


**ENSINO, HISTÓRIA E TECNOLOGIAS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS  
ENVOLVENDO O CILINDRO, O CONE E A ESFERA**

**TEACHING, HISTORY AND TECHNOLOGIES IN SOLVING PROBLEMS  
INVOLVING THE CYLINDER, THE CONE AND THE SPHERE**

**ENSEÑANZA, HISTORIA Y TECNOLOGÍAS EN LA RESOLUCIÓN DE  
PROBLEMAS QUE INVOLUCRAN EL CILINDRO, EL CONO Y LA ESFERA**

 <https://doi.org/10.56238/arev7n8-271>

**Data de submissão:** 27/07/2025

**Data de publicação:** 27/08/2025

**José Ronaldo Melo**

Professor

Instituição: Universidade Federal do Acre (UFAC)

E-mail: ronaldo.ufac@gmail.com

Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-6379-589X>

---

## **RESUMO**

Este trabalho apresenta uma proposta de ensino sobre os objetos geométricos cilindro, cone, esfera e suas relações, utilizando aspectos da história da Geometria e softwares educacionais como suporte para compreensão de conceitos presentes nesses objetos. No desenvolvimento dessa proposta foram utilizadas referências bibliográficas para identificar as origens da Geometria Espacial, as primeiras maneiras de observação geométrica e as tecnologias utilizadas nos cálculos de volumes do cilindro, cone, esfera e nas relações entre esses objetos. Observou-se também aulas de uma turma de alunos do primeiro semestre do curso de Matemática na disciplina Iniciação a Extensão, na qual estava em desenvolvimento um curso de extensão sobre Geometria Espacial com utilização do software GeoGebra. Ao longo da pesquisa percebeu-se contribuições relevantes a partir da diversificação de apresentação dos conceitos envolvendo o cálculo do volume do cilindro, cone e esfera potencializando o raciocínio geométrico espacial do aluno e o desenvolvimento do currículo da Matemática e suas Tecnologias presente na Educação Básica.

**Palavras-chave:** Sequência Didática. História. Geometria Espacial. Software GeoGebra.

## **ABSTRACT**

This work presents a teaching proposal for the geometric objects cylinder, cone, and sphere and their relationships, using aspects of the history of geometry and educational software to support understanding the concepts present in these objects. In developing this proposal, bibliographical references were used to identify the origins of spatial geometry, the earliest forms of geometric observation, and the technologies used to calculate the volumes of cylinders, cones, and spheres and the relationships between these objects. Classes of a first-semester Mathematics student in the Introduction to Extension course were also observed, where an extension course on spatial geometry was being developed using GeoGebra software. Throughout the research, relevant contributions were noted from the diversified presentation of concepts involving the calculation of the volume of cylinders, cones, and spheres, enhancing students' spatial geometric reasoning and the development of the Mathematics and its Technologies curriculum present in Basic Education.

**Keywords:** Didactic Sequence. History. Spatial Geometry. GeoGebra Software.

## RESUMEN

Este trabajo presenta una propuesta didáctica para los objetos geométricos cilindro, cono y esfera y sus relaciones, utilizando aspectos de la historia de la geometría y software educativo para apoyar la comprensión de los conceptos presentes en estos objetos. Para desarrollar esta propuesta, se utilizaron referencias bibliográficas para identificar los orígenes de la geometría espacial, las primeras formas de observación geométrica y las tecnologías empleadas para calcular los volúmenes de cilindros, conos y esferas, así como las relaciones entre estos objetos. También se observaron las clases de un estudiante de Matemáticas de primer semestre del curso de Introducción a la Extensión Universitaria, donde se desarrollaba un curso de extensión sobre geometría espacial con el software GeoGebra. A lo largo de la investigación, se observaron contribuciones relevantes de la presentación diversificada de conceptos relacionados con el cálculo del volumen de cilindros, conos y esferas, lo que fortalece el razonamiento geométrico espacial de los estudiantes y el desarrollo del currículo de Matemáticas y sus Tecnologías presente en la Educación Básica.

**Palabras clave:** Secuencia Didáctica. Historia. Geometría Espacial. Software GeoGebra.

## 1 INTRODUÇÃO

Conforme registros presentes na literatura disponível sobre a história da Matemática, a Geometria teve origem nas observações do cotidiano, em tempos bastante remotos, sobretudo no Egito e na Mesopotâmia. Esse campo da Matemática surgiu da necessidade de calcular áreas territoriais, volumes de celeiros e pirâmides. Os celeiros eram em formato de cilindros circulares retos. Para calcular o volume de tais celeiros, fazia-se necessário, por exemplo, que os antigos egípcios encontrassem um método para determinar a área do círculo da base. Os padrões das formas geométricas eram observados nos objetos presentes na natureza. A circunferência podia ser encontrada em diferentes formas, por exemplo, no contorno do sol e da lua, no corte de troncos e na água quando arremessada uma pedra na superfície de um lago. Nas construções utilizou-se conceitos de paralelismo, perpendicularismo e simetrias de modo intuitivo.

Embora o homem tenha se mostrado capaz de fazer registros de seus pensamentos em forma escrita nos últimos seis milênios, há registros de congruência e simetria em trabalhos feitos no período neolítico. Heródoto (484-425 a.C.) acreditava que a Geometria tinha surgido no Egito, da necessidade de fazer medidas de terras após a inundação anual no vale às margens do rio Nilo, dando à Geometria o sentido de "medida da terra". Já Aristóteles (384 - 322 a.C.) achava que havia uma classe sacerdotal que conduziu o estudo da Geometria por lazer. Conforme aponta Boyer (1974) há exemplos em tabletes encontrados em sítios arqueológicos na Mesopotâmia contendo problemas de Geometria. Na imagem abaixo pode-se ver a taverna mais antiga do mundo:

A Geometria desenvolvida pelos babilônios e egípcios era essencialmente aplicada em problemas de cálculo de comprimentos, áreas e volumes. Para isso, utilizavam maneiras de desenvolver esses cálculos sem se preocuparem com demonstrações e conceitos teóricos. As primeiras demonstrações matemáticas são devidas a Tales, iniciando assim, o desenvolvimento da Geometria pelos gregos, que organizaram dedutivamente, com axiomas, teoremas, entre outros, o modelo matemático cuja estrutura é utilizada até hoje.

Euclides de Alexandria que viveu no período de 325 a.C. - 265 a.C., autor da obra "Elementos", reúne de modo sistematizado, as principais descobertas geométricas de seus precursores. Em sua obra, começa pelas noções mais elementares e somente a partir daí insere definições gerais, axiomas e postulados. Começa pela noção de ponto, "o que não tem partes", seguindo-se a caracterização da linha como uma longitude, "extensão" sem largura; a superfície como aquilo que só tem largura e extensão, e o corpo o que tem largura, extensão e profundidade.

O desenvolvimento do conhecimento sobre o cálculo de áreas e volumes foi feito através dos trabalhos e contribuições de vários matemáticos no decorrer da história, contudo, pelo caso do

cilindro, cone e esfera, Arquimedes (287-212 a.c.), segundo narrativa de Marcelo – o general romano que comandou o saque de Siracusa, presente em Plutarco (As Vidas dos Homens Ilustres, pp. 252 a 255), de todas as descobertas que Arquimedes fez, a que o geômetra mais apreciava era a relação de áreas e volumes de um cilindro, cone e esfera nele contida.

Atualmente ensinar Geometria tem sido um desafio para professores da Educação Básica, no que diz respeito à escolha metodológica e, conseqüentemente, à aprendizagem de conceitos por parte dos alunos. Essas dificuldades muitas vezes são oriundas de métodos utilizados pelos professores que apresentam os conceitos geométricos de forma descontextualizada. Oliveira e Leivas (2017) orientam “trabalhar com situações de aprendizagem que levem o aluno a estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, envolvendo sua observação sob diferentes pontos de vista, construindo e interpretando suas representações”. Partindo desta premissa, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC BRASIL, 2018), aponta que ensino de Geometria para o Educação Básica é necessário ao estudante sobretudo sobre a localização de números em retas, de figuras ou configurações no plano cartesiano e no espaço tridimensional, direção e sentido, ângulos, paralelismo e perpendicularidade, transformações geométricas isométricas (que preservam as medidas) e homotéticas (que preservam as formas), bem como sua aplicação em situações-problema. Oliveira e Leivas (2017) apontam que a Geometria, por seu caráter visual, tem potencial para desenvolver a percepção e autonomia do pensamento e do raciocínio do aluno, deslocando o aluno de estruturas e fórmulas prontas.

Dessa forma, pensamos que geometria e tecnologia devem associar-se por meio de atividades investigativas valorizando o desenvolvimento do aluno na direção de uma aprendizagem significativa, sobretudo enfatizado a importância dos corpos redondos (cilindro, cone e esfera) na vida diária, na necessidade de superar a dificuldade no seu ensino e aprendizagem, e no potencial das tecnologias e da contextualização histórica para dinamizar a resolução de problemas, promovendo um ensino mais significativo e alinhado à realidade do aluno. Assim, concordamos com EVES (2004), GARBI (2010), GRAVINA (2015), KESNKI (2007) e ROQUE (2019) ao defenderem que pesquisas dessa natureza pode contribuir para com os processos de ensino e aprendizagem numa perspectiva histórica, ao investigar a origem e a evolução do estudo de corpos redondos e da geometria, colaborando para uma experiência de aprendizagem, conectando o conhecimento matemático à sua trajetória histórica e às culturas que o desenvolveram. Já do ponto de vista didático, ao integrar a história e a tecnologia, é possível criar aulas mais dinâmicas e contextualizadas, superando o ensino puramente formal e tornando a aprendizagem mais significativa conforme aponta AUSUBEL (1982).

Diante do exposto, a presente pesquisa tem por objetivos apresentar uma sequência de atividades sobre cilindro, cone e esfera, incluindo a possibilidade de compreensão histórica e a aplicação dos conceitos geométricos no cotidiano, fazendo uso de tecnologias modernas, para visualização e manipulação dos sólidos, desenvolvendo habilidades para resolver problemas práticos e incentivando o trabalho colaborativo e criativo dos alunos.

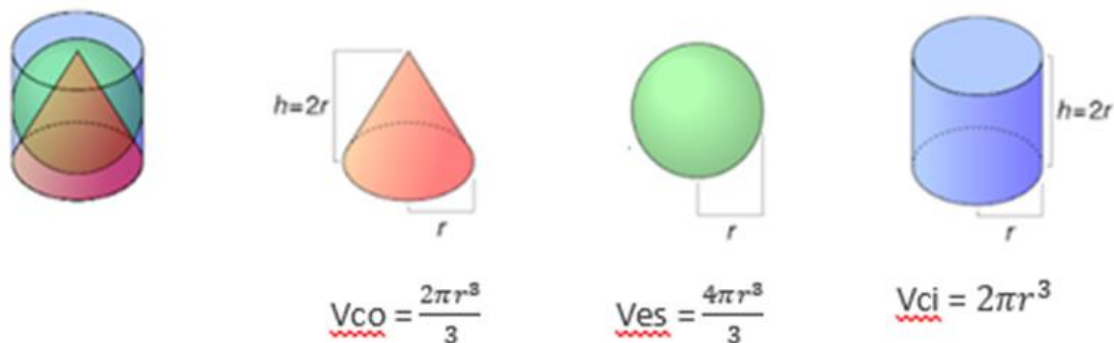
## 2 ASPECTOS METODOLÓGICOS

No desenvolvimento da nossa prática docente, constatou-se como apontado por vários outros pesquisadores citados, que as dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução de problemas envolvendo Geometria Espacial se iniciam com as dificuldades de aprendizagem dos conceitos de Geometria Plana. Essas dificuldades parecem se intensificar quando se começa a trabalhar com objetos tridimensionais, a partir de representações do plano, especialmente em problemas clássicos que envolvam áreas, volumes, planificações e relações entre elementos (vértices, faces e arestas) dos sólidos estudados.

Segundo GRAVINA (1996, p. 2), “a construção de objetos geométricos raramente é abordada; dificilmente encontramos no livro escolar a instrução “construa”, e, no entanto, esta é uma das atividades que leva o aluno ao domínio de conceitos geométricos”. Neste sentido, este estudo teve por objetivo compreender como o uso adequado do software Geogebra pode auxiliar o professor de matemática no planejamento e na produção de atividades visando uma aprendizagem significativa sobre Geometria Espacial, especialmente procura-se responder a questão de pesquisa: **como organizar uma sequência didática visando o ensino das relações entre cilindro, cone e esfera na sala de aula do Ensino Médio?** Para isso realizou-se uma investigação bibliográfica visando compreender as origens da Geometria e as tecnologias desenvolvidas ao longo do tempo para realização de cálculos de volumes, sobretudo, do cilindro, do cone e da esfera.

A partir das informações obtidas foi diagnosticado que parte significativa dos alunos não estavam familiarizados com o software GeoGebra e que a construção de procedimentos para realização de um roteiro orientaria as atividades. Esse roteiro indicava o uso da Internet, sobretudo o uso da plataforma Google. Numa pesquisa pelo celular um dos participantes informou que na figura abaixo pode-se observar uma descoberta interessante de Arquimedes: os volumes de um cone, de uma esfera e de um cilindro de mesma altura e mesmo raio caem na proporção 1:2:3. Em outras palavras: um cone mais uma esfera é um cilindro.

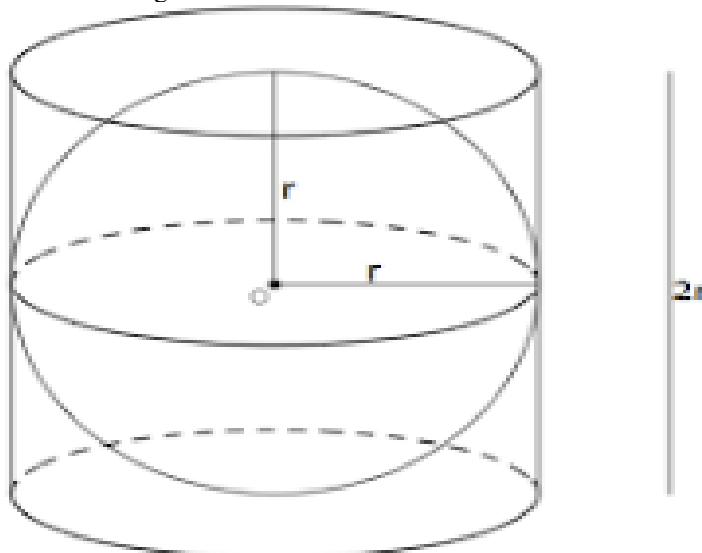
Figura 01: Arquimedes e a relação entre cone, esfera e cilindro.



Fonte: <https://jornalheiros.blogspot.com/2020/08/geometria-arquimedes-e-a-relacao-entre-cone-esfera-e-cilindro.html>(Adaptada pelo autor)

O uso da História da Geometria Espacial revelou-se como um recurso metodológico eficiente para o processo de ensino e aprendizagem, pois os problemas tratados surgem em sua maioria de necessidades reais da sociedade. Além disso, o uso da história da Matemática ajuda a ilustrar o fato que a matemática não se traduz só por algoritmos de resolução ou fórmulas, uma vez que torna conhecido o processo histórico e de descoberta por trás. As relações entre cilindro cone e esfera foram consideradas por Arquimedes como a mais bela de suas descobertas, tanto que pediu que quando morresse, sobre seu túmulo fossem gravados um cilindro e uma esfera nela inscrita, acompanhados da relação  $3/2$  que os une.” (GARBI, 2010, p.90).

Figura 02: Esfera inscrita no cilindro.



Fonte: [https://www.udesc.br/arquivos/udesc/id\\_cpmenu/6221/18\\_15035696954909\\_6221.pdf](https://www.udesc.br/arquivos/udesc/id_cpmenu/6221/18_15035696954909_6221.pdf)

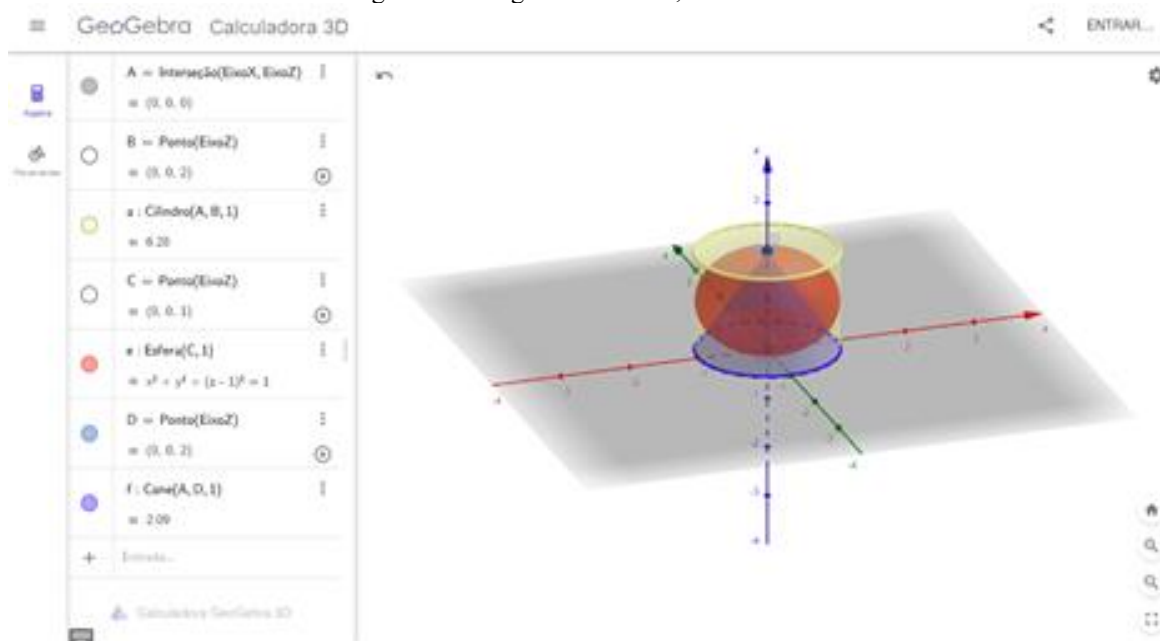
Figura 03: Balança de Arquimedes



Fonte: [https://www.udesc.br/arquivos/udesc/id\\_cpmenu/6221/18\\_15035696954909\\_6221.pdf](https://www.udesc.br/arquivos/udesc/id_cpmenu/6221/18_15035696954909_6221.pdf)

Nos diagramas da foto acima, Arquimedes parece fugir dos métodos tradicionais de resolução de problemas a partir da régua e do compasso, sugerindo comparar o cilindro, a esfera e um cone pesando-os. Outra Perspectiva para resolver problemas sobre cilindro, cone e esfera pode estar presente no uso adequado do software Geogebra, conforme mostra a figura abaixo:

Figura 04: Geogebra - cilindro, cone e esfera.



Fonte: O autor



### 3 PROPOSIÇÃO PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL

No curso de extensão realizado, cerca de 40 alunos dispunham de computadores instalados no Laboratório de Informática do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Acre. A eles foi disponibilizado um roteiro de questões que deveriam ser respondidas e enviadas para avaliação do professor. No roteiro foi solicitado que os registros de estratégias e cálculos ficassem salvos na tela do GeoGebra. A seguir o roteiro das questões apresentado aos alunos e o registro detalhado de resolução das atividades pelo sujeito W:

#### **Atividade 1 – Cubo, retas e planos**

Construa um cubo e usando seus vértices: a) construa retas concorrentes, retas perpendiculares e retas paralelas; b) construa planos concorrentes, planos perpendiculares e planos paralelos; c) construa ponto I na aresta EF; construa o plano determinado pelos pontos A, D e I; construa a intersecção deste plano com o cubo e observe a variação da seção dada pela intersecção. Obs: o recurso Vista 2D do plano de corte ajuda na visualização da seção.

#### **Atividade 2 – Construção de prisma e pirâmide**

a) no plano XOY construa, com recursos 2D, um pentágono regular; b) usando o polígono como base, construa prisma e pirâmide de base pentagonal; c) explore as planificações destes sólidos.

**Atividade 3 – Construção de cone, cilindro e esfera:** a) no plano XOY construir um círculo, e usá-lo na janela 3D como base de um cone; construir cilindro contendo o cone; b) no plano XOY construir um círculo, e usá-lo na janela 3D como base de um cone; construir esfera inscrita no cone

#### **Atividade 4 – Corte no cone**

Construa um cone. Construa um plano com movimento de modo que a seção de intersecção com o cone seja um círculo ou uma elipse. Observe a variação da curva na Vista 2D do plano.

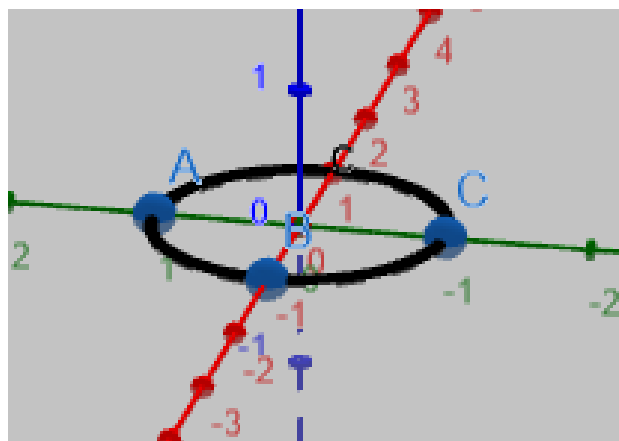
Utilizando o GeoGebra um dos alunos realizou as atividades como descrito a seguir, objetivando organizar uma sequência didática visando o ensino das relações entre cilindro, cone e esfera na sala de aula.

1. Construir um cilindro cujo diâmetro ( $2r$ ) e altura ( $h$ ) tenham a mesma medida

Primeiro utilizei a ferramenta “Círculo definido por Três Pontos”

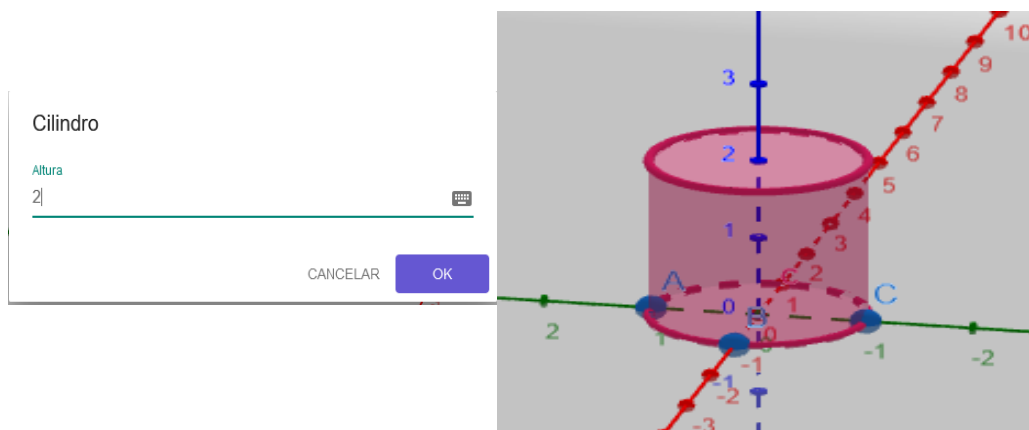
Daí, fiz um círculo de raio  $r = 1$





Então, utilizei a ferramenta "Extrusão para Prisma"


Onde preenchi a informação da altura com "2". Já que o diâmetro do círculo da base vale 2




Então está criado o meu cilindro equilátero

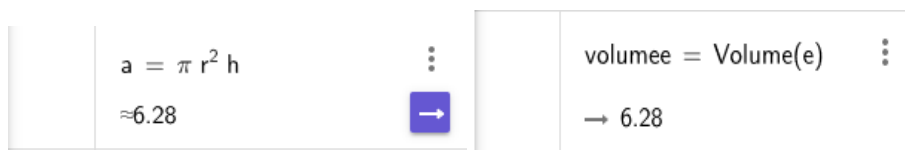
2. Concluir que o volume do cilindro é: Volume do cilindro  $V_{cilindro} = \pi r^2 h$

Utiliza-se o princípio de Cavalieri com um prisma

Ao utilizar a ferramenta "Segmento",  criei o segmento que chamei de "r", com extremidades no centro e na circunferência. E fiz o mesmo com um segmento que chamei de "h".



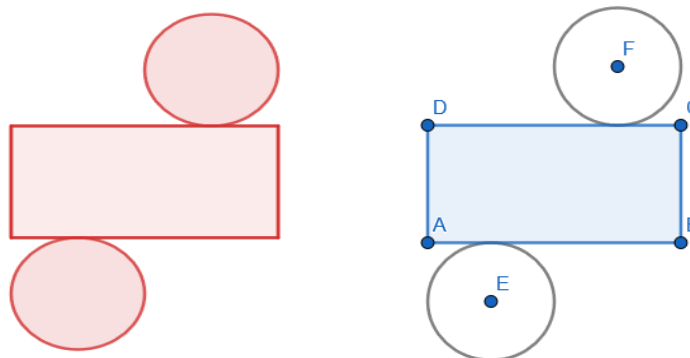
Daí coloquei a fórmula do volume na janela de álgebra e comparei com o resultado gerado pela ferramenta "Volume"  para comparar os resultados.



Percebemos a partir das imagens acima que os valores são os mesmos

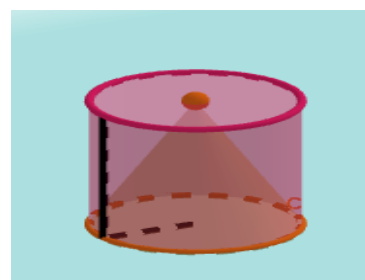
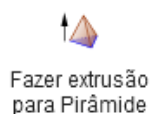
**3. Planifique o cilindro e explique como será composta sua área**

A área será composta de um retângulo de base  $b = 2\pi$  e altura  $h = 2$ , somando a área de dois círculos de raio  $r = 1$



**4. Inscreva um cone no cilindro que você determinou nos itens 1 e 2**

Para isso, usei a ferramenta “Fazer extrusão para Pirâmide” no círculo determinado no item 1, e selecionei “2” como altura.



**5. Determine o volume desse cone comprovando que seu volume será dado por:**

$$V_{cone} = \frac{1}{3}\pi r^2 h \text{ Utiliza-se o princípio de Cavalieri com uma pirâmide}$$

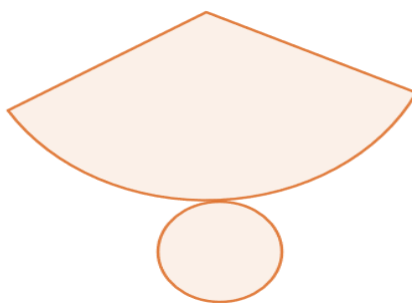
Assim como no item 2, coloquei a fórmula na janela de álgebra e comparei com o volume da ferramenta “Volume”

$b = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ $\approx 2.09$	⋮ →	$\text{volumej} = \text{Volume(j)}$ $\rightarrow 2.09$
--	--------	--


Que podemos perceber que apresentam os mesmos valores

6. Planifique o volume desse cone e explique como será composta sua área

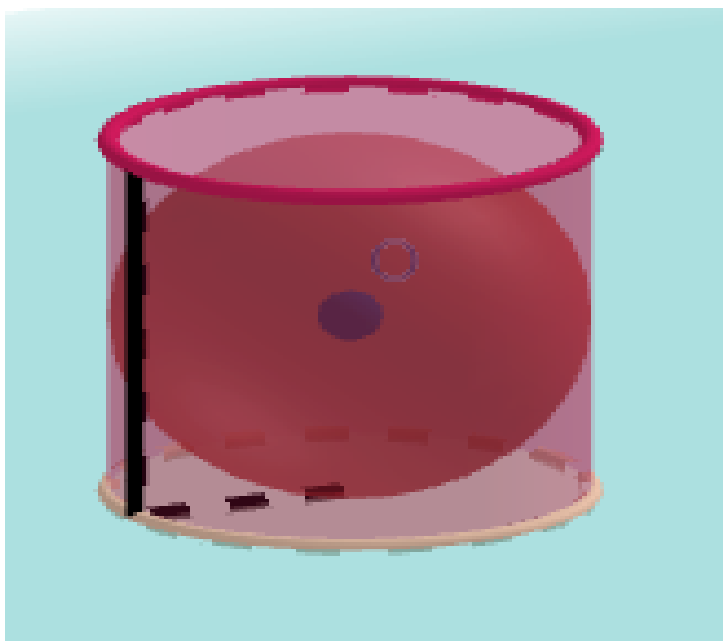
A área será composta por um círculo de raio  $r = 1$  e um setor angular de raio  $g = \sqrt{5}$



7. Inscreva uma esfera no cilindro que você desenhou nos itens 1 e 2

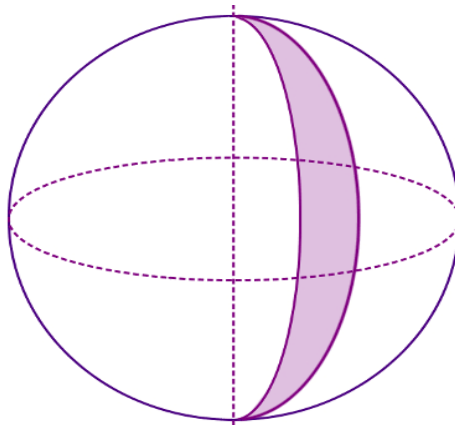
Utilizei a ferramenta “Esfera: Centro & Raio”  onde criei uma esfera no ponto  $O(0, 0,$

1) de raio igual à 1



8. Planifique o volume dessa esfera explicando como será composta sua área.

Não é possível planificar uma esfera, mas uma maneira de chegar bem próximo é dividir a esfera em fusos e utilizá-los como uma planificação.



Além disso, a área da esfera é obtida através da diferença entre os volumes da esfera de raio  $r$  e de uma esfera de raio  $x$  menor que  $r$  quando  $x$  tende à  $r$ . Utilizando esse método, obtemos  $A_{cone} = 4\pi r^2$

9. Conclua que o volume da esfera será dado por  $\frac{4}{3}\pi r^3$

Utilizei a mesma estratégia do item 2

volumed = Volume(d)	⋮	$i = \frac{4}{3} \pi r^3$	⋮
→ 4.19		≈ 4.19	→

10. Determine as relações existentes entre cilindro e cone, cilindro e esfera, cone e esfera.

Sabemos as fórmulas dos volumes desses sólidos, pelas questões anteriores. Temos então:

$$V_{cilindro} = h \pi r^2 = 2\pi r^3 ; \quad V_{cone} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{2}{3} \pi r^3 ; \quad V_{esfera} = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad (1)$$

$$\text{Daí, } \frac{V_{cilindro}}{V_{cone}} = \frac{2\pi r^3}{\frac{2}{3}\pi r^3} = 3 \quad \frac{V_{cilindro}}{V_{esfera}} = \frac{2\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{3}{2} \quad \frac{V_{esfera}}{V_{cone}} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{2}{3}\pi r^3} = 2 \quad (2)$$

Portanto, o volume do cilindro é o triplo do volume do cone e 3/2 vezes o volume da esfera e o volume da esfera é o dobro do volume do cone.

A partir das respostas dos alunos, percebemos que uma das vantagens na utilização do software educacional GeoGebra em sala de aula é o processo de mobilização da curiosidade aliada à criatividade dos alunos. Essas vantagens são confirmadas através das pesquisas expostas no início deste texto, sobretudo nos trabalhos de Pavanello (1989); Kenski (2003) e Gravina (2015).

As estratégias metodológicas que utilizam tecnologias, como o GeoGebra, trazem para a sala de aula uma tarefa de criação de experiências que fazem o conhecimento geométrico acontecer na evolução de um nível básico da intuição e as conjecturas no sentido argumentado por (DUVAL, 2012).

O processo de resolução das atividades realizado pelo sujeito W demonstra que o uso de tecnologias modernas no ensino de matemática para diversos conteúdos de ensino de matemática, em particular da Geometria Espacial, parece ir além da utilização do GeoGebra por diversas razões colaboradas pela literatura, entre elas nas pesquisas de Borba e Penteado (2017) ao analisar o papel das tecnologias digitais, assim como possibilidades e transformações que elas provocam no contexto da educação e, em particular, da educação matemática.

A prática de sala de aula do professor do curso de extensão permeadas pelo uso de aspectos históricos da Geometria Espacial e tecnologias modernas, sobretudo o GeoGebra está de conformidades também com as prescrições contidas da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), com destaque para 5ª Competência Geral, indicando que os alunos precisam:

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (BRASIL, 2018).

Outra percepção importante no processo de resolução das questões propostas para os sujeitos desta pesquisa, demonstram que eles conseguem relacionar benefícios de se utilizar o GeoGebra e outros softwares, previstos no currículo da BNCC, para apoiar o ensino da matemática. Os documentos oficiais, como a BNCC e OCs, já trazem em seu texto orientações para que a matemática seja apresentada aos alunos de forma contextualizada trazendo uma inversão metodológica. Assim, a matemática fica próxima ao contexto social do indivíduo dentro do processo de ensino e aprendizagem. Com um olhar especial também sobre os PCNs (2006), vemos no desenvolvimento das atividades realizadas pelos alunos o uso da ferramenta como cumprimento das competências da Matemática, quando determina que a “Investigação e compreensão, competência marcada pela capacidade de enfrentamento e resolução de situações-problema, utilização dos conceitos e procedimentos peculiares do fazer e pensar das ciências” (BRASIL, 2002, p. 113).

Uma outra vantagem para uma aprendizagem significativa do aluno é caráter pedagógico das mídias digitais, segundo Kensky(2007), se comprova nos fatos de que as TICs oferecem uma variedade de informações, dados, ícones, mapas, movimentos etc. Contudo, é preciso enfatizar que a atuação do professor neste processo pedagógico é imprescindível. Cabe ao professor o papel principal: ajudar o aluno a interpretar esses dados, selecionando, relacionando, organizando e contextualizando.

Destacamos, assim, que explorar os aspectos visuais do GeoGebra com atividades pedagógicas que ofereçam meios para a investigação matemática e experimentação com tecnologias, assume uma dimensão heurística, sendo apropriada aos cenários de ensino e aprendizagem de Matemática (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2016). Dessa forma, o processo de formação de imagens é protagonista na produção de sentidos e na aprendizagem dos conteúdos geométricos. Conforme esses autores, o GeoGebra, que mantém possível o estudo de conteúdos de forma mais próxima ao que era feito com lápis e papel, transforma também as possibilidades de experimentação, de visualização e de heurística dos humanos envolvidos nesse coletivo que aprende (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2016, p. 73).

Essa percepção também é compartilhada pelos docentes, que veem os resultados na prática da sala de aula, “É essencial para que as aulas saiam da rotina, faz com que, o aluno tenha mais interesse, ou seja, se torne protagonista do processo de ensino e aprendizado no ensino de matemática” (Professor da turma).

Outra vantagem percebida na pesquisa diz respeito à atenção e participação nas aulas: “Em relação às atitudes dos alunos no desenvolvimento de aula com o uso de software educacional apresentam maior motivação e envolvimento durante as atividades propostas”. A utilização do software para melhorar a compreensão da geometria foi bastante citada entre os participantes, sobretudo, porque esse instrumento permite diversificar a apresentação de conceitos, colaborando como argumenta Durval (2012) com possibilidades de estratégias para ensinar a matemática de outra forma, permitindo entrar no modo matemático de pensar através dos registros de representações semióticas.

Isso colabora também com o entendimento de Gravina (2015) sobre o ensino de Geometria desenvolvido por meio de abordagens tecnológicas, como o uso do GeoGebra, desde que os conteúdos estejam organizados de forma diferente, inovadora, no sentido de se explorar os benefícios do software, no sentido de “desenvolver a competência investigativa no aluno por meio dos vários experimentos e experimentações que se pode acessar numa tela interativa” (GRAVINA, 2015, p. 251).

#### 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As leituras realizadas sobre diversos aspectos do processo de produção da geometria espacial relacionada aos corpos redondos, especialmente em relação ao cilindro, o cone e a esfera, seguida do uso de tecnologias da atualidade, sobretudo com auxílio do GeoGebra indicaram alguns caminhos para responder a questão formulada de **como organizar uma sequência didática visando o ensino das relações entre cilindro, cone e esfera na sala de aula do Ensino Médio?** Ficando evidente a compreensão e a visualização das formas tridimensionais em contextos reais, sobretudo em relação ao uso do GeoGebra, através do qual os alunos perceberam as relações existentes entre esses sólidos geométricos. Todavia, não ficou tão evidente a integração dos conteúdos históricos no sentido de explorar a história da geometria espacial e a evolução do conhecimento sobre esses sólidos, mostrando suas origens e o contexto do seu desenvolvimento.

Acreditamos que os objetivos da pesquisa foram contemplados e uma visão sobre a história da Geometria Espacial auxiliada pelo software GeoGebra, num contexto de sala de aula, apresentado de forma diversificada contribui para uma possibilidade metodológica pautada pela criatividade tanto de quem ensina quanto de quem aprende. Isso ficou evidente a partir do depoimento dos professores, colaborando também com o pensamento de Durval (2008) segundo o qual os diferentes sistemas semióticos permitem uma diversificação de representações de um mesmo objeto, aumentando as capacidades cognitivas dos sujeitos. Isso porque, do ponto de vista cognitivo, nenhuma representação é completa em relação ao objeto que representa, ou seja, cada representação revela um determinado conceito, uma determinada propriedade, enfim, uma diferente característica. A mobilização e coordenação de vários registros de representação tornam-se importantes para que os objetos geométricos não venham a ser confundidos com suas representações e para que possam ser reconhecidos em cada uma delas. Desta forma, o conhecimento geométrico só é transformado em saber quando ocorre a mobilização espontânea pelos alunos, de distintos registros semióticos de um mesmo objeto matemático.

Uma sequência didática do conteúdo da geometria espacial pode ser realizada através de informações históricas e do GeoGebra, uma vez que essas tecnologias, ao permitir leituras, visualizações e construções tridimensionais, permite a construção de objetos para experimentação e exploração de conceitos dentro da geometria espacial, como recursos dinâmicos e interativos.

As análises das atividades dos professores colaboram com o pensamento de Alves e Borges Neto (2012) mostrando que a tecnologia pode afetar o processo de mediação no ensino de determinados tópicos, porém, seu uso de forma complementar enfatiza uma mudança dimensional, com o objetivo de identificar elementos de natureza qualitativa. Assim, a prática de sala de aula com



a utilização de aspectos relacionados à história da Geometria e auxílio do GeoGebra pelos participantes desta pesquisa sugere uma proposta de ensino relevante para melhorar a aprendizagem do aluno em geometria espacial, seja por meio do desenvolvimento da percepção e ou da visualização geométrica, podendo ser disseminada a partir dos depoimentos dos professores ao utilizar a tecnologia em foco, rompendo barreiras e obstáculos pré-existentes no processo de compreensão deste tema.

Por ultimo, a pesquisa apresentou algumas limitações no sentido de contemplar em parte a previsão de habilidades e competencias no campo da geometria indicadas pela BNCC. Não ficou evidente a relação do processo histórico com o uso de tecnologias modernas, os participante ao que parece, envolveu-se mais com a sintese formal do conteudo ao usar as ferramentas tecnologicas, relegando etapas da percepção e construção histórica da geometria. Contudo, os resultados sugerem que devemos insistir na ideia presente na BNCC em relacionar o processo historico de produção do conhecimento com as tecnologias da atualidade.

## REFERÊNCIAS

ALVES, F. R. V.; BORGES NETO, H. **Engenharia Didática para a exploração didática da tecnologia no ensino no caso da regra de L'Hospital**. Educação Matemática Pesquisa, v. 14, n. 2, p. 337-367, 2012

AUSUBEL, D. P. A aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel. São Paulo: Moraes, 1982.

BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. S. R.; GADANIDIS, G.. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: Sala de aula e internet em movimento**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016.

BOYER, C. B. **História da Matemática** - Tradução. São Paulo, Edgard Blucher, 1974.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 27 de agosto de 2023

DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012.

EVES, H. **Introdução à história da Matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas: Ed. da Unicamp, 2004.

GARBI, Gilberto Geraldo. **A rainha das ciências: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática**. 5 ed. São Paulo: editora livraria da física, 2010.

GRAVINA, M. A. **O potencial semiótico do GeoGebra na aprendizagem da Geometria: uma experiência ilustrativa**. Vidya, v. 35, p. 237-253, 2015.

GRAVINA, M. A. **Geometria Dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado**. In: Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, 7., 1996, Belo Horizonte, Anais... Belo Horizonte, 1996.

KESNKI, V. M. **Tecnologias e ensino presencial a distância** –Campinas, SP: Papyrus, 2003. –(Série Prática Pedagógica).KESNKI, V. M. Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação. Campinas, SP: Papyrus, 2007.

OLIVEIRA, M. T.; LEIVAS, J. C. P. (2017). **Visualização e Representação Geométrica com suporte na Teoria de Van Hiele**. *Ciência e Natura*, v. 39, n. 1, p. 108-117, 2017. Disponível em: <https://periodicos.ufsm.br/cienciaenatura/article/viewFile/23170/pdf>. Acesso em: 10 out. 2020.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da geometria: uma visão histórica**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas (SP), 1989. Disponível em <http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/252057>. Acesso em: 05 jul. 2020.

ROQUE, T; CARVALHO, J. B. P. **Tópicos de História da Matemática: Coleção Profmat: 2ª Edição (novo)Ano: 2019**

PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2017. BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

Plutarco: **As Vidas dos Homens Ilustres**, vol. 3, Editora das Américas, São Paulo, pp. 268 a 280. Edição em inglês na coleção "Great Books of the Western World" da "Enciclopedia Britannica Inc.", onde figura como vol. 14, pp. 252 a 255.