

EXPLORANDO NOÇÕES ALGÉBRICAS NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL POR MEIO DE UMA PRÁTICA PEDAGÓGICA

EXPLORING ALGEBRAIC NOTIONS IN THE EARLY YEARS OF ELEMENTARY EDUCATION THROUGH A PEDAGOGICAL PRACTICE

EXPLORANDO LAS NOCIONES ALGEBRAICAS EN LOS PRIMEROS AÑOS DE EDUCACIÓN PRIMARIA A TRAVÉS DE UNA PRÁCTICA PEDAGÓGICA

 <https://doi.org/10.56238/arev6n1-032>

Data de submissão: 28/12/2023

Data de publicação: 28/02/2024

Dayani Quero da Silva

Doutora em Educação Matemática

Instituição: Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)

E-mail: day_dayani@hotmail.com

RESUMO

Esse artigo apresenta uma prática pedagógica que teve por objetivo o de investigar e explorar noções algébricas de estudantes do quinto ano do Ensino Fundamental de uma instituição pública de ensino. Para isso, os movimentos da pesquisa aconteceram pautados em uma abordagem qualitativa e a abordagem de ensino de matemática escolhida, dentre as possíveis, foi a de Investigação Matemática, levando em consideração o seu potencial para a participação ativa dos estudantes e para uma aprendizagem mais significativa das noções em questão. As atividades que compõem a prática pedagógica foram pensadas a partir de uma abordagem intuitiva com vistas à formalização das noções algébricas e permitiam explorar padrões e recorrências. Com as informações obtidas a partir o desenvolvimento dessa prática pedagógica e do envolvimento dos estudantes, é possível inferir que a introdução contextualizada de noções algébricas, aliada a metodologias investigativas, pode oportunizar que os estudantes se mobilizem para produzirem seus conhecimentos em busca do desenvolvimento de um raciocínio mais generalizado e abstrato.

Palavras-chave: Educação Matemática. Investigação Matemática. Pensamento Algébrico.

ABSTRACT

This article presents a pedagogical practice aimed at investigating and exploring algebraic concepts among fifth-grade elementary school students at a public school. To this end, the research was guided by a qualitative approach, and the chosen mathematics teaching approach, among several possible, was Mathematical Inquiry, taking into account its potential for active student participation and more meaningful learning of the concepts in question. The activities that comprise the pedagogical practice were designed from an intuitive perspective, aiming to formalize algebraic concepts and allowing for the exploration of patterns and recurrences. Based on the information obtained from the development of this pedagogical practice and student engagement, it is possible to infer that the contextualized introduction of algebraic concepts, combined with investigative methodologies, can enable students to mobilize themselves to produce their knowledge, striving for the development of more generalized and abstract reasoning.

Keywords: Mathematical Education. Mathematical Research. Algebraic Thinking.

RESUMEN

Este artículo presenta una práctica pedagógica que tuvo como objetivo investigar y explorar conceptos algebraicos en estudiantes de quinto grado de primaria de una escuela pública. Para ello, la investigación se guió por un enfoque cualitativo, y el enfoque de enseñanza de las matemáticas elegido, entre los disponibles, fue la Indagación Matemática, considerando su potencial para la participación activa del alumnado y un aprendizaje más significativo de los conceptos en cuestión. Las actividades que componen la práctica pedagógica se diseñaron desde un enfoque intuitivo, orientado a formalizar conceptos algebraicos y permitir la exploración de patrones y recurrencias. Con base en la información obtenida del desarrollo de esta práctica pedagógica y la participación del alumnado, es posible inferir que la introducción contextualizada de conceptos algebraicos, combinada con metodologías de investigación, puede permitir a los estudiantes movilizarse para producir su conocimiento, buscando desarrollar un razonamiento más generalizado y abstracto.

Palabras clave: Educación Matemática. Indagación Matemática. Pensamiento Algebraico.

1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento do Pensamento Algébrico é um tema presente na atualidade em várias pesquisas nacionais e internacionais. O ensino e aprendizagem da álgebra dá destaque na motivação do estudante quanto à renovação do ensino. De tal forma, a álgebra ganha um lugar especial no currículo escolar atual no Brasil, principalmente na grade do Ensino Fundamental enfatizando a necessidade de formação de cidadãos conforme defendido por Gadotti e Romão (2004), D'Ambrósio (1996) e Morin (2004).

De acordo com esse fato, a aritmética ganhou novas configurações, de modo que, gradualmente, a Matemática passou a desenvolver um ramo denominado álgebra (Viola dos Santos, 2007). Para Eves (2004), o termo álgebra significa a ciência das equações e constitui-se de processos de generalizações aritméticas e geométricas que possibilitam ao homem várias ferramentas para resolver diversos problemas.

Struik (1989, p. 58) revela que a “história da Matemática registra, entre os babilônios, cerca de 2000 a.C., a existência de uma ‘aritmética transformada numa álgebra bem estabelecida’ proveniente do uso de escritas que se manifestavam vinculadas aos conceitos expressos por meio de ideogramas”.

Da Rocha Falcão (1993), menciona que “o estudo da Álgebra não está apenas relacionado com a manipulação de símbolos. O conhecimento algébrico é fundamental na resolução de problemas matemáticos, promove condições favoráveis para resolução de problemas, em que o emprego somente de estratégias pertencentes ao campo da Aritmética se mostra insuficiente”.

Dentre as pesquisas da Educação Matemática, no ano de 2000, o NCTM publicou “Principles and Standards for School Mathematics”, um documento orientador para os estudantes que revela como esses devem aprender matemática e de como esta deve ser aplicada na prática de sala de aula. NCTM aponta a álgebra como uma das cinco Normas de Conteúdo para a Matemática Escolar e ainda as habilidades que os estudantes devem desenvolver durante todo o processo de aprendizagem, são elas: compreender padrões, relações e funções; representar e analisar situações e estruturas matemáticas usando símbolos algébricos; usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas; analisar a variação em vários contextos (NCTM, 2000, p. 39).

Em análise dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (2001), encontra-se orientações para o ensino da álgebra focadas nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Assim, pode-se relatar que os estudantes, independentemente da idade, se lhes forem proporcionados, têm a competência de desenvolvimento do pensamento algébrico, granjeando base para uma aprendizagem algébrica rica em significados.

Freire (2007), aponta que, diante das dificuldades dos estudantes no ensino de álgebra, deveriam adiar o seu ensino, e defendiam a ideia de que estudantes de anos iniciais do Ensino Fundamental não tinham um nível de desenvolvimento intelectual adequado para desenvolver conceitos algébricos. Pesquisas como a de Lins e Gimenez (1997), contradizem tais apontamentos. Esses autores defendem que os conceitos algébricos devem ser estimulados já nos anos iniciais do Ensino Fundamental em conjunto com o ensino da aritmética.

Schiliemann, Carraher, Pendexter e Brizuela (1998) alegam que conceitos algébricos já podem ser introduzidos aos estudantes através de atividades e situações problemas para que, ao estudarem álgebra mais tarde, já estejam aptos para uma ampla compreensão simbólica e abstrata.

As Diretrizes Curriculares de Matemática do Paraná (2008) indicam que no Ensino Fundamental é necessário que haja articulação entre a álgebra e os números, de modo que o estudante: compreenda o conceito de incógnita; realize a escrita de uma situação problema na linguagem matemática; reconheça e resolva equações numéricas e algébricas, inequações, sistemas de equações; diferencie e realize operações com monômios, binômios, trinômios e polinômios; equações quadradas, biquadradas e irracionais.

Elas ainda orientam que o conceito de álgebra é muito abrangente e possui uma linguagem permeada por convenções diversas de modo que o conhecimento algébrico não pode ser concebido pela simples manipulação dos conteúdos abordados isoladamente. As Diretrizes Curriculares de Matemática do Paraná (2008) defendem uma abordagem pedagógica que os articule, na qual os conceitos se complementem e tragam significado aos conteúdos abordados.

Viola dos Santos (2007) declara que pesquisas têm apontado que crianças podem desenvolver o pensamento algébrico, bem como usar símbolos para generalizar relações aritméticas ou padrões geométricos, usar a noção algébrica para representar relação de funções e raciocinar algebraicamente desde os 9, 10 anos de idade. A ideia de tratar o conhecimento aritmético separado do algébrico, com o primeiro antecedendo o segundo, tira oportunidades de conhecimentos matemáticos para a resolução de problemas.

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) acreditam que a realização de atividades exploratório-investigativas - que visam levar os estudantes a pensar genericamente, perceber regularidades e explicitar essa regularidade por meio de estruturas ou expressões matemáticas, pensar analiticamente, estabelecer relações entre grandezas variáveis – pode ser uma alternativa poderosa para o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica do estudante. Segundo estes autores, a caracterização do pensamento algébrico requer a “[...] percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste a outros que não variam, tentativas de expressar ou explicitar a

estrutura de uma situação problema e a presença de processos de generalização". (FIORENTINI, MIORIM, MIGUEL, 1993, p. 87).

Fiorentini et al (2005) definem três fases para o desenvolvimento do pensamento algébrico: a pré-algébrica, em que o estudante usa casualmente um elemento considerado algébrico, mas ainda não o concebe como um número generalizado; a fase de transição, na qual o estudante concebe a existência de um número qualquer, fazendo algumas generalizações usando ou não símbolos, e o pensamento algébrico mais desenvolvido, em que o estudante concebe a existência de grandezas abertas ou variáveis dentro de um intervalo numérico, sendo capaz de expressar e operar com elas.

Ainda, afirmam que as atividades de investigação se apresentam como uma opção metodológica valorosa para o desenvolvimento do pensamento algébrico, uma vez que a utilização de atividades investigativas colabora para tornar a aprendizagem matemática mais significativa.

Ponte (2003) aponta que as atividades investigativas contemplam quatro momentos principais: a exploração e formulação de questões investigativas (ou situações problemáticas); a organização de dados e construção de conjecturas; a realização de testes e refinamento e sistematização das conjecturas; e a construção de justificativas, argumentações ou demonstrações, tendo em vista a validação dos resultados.

O trabalho de natureza não rotineiro, como as atividades de investigação, por exemplo, permite uma abordagem matemática que privilegia a dinamicidade dos conteúdos matemáticos, a percepção de suas conexões, o atendimento às características individuais dos estudantes, uma compreensão da natureza da atividade matemática, que se pauta na investigação. O conceito de investigação relaciona-se com a atividade que os matemáticos profissionais desenvolvem ao produzirem conhecimento. Deste modo, investigar tem como objetivo descobrir algo recorrendo a um processo, de alguma forma, sistemático (PORFÍRIO; OLIVEIRA, 1999).

Diante disso, a investigação matemática, como atividade de ensino e de aprendizagem

ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor (PONTE; BROCADÓ; OLIVEIRA, 2003, p. 23).

De tal forma, podemos ressaltar que ao fazer com a aula tenha o caráter investigativo, essa permite com que o estudante tenha a chance de atuar como personagem principal em prol da sua aprendizagem, escolhendo seus próprios caminhos.

2 DESENVOLVIMENTO DE UMA PRÁTICA PEDAGÓGICA

No decorrer de estudos teóricos, percebeu-se a grande dificuldade em encontrar pesquisas relacionadas ao pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental. E devido a isso, escolheu-se trabalhar do quinto ano.

A turma em que foi realizada a experiência foi escolhida por meio do contato direito com a professora da turma, haja vista que esta trabalha com projetos de diversas áreas no decorrer de suas aulas. Ao ser mencionada a ideia de se aplicar uma atividade cujo objetivo era o desenvolvimento do pensamento algébrico daqueles determinados estudantes, foi grande a motivação dela em ceder suas aulas para a realização de tal pesquisa.

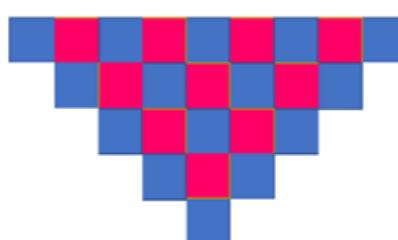
Em primeiro instante, foi elaborada uma atividade de investigação matemática, com intuito de que os estudantes, através dessa, conseguissem expressar algumas noções algébricas. Não era esperado, desde o início, a formalização por meio de símbolos, mas sim, a compreensão do problema.

Antes da atividade ser apresentada aos estudantes, foi validada pela professora da turma, que em seu diálogo, acabou desmotivando a pesquisa, já que acreditava que seus estudantes, diante de todas as dificuldades, não conseguiram tamanho êxito esperado na realização da atividade investigativa. Mesmo com seu receio, prosseguiu-se com a ideia da aplicação, mencionando que, qualquer resultado obtido desde a participação até o desenvolvimento da atividade pelos seus estudantes já era de grande importância.

Para a realização da proposta pedagógica, os estudantes do quinto ano do Ensino Fundamental foram organizados em grupos. A partir disso, foi entregue aos estudantes uma atividade (Figura 1) e foram informadas as intenções para com essa, e foi pedido para que os estudantes fizessem uma leitura inicial da atividade e registrassem, de forma completa, todo o procedimento que utilizariam para resolver a atividade.

Figura 1: Atividade.

Um pedreiro está forrando de azulejos a parede de um banheiro. Ele está usando azulejos azuis e rosa e colocou no centro da parede o seguinte desenho, com a intenção de ampliá-lo para cima até a 10^a fila:



Fonte: adaptada de Krulick e Rudnick (2005, p. 16)

Com a intenção de tornar o entendimento mais fácil, foi proposta uma nova leitura da atividade antes de prosseguir com a realização desta. Após isso, segundo as orientações da abordagem de ensino de matemática Investigação Matemática, os estudantes foram questionados se apresentaram alguma dificuldade de entendimento da atividade e uma das respostas colhidas por meio de anotações da professora da turma com o consentimento dos responsáveis pela escola, foi a tal:

Grupo 1: Professora, nós entendemos que temos que continuar desenhandos os quadradinhos até chegar na fila 10.

Partindo dessa constatação, foi pedido que os estudantes expusessem ideias de como continuar o desenho apresentado. E, a partir disso, os estudantes começaram a participar ativamente das discussões, dando voz às ideias.

Estudante 1: Ah, professora! Agente pode desenhar no caderno e pintar, igualzinho a foto que você deu aqui pra gente.

Estudante 2: Eu posso, se você deixar professora, desenhar no quadro, com giz colorido, até a fila 10.

Como o objetivo era que cada grupo desenvolvesse sua atividade para análise de quatro resultados, prosseguiu-se a aplicação da atividade com cada grupo, desenhandos em seus respectivos cadernos, as fileiras necessárias.

A pesquisadora não deixou de ressaltar que, para que eles conseguissem êxito no desenho era necessária uma observação peculiar da figura.

Durante a espera da representação da figura em seus cadernos, mais um estudante expos sua dúvida.

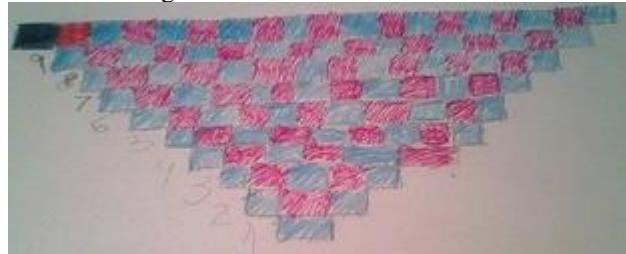
Estudante 3: Professora, eu tive uma ideia, e se a gente pegar o desenho e copiar igual em cima vamos ter 10 filas?

Então, foi necessária uma intervenção mais direcionada aos desenhos, ressaltando que o pedreiro não iria no meio da parede, era preciso começar o desenho novamente e seguir o que ele já havia apresentado. E, ainda, que se o pedreiro somente copiasse o desenho acima das 5 filas já dadas a parede ia ficar uma parte sem azulejos. E partir disso, outro estudante comentou:

Estudante 4: Agora ficou fácil! Eu tenho que continuar o desenho, e se ele tá repetindo um azulejo azul e um rosa, tenho que continuar assim, aumento em cada fila dois azulejos.

Depois do posicionamento do estudante 4, os outros grupos começaram a explorar e discutir seus entendimentos, mostrando através dos desenhos que haviam compreendido a atividade proposta até o momento.

Figura 2: Desenho das 10 fileiras.



Fonte: autoria própria

Os quatro grupos concluíram corretamente a etapa de desenho das 1º fileiras. A partir disso, foi pedido para que registrassem os resultados obtidos na tabela (Figura 3).

Figura 3: Desenho das 10 fileiras.

Observando o desenho e sabendo que o pedreiro vai ampliá-lo até a 10ª fila preencha a tabela.

FILA	■■■	■■■	■■■ + ■■■	TOTAL DE AZULEJOS NA FIGURA
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
.				
.				
.				
n				

Fonte: adaptada de Krulick e Rudnick (2005, p. 16)

Quando foi entregue a tabela, alguns estudantes já questionaram o que deveriam fazer com ela e um ponto interessante foi que um deles respondeu aos demais colegas.

Estudante 5: Ué, é só colocar o número de quadradinhos em cada linha.

Houve outra intervenção, outro estudante perguntou:

Estudante 6: Mas, tem muitos quadradinhos para serem preenchidos, como vamos contar?

O estudante 5 respondeu mais uma vez corretamente.

Estudante 5: Você tem que olhar o que o desenho está mostrando, tem um de azulejos azuis, outro de rosa, e o azul mais o rosa.

Foi surpreendente a maneira com que esse estudante explicou, já que a professora da turma e a responsável não esperavam uma resposta tão correta ainda no início do preenchimento da tabela. A figura 4, mostra o resultado de um dos grupos, o qual foi dentro do esperado.

Figura 4: Tabela preenchida por um dos grupos.

FILA					TOTAL DE AZULEJOS NA FIGURA
1	1	0	1	1	1×1
2	2	1	3	4	2×2
3	3	2	5	9	3×3
4	4	3	7	16	
5	5	4	9	25	
6	6	5	11		
7	7	6	13		
8	8	7	15		
9	9	8	17		
10	10	9	19		
.					
.					
.					

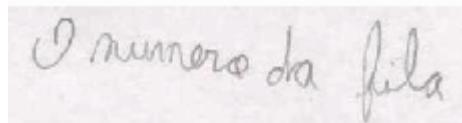
Fonte: autoria própria

Com o preenchimento da tabela, é possível perceber que o número de azulejos azuis correspondia ao número da fila, o número de azulejos rosa ao número da fila menos uma unidade, o total de azulejos era representado pela sequência dos números ímpares.

A partir daí, foi entregue um questionário com três perguntas para análise das informações da tabela.

Pergunta 1 - Considerando a fila n qual será o número de azulejos azuis?

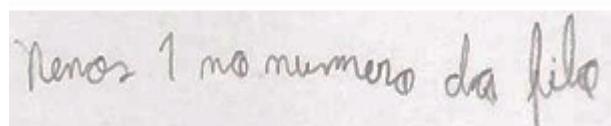
Figura 5: Registro de um grupo.



Fonte: autoria própria

Pergunta 2 - E o número de azulejos rosas?

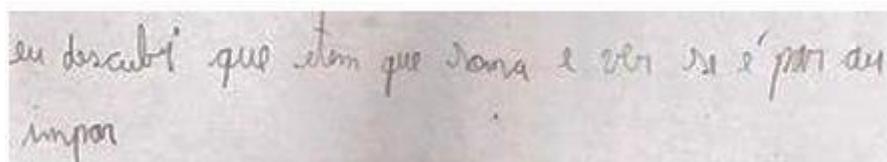
Figura 6: Registro de um grupo.



Fonte: autoria própria

Pergunta 3 - Para saber o número total de azulejos de qualquer fila qual procedimento devo usar?

Figura 7: Registro de um grupo.

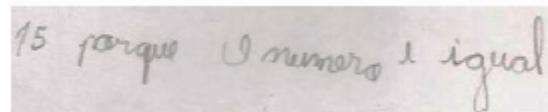


Fonte: autoria própria

E ainda, foi proposto um desafio: Com a obra quase pronta, foi pedido ao pedreiro que ele continuasse até a 15º fila. Com base nas tabelas e nas observações, responda as seguintes questões:

1. Quantos azulejos azuis terá na fila 15?

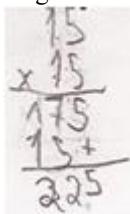
Figura 8: Registro de um grupo.



Fonte: autoria própria

2. Quantos azulejos são necessários no total para desenhar as 15 filas?

Figura 9: Registro de um grupo.



A handwritten multiplication problem on a piece of paper. The problem is 15 multiplied by 15. The result is 225. The numbers are written in a cursive style, with a horizontal line separating the factors from the product.

Fonte: autoria própria

Durante a realização da atividade, procurou-se atender todas as dúvidas apresentadas pelos estudantes, afim de que esses conseguissem realizar a prática pedagógica proposta com êxito. Os estudantes, em sua maioria, conseguiram surpreender com seus corretos desenvolvimentos. Todos os grupos, em geral, entenderam o que era preciso realizar e que também poderiam fazer os registros da atividade com suas próprias palavras e entendimentos. Quando alguns dos colegas apresentavam dúvidas, os companheiros dos grupos que já haviam entendido, estavam dispostos a interagir e dialogar sobre a atividade.

3 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

A prática pedagógica teve como objetivo o de investigar e explorar noções algébricas de estudantes do quinto ano do Ensino Fundamental de uma instituição pública de ensino. A partir de seu desenvolvimento, a professora indicou que notou que esse tipo de ação precisa fazer parte de seu planejamento e que precisa acontecer em sala de aula de matemática, e reforçou que acreditava que não funcionaria.

É interessante um olhar para a atitude participativa e reflexiva da professora, o qual pode indicar que outras práticas pedagógicas poderão ser pensadas e aplicadas nessa turma a fim de que sejam oportunizados aos estudantes outros momentos de explorar padrões e recorrências, mesmo sem realizar generalizações, em uma construção até a formalização de noções algébricas.

Com as informações obtidas a partir o desenvolvimento dessa prática pedagógica e do envolvimento dos estudantes, é possível inferir que a introdução contextualizada de noções algébricas, aliada a metodologias investigativas, pode oportunizar que os estudantes se mobilizem para produzirem seus conhecimentos em busca do desenvolvimento de um raciocínio mais generalizado e abstrato.

REFERÊNCIAS

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 2001.

DA ROCHA FALCÃO, J. T. A Álgebra como ferramenta de representação e resolução de problemas. IN: SHILLIEMAN, A.D.; CARRANHER, D.W.; SPINILLO, A.G.; MEIRA, L.L.; DA ROCHA FALCÃO, J.T. (orgs) Estudos em Psicologia da Educação Matemática. Recife: Ed. Universitária da UFPE, 1993.

D'AMBROSIO, U. Educação matemática: da teoria à prática. Campinas/SP: Papirus, 1996. EVES, H. Introdução à história da matemática. Campinas – São Paulo: Unicamp, 2004.

FIORENTINI, D. A Formação Matemática e Didático-Pedagógica nas Disciplinas da Licenciatura em Matemática. Revista de Educação da PUC. Campinas, PUC, nº. 18, p.107-115, 2005.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M.A; MIGUEL, A. Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar. Proposições, v. 4, n.1, Campinas, p.78-90, 1993.

FREIRE, R.S. Objetos de aprendizagem para o desenvolvimento do pensamento algébrico no Ensino Fundamental. 2007. 132 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Ceará. 2007.

GADOTTI, M.; ROMÃO, J.E. Autonomia da escola: princípios e propostas. 6. ed. São Paulo: Cortez, 2004.

KRULIK, S.; RUDNICK, J. Problem-Driven Math: applying the mathematics beyond solutions. Chicago: McGraw-Hill, 2005.

LINS, R.C.; GIMENEZ, J. Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI. Campinas, SP: Papirus Editora. 1997.

MORIN, E. A cabeça bem-feita: repensar a reforma, reformar o pensamento. Tradução de Eloá Jacobina. 9. ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2004.

NCTM. Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: NCTM., 2000.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. Diretrizes Curriculares de Matemática para Educação Básica. Curitiba: SEED, 2008.

PONTE, J. P.; BROCADÓ, J.; OLIVEIRA, H. Investigações Matemáticas na Sala de Aula. Belo Horizonte: Autêntica, 149p, 2003.

PONTE, J.P. Investigar, Ensinar e Aprender. Actas do ProfMat, (CD-ROOM, p. 25 39). Lisboa: APM, 2003.

PORFÍRIO, J., OLIVEIRA, H. Uma reflexão em torno das tarefas de investigação. In: ABRANTES, J. P.; PONTE, H.; Fonseca, & L. Brunheira (Eds.), Investigações matemáticas na aula e no currículo. Lisboa: Projecto MPT e APM, p. 111-118, 1999.

SCHLIEMANN, A.D., CARRAHER, D.W., PENDEXTER, W., & BRIZUELA, B. Solving Algebra Problems before Algebra Instruction. Paper presented at the Second Early Algebra Meeting, Tufts University/UMass-Dartmouth, 1998.

STRUJK J. D. História Concisa das Matemáticas. Lisboa, Portugal, Gradiva, 1989.

VIOLA DOS SANTOS, J.R. O que alunos da Escola Básica mostram saber por meio de sua produção escrita em matemática. 2007. 114 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina. 2007.