Autodesk Inventor Professional 2013* (versão estudante).

4 SIMULAÇÃO

O modelo adotado foi de um para um. Primeiramente, o projeto representado no desenho esquemático da cadeira de rodas paralímpica foi submetido à análise de tensão por método de elementos finitos, do software de desenho e simulação. Conforme o esquema, o programa incrementou o desenho com a malha dos elementos nodais.

Figura 1. Incremento da Malha: (Elementos: 124697 – Nós: 256450).



As restrições ou engastes foram aplicados nas regiões rígidas do modelo, isto é, aquelas onde o apoio às solicitações é maior. No caso da cadeira de rodas, estas regiões são representadas pelas rodas traseiras e dianteiras. No esquema as rodas dianteiras não foram representadas, de forma que, o seu equivalente de engaste foi o apoio dos pés, como sendo a vizinhança mais próxima. Estas restrições impostas estão destacadas em azul neon, Fig. 1.

O objetivo da simulação foi observar os deslocamentos máximos na região crítica do modelo, representada pelo eixo de acoplamento das rodas traseiras. Desta forma, este componente do sistema como um todo, é o objeto de estudos aqui tratado, destacado a seguir, com o respectivo deslocamento após a solicitação:

Figura 2. Simulação de carregamento.

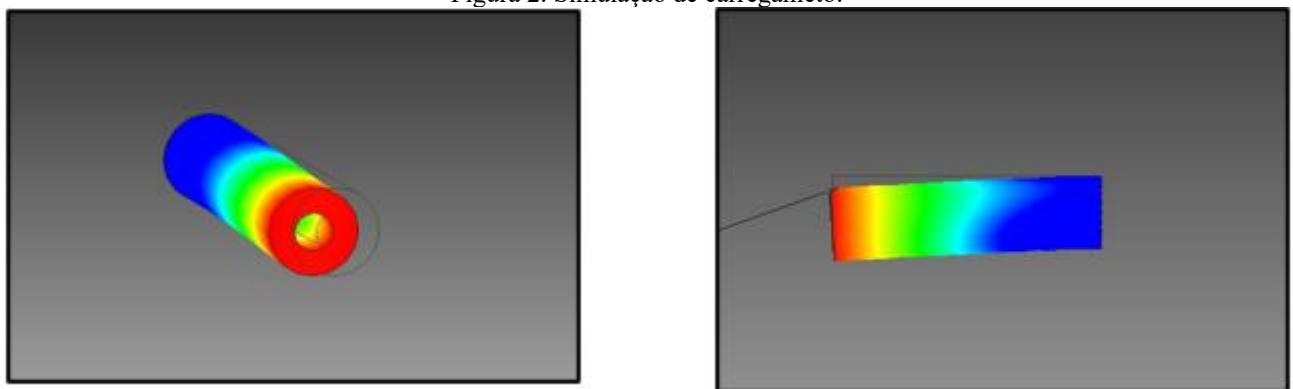


Tabela 2. Propriedades da barra circular no eixo da roda.

Dimensões	
\varnothing (diâmetro da barra)	0,0172 (m)
C (comprimento da barra)	0,0540 (m)
Propriedades	
E (Alumínio 6061)	$7,0 \times 10^{10}$ (N/m ²)
V (Coeficiente de Poisson)	0,33 (u.l.)

5 PARÂMETROS CONSTANTES

Para $\bar{\pi}_2$:

Tabela 3. Variáveis Constantes de $\bar{\pi}_2$.

Variáveis Constantes	Dimensões
Comprimento da Barra (C)	0,054 (m)
Força Aplicada (F)	800,0 (N)

Para $\bar{\pi}_3$:

Tabela 4. Variáveis Constantes de $\bar{\pi}_3$.

Variáveis Constantes	Dimensões
Comprimento da barra (C)	0,054 (m)
Diâmetro da barra (\varnothing)	0,0172 (m)

6 SIMULAÇÕES

Para:

$$F(\pi_2, \bar{\pi}_3) = (\pi_1)_{\bar{\pi}_3} = G\pi_2^m \quad (20)$$

$$\Pi_3\text{ constante} = (E \times C^2) \div F = (7,0 \times 10^10 \times 0,054^2) \div 800,0 = 255150 \quad (21)$$

Tabela 5. Variáveis Constantes de $\bar{\pi}_3$.

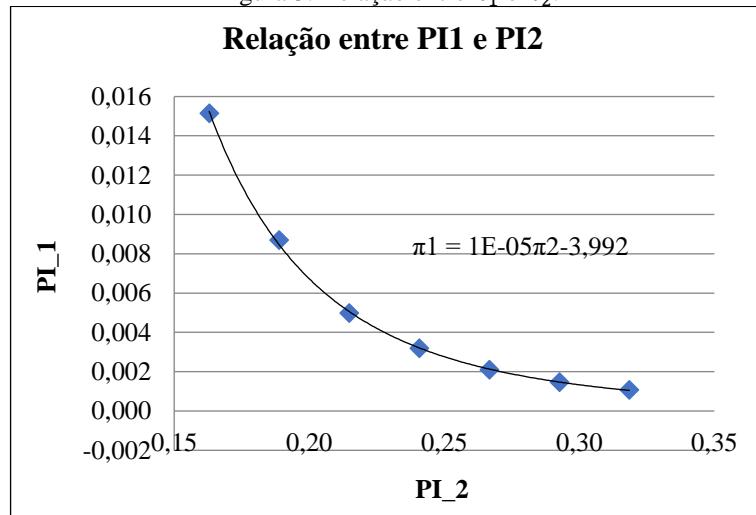
Variáveis Constantes	Dimensões
Comprimento da barra (C)	0,054 (m)
Força Aplicada (F)	800,0 (N)
Módulo de elasticidade (E)	$7,0 \times 10^{10}$ (N/m ²)

Variando o diâmetro (\varnothing) da barra cilíndrica para obter o comportamento da variável dependente deslocamento por flexão da barra (δ):

Tabela 6. Dados da Simulação.

"Dados da Simulação"						
\varnothing (m)	0,0088	0,0102	0,0116	0,0130	0,0144	0,0158
PI_1	0,01515	0,00870	0,00498	0,00319	0,00211	0,00147
PI_2	0,16296	0,18889	0,21481	0,24074	0,26667	0,29259

Figura 3. Relação entre π_1 e π_2 .



Para:

$$F(\bar{\pi}_2, \pi_3) = (\pi_1)_{\bar{\pi}_2} = H\pi_3^n \quad (22)$$

$$\Pi_2\text{ constante} = \varnothing \div C = 0,0172 \div 0,054 = 0,31851852 \quad (23)$$

Tabela 7. Variáveis Constantes de $\bar{\pi}_2$.

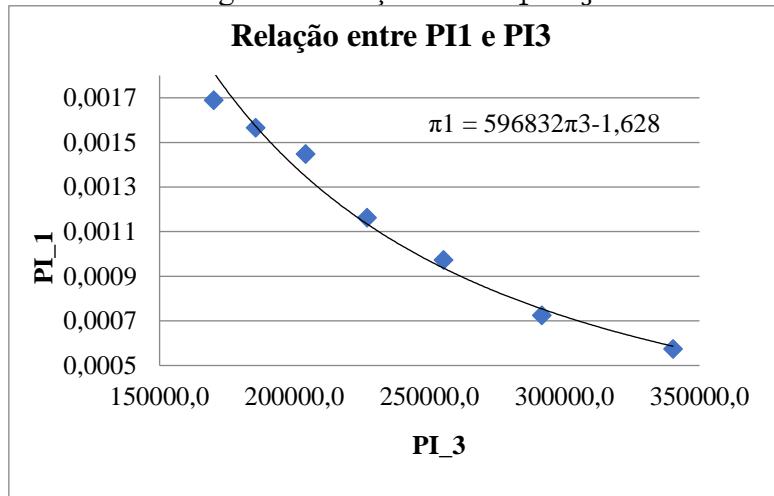
Variáveis Constantes	Dimensões
Comprimento da barra (C)	0,054 (m)
Diâmetro da barra (\emptyset)	0,0172 (m)
Módulo de elasticidade (E)	$7,0 \times 10^{10}$ (N/m ²)

Variando a força aplicada (F), carregamento, na barra cilíndrica para obter o comportamento da variável dependente deslocamento por flexão da barra (δ):

Tabela 8. Dados da Simulação.

"Dados da Simulação"							
F (N)	600,0	700,0	800,0	900,0	1000,0	1100,0	1200,0
PI_1	0,000575	0,000725	0,000973	0,001162	0,00144852	0,00156593	0,00168944
PI_3	340200,0	291600,0	255150,0	226800,0	204120,0	185563,6	170100,0

Figura 4. Relação entre π_1 e π_3 .



7 TESTE DE VALIDADE

O teste de validade é obtido por uma equação em que, um dos PI-termos é mantido constante, para um valor distinto daqueles da primeira série de dados.

$$\frac{F(\pi_3, \bar{\pi}_2)}{F(\bar{\pi}_2, \pi_3)} = \frac{F(\pi_3, \bar{\pi}_2)}{F(\bar{\pi}_3, \bar{\pi}_2)} \quad (24)$$

Nova simulação para um novo $\bar{\pi}_2$ constante:

Assim para:

$$F(\pi_3, \bar{\pi}_2) = (\pi_1)_{\bar{\pi}_2} = L\pi_3^v \quad (25)$$

Tabela 9. Novas Variáveis Constantes de $\bar{\pi}_2$.

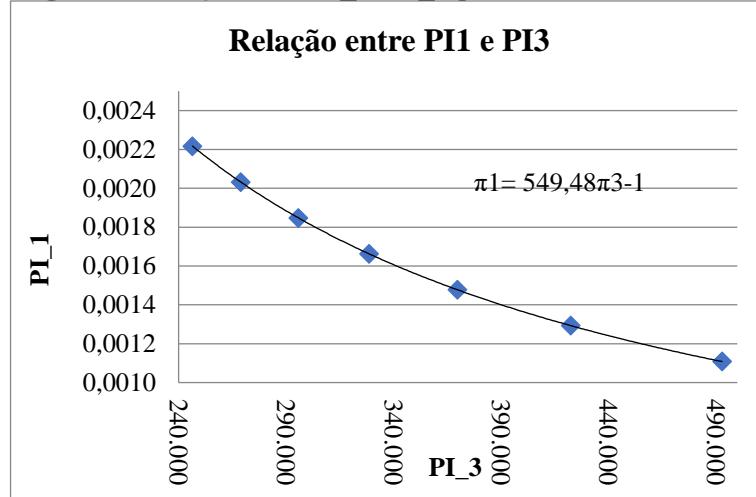
Variáveis Constantes	Dimensões
Comprimento da barra (C)	0,065 (m)
Diâmetro da barra (\emptyset)	0,0172 (m)
Módulo de elasticidade (E)	$7,0 \times 10^{10}$ (N/m ²)

Variando a força aplicada (F), carregamento, na barra cilíndrica para obter o comportamento da variável dependente deslocamento por flexão da barra (δ):

Tabela 10. Dados da Simulação.

"Dados da Simulação"							
F (N)	600,0	700,0	800,0	900,0	1000,0	1100,0	1200,0
PI 1	0,00110831	0,00129292	0,00147754	0,00166308	0,00184769	0,00203231	0,00221692
PI 3	492916,67	422500,00	369687,50	328611,11	295750,00	268863,64	246458,33

Figura 5. Relação entre π_1 e π_3 para o teste de validade



Desta forma, a equação para o teste de validade será da forma:

$$F(\pi_3, \bar{\pi}_2) = (\pi_1)_{\bar{\pi}_2} = L\pi_3^v = 549,48\pi_3^{-1} \quad (26)$$

$$F(\bar{\pi}_2, \pi_3) = (\pi_1)_{\bar{\pi}_2} = H\pi_3^n = 596832\pi_3^{-1,628} \quad (27)$$

Sabe-se, da primeira simulação que:

$$\bar{\pi}_3 = \frac{E(L)^2}{F} = 0,319 \quad (28)$$

Assim:



$$F(\bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3) = 596832(0,319)^{-1,628} = 380369,7 \quad (29)$$

$$F(\bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3) = 549,48(0,319)^{-1} = 1722,5 \quad (30)$$

Sendo assim:

$$\frac{F(\pi_2, \bar{\pi}_3)}{F(\bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3)} = \frac{F(\pi_2, \bar{\pi}_3)}{F(\bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3)} \quad (31)$$

$$\frac{596832\pi_3^{-1,628}}{380369,7} = \frac{549,48\pi_3^{-1}}{1722,5} \quad (32)$$

$$1,57 \pi_3^{-1,628} = 0,319 \pi_3^{-1} \quad (33)$$

$$0,096 \approx 0,068 \text{ (reduzindo as casas decimais)} \rightarrow 0,1 \approx 0,1$$

Denota-se que os valores são muito próximos e o teste de validade é aceito.

8 EQUAÇÃO PREDITIVA GERAL

Uma vez que a função produto passou pelo teste de validade, temos que a equação preditiva pode ser determinada da seguinte forma:

$$F(\pi_2, \bar{\pi}_3) = (\pi_1)_{\bar{\pi}_3} = G\pi_2^m = 0,00005\pi_2^{-3,992} \quad (34)$$

$$F(\bar{\pi}_2, \pi_3) = (\pi_1)_{\bar{\pi}_2} = H\pi_3^n = 596832\pi_3^{-1,628} \quad (35)$$

$$\bar{\pi}_2 = \frac{\emptyset}{L} = 0,319 \quad (36)$$

$$F(\bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3) = 596832(0,319)^{-1,628} = 380369,7 \quad (37)$$

A partir da função produto tem-se que:

$$\pi_1 = \frac{F(\pi_2, \bar{\pi}_3)F(\bar{\pi}_2, \pi_3)}{F(\bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3)} \quad (38)$$

$$\pi_1 = \frac{(0,00005\pi_2^{-3,992})(596832\pi_3^{-1,628})}{596832(0,319)^{-1,628}} \quad (39)$$

Evidentemente a equação preditiva final fica da forma:

$$\pi_1 = 7,84 \times 10^{-4} (\pi_2^{-3,992})(\pi_3^{-1,628}) \quad (40)$$

Substituindo os valores dos π -termos:

$$\pi_1 = \frac{\delta}{L}; \pi_2 = \frac{\emptyset}{L}; \pi_3 = \frac{EL^2}{F} \quad (41)$$

Enfim:

$$\delta = 7,84 \times 10^{-4} (L) \left(\frac{\emptyset}{L}\right)^{-3,992} \left(\frac{EL^2}{F}\right)^{-1,628} \quad (42)$$

Para uma validação mais precisa, a equação final deve ser validada de alguma forma por dados de modelos experimentais. No entanto com a intenção de atender as necessidades de adequação e adaptação, este trabalho propôs a análise do comportamento do eixo de uma estrutura ergonômica, que contempla um ergômetro para pessoas com deficiências físicas dependentes de cadeiras de rodas. Tal análise contribuirá para a habilitação e reabilitação física de pessoas com deficiência, baseada dimensões antropométricas pessoais de cada pessoa.

NOMENCLATURA

- F Força aplicada.
- C Comprimento da barra.
- E Módulo de elasticidade.
- L Dimensão básica de comprimento.
- K Constante polinomial.
- G Constante polinomial.

Letras gregas

- δ Deslocamento do eixo.
- π Termos adimensionais.
- \emptyset Diâmetro da barra circular.

Sobrescritos.

- m Exponente polinomial
- n Exponente polinomial



REFERÊNCIAS

CARDOSO, L. S., Estrutura Modular Ajustável para Ergômetros de Cadeirantes Desportivos; Dissertação de mestrado; UFU; 2015.

CARNEIRO, F. L., Análise Dimensional e Teoria da Semelhança e dos Modelos Físicos, 2^a ed., Ed. UFRJ, 1996.

MURPHY G., Similitude in Engineering, The Ronald Press Co., NY, 1950.

SEDOV, L. I., Similarity and Dimensional Methods in Mechanics, 1^a ed., 1982.

TORRES, M. M., Nova Metodologia para Testes Ergométricos em Pessoas com Deficiência; Dissertação de mestrado; UFU; 2015.