

**UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ESTUDO CONCEITUAL DE FRAÇÕES  
COM USO DE MATERIAIS MANIPULÁVEIS**

**A TEACHING SEQUENCE FOR THE CONCEPTUAL STUDY OF FRACTIONS  
USING MANIPULABLE MATERIALS**

**UNA SECUENCIA DE ENSEÑANZA PARA EL ESTUDIO CONCEPTUAL DE LAS  
FRACCIONES UTILIZANDO MATERIALES MANIPULABLES**

 <https://doi.org/10.56238/arev7n8-107>

**Data de submissão:** 13/07/2025

**Data de publicação:** 13/08/2025

**Vanessa da Silva Chaves de Moraes**

Doutora em Ensino de Matemática

Instituição: Universidade Franciscana (UFN)

E-mail: vscvanessa@yahoo.com.br

**Janilse Fernandes Nunes**

Graduada em Pedagogia

Instituição: Centro Universitário Franciscano (UNIFRA)

E-mail: Janilse.nunes@pucrs.br

**Jean Oliver Linck**

Doutorando em Artes Visuais

Instituição: Universidade Federal de Santa Maria (UFSM)

E-mail: jeanoliverlinck@hotmail.com

**Adriana Yokoyama**

Doutora em Estudos Literários

Instituição: Universidade Federal de Santa Maria (UFSM)

E-mail: adrianayokoyamaa@gmail.com

**Dionéia Migotto**

Mestre em Matemática Aplicada

Instituição: Universidade Federal de Santa Maria (UFSM)

E-mail: dioneiamigotto85@gmail.com

**Mirian Laisa Paul**

Graduada em Pedagogia

Instituição: Universidade Luterana do Brasil (ULBRA)

E-mail: laise.moa@gmail.com

**RESUMO**

Nesta pesquisa qualitativa, investigou-se o uso de materiais manipuláveis como ferramenta para a introdução do conceito de fração. As atividades foram desenvolvidas com 91 alunos do Ensino Fundamental de uma Escola da rede federal no município de Santa Maria, RS. A partir das atividades desenvolvidas, pretendeu-se analisar se os materiais manipuláveis contribuíram para o aprendizado dos alunos despertando habilidades de formar conceitos matemáticos sobre os racionais, compreender

a representação geométrica e relacionar a situações vinculadas ao dia a dia. Os resultados obtidos foram analisados a partir das observações seguindo as etapas da Engenharia didática. Na atividade aqui descrita, notou-se que a maior parte dos alunos teve um aproveitamento significativo nas avaliações realizadas e nas atividades posteriores e, em especial, apreciaram a realização das atividades, a manipulação dos materiais e a possibilidade de interação com os colegas.

**Palavras-chave:** Frações. Engenharia Didática. Materiais Manipuláveis.

### **ABSTRACT**

In this qualitative research, the use of manipulatives as a tool for introducing the concept of fractions was investigated. The activities were carried out with 91 elementary school students from a federal school in the municipality of Santa Maria, RS, Brazil. Based on the activities developed, the aim was to analyze whether the use of manipulatives contributed to student learning by fostering skills related to the formation of mathematical concepts involving rational numbers, understanding geometric representations, and connecting them to everyday situations. The results were analyzed through observations following the stages of Didactic Engineering. In the activity described here, it was observed that most students achieved significant progress in the assessments and subsequent tasks, and particularly enjoyed carrying out the activities, manipulating the materials, and interacting with their peers.

**Keywords:** Fractions. Didactic Engineering. Manipulatives.

### **RESUMEN**

Esta investigación cualitativa investigó el uso de materiales manipulativos como herramienta para introducir el concepto de fracciones. Las actividades se desarrollaron con 91 estudiantes de primaria de una escuela federal del municipio de Santa María, RS. Con base en las actividades, el objetivo fue analizar si los materiales manipulativos contribuían al aprendizaje de los estudiantes, fomentando habilidades para la formación de conceptos matemáticos sobre números racionales, la comprensión de la representación geométrica y su relación con situaciones cotidianas. Los resultados obtenidos se analizaron con base en observaciones siguiendo los pasos de la Ingeniería Didáctica. En la actividad aquí descrita, se observó que la mayoría de los estudiantes tuvieron un desempeño significativo en las evaluaciones y actividades posteriores. Disfrutaron especialmente de las actividades, la manipulación de los materiales y la oportunidad de interactuar con sus compañeros.

**Palabras clave:** Fracciones. Ingeniería Didáctica. Materiales Manipulativos.

## 1 INTRODUÇÃO

O grande desafio do profissional que ensina Matemática na atualidade está na proposta de um trabalho que propicie ao aluno o desenvolvimento da capacidade de aprender e compreender o mundo em que vive, atuando de forma crítica e participativa. Essa preocupação se evidencia nas diferentes propostas apresentadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

Segundo os PCN (BRASIL, 1998, p. 21),

[...] a sociedade brasileira demanda uma educação de qualidade, que garanta as aprendizagens essenciais para a formação de cidadãos autônomos, críticos e participativos, capazes de atuar com competência, dignidade e responsabilidade na sociedade em que vivem e na qual esperam ser atendidas suas necessidades individuais, sociais, políticas e econômicas. (BRASIL, 1998, p. 21),

Entretanto, para que este processo seja pleno e satisfatório, faz-se necessário um olhar atento sobre a aprendizagem do aluno e um objetivo bem definido para o ensino, direcionado ao aluno que se quer formar. A partir da reflexão de sua prática pedagógica e dos resultados que os alunos estão apresentando na aprendizagem escolar é que o educador perceberá a necessidade de mudar sua metodologia em sala de aula.

Para isso, é necessária a busca de novas metodologias e recursos didáticos com o objetivo de tornar o ensino de Matemática contextualizado, ou seja, trabalhar com situações práticas relacionadas com problemas do cotidiano do aluno. Todavia, antes de aplicar a proposta didática em sala de aula, é necessário refletir sobre que tipo de educação se quer, que homem, que sociedade, que escola se deseja construir.

O uso de materiais manipuláveis pode ajudar a reforçar a proposta de ensino que escolhermos, visto que permite superar o ensino pronto e acabado, exposto por meio de regras e “macetes”, por atividades que fazem o aluno descobrir os conceitos em um ambiente prazeroso e em interação com os colegas. Mas o educador precisa verificar o que os alunos conhecem sobre conteúdos já ensinados, para que possa refletir sobre o nível de dificuldade dos tópicos a serem ensinados e elaborar estratégias de ensino para o acompanhamento e a evolução individual e coletiva dos estudantes.

A motivação para esse projeto surgiu através de práticas em sala de aula com alunos de 6º ano no estudo de operações com frações. À medida que os estudantes se deparavam com novas situações-problema envolvendo essas operações, surgia a dificuldade em identificar a operação adequada a cada situação.

Segundo as Lições do Rio Grande (RIO GRANDE DO SUL, 2009, p.56-57), ao sugerir a proposta de uma sequência ordenada de situações de aprendizagem para 5<sup>a</sup> e 6<sup>a</sup> séries (6º e 7º anos),

As situações de aprendizagem propostas proporcionam que o aluno, ao construir os conceitos matemáticos, possa discutir confrontar, selecionar e expor oralmente e por escrito ideias relevantes, fazer comparações e inferências, através da leitura, buscar informações e registrá-las, bem como suas hipóteses e conclusões, na concepção de que a aprendizagem se dá e se consolida pela resolução de problemas. [...] Os números fracionários, os números decimais e os cálculos simples de porcentagem são apresentados a partir do Sistema Monetário, partindo de situações do cotidiano, explorando os conhecimentos prévios dos alunos. (RIO GRANDE DO SUL, 2009, p.56-57)

A partir dessa reflexão, considerou-se a importância do conhecimento prévio – conteúdos já estudados - que servem como suporte para um novo saber. Em vista disso, acredita-se que o ensino de Matemática deve ser trabalhado não somente com situações práticas do cotidiano, mas também por meio de práticas educativas, com planejamento, metodologia e recursos didáticos apropriados, que venham desenvolver no aluno o raciocínio-lógico, a coerência e a compreensão das operações básicas.

Conforme Gigante, Silva e Santos (RIO GRANDE DO SUL, 2009, p. 38),

Desenvolver o pensamento lógico-matemático é comparar, classificar, ordenar, corresponder, é estabelecer todo o tipo de relações entre objetos, ações e fatos, entre conjuntos, entre elementos de conjuntos. Assim, na essência da própria Matemática está o conceito de relação que a estrutura e que se expressa na fala, na escrita e em diferentes representações. O pensamento aritmético desenvolve-se, inicialmente, a partir da necessidade da contagem, da ordenação, da construção do Número Natural e dos sistemas de numeração, especialmente o decimal, que se amplia na compreensão do significado das operações, as quais, por sua vez, definem-se a partir da resolução de problemas. Da necessidade de medir, amplia-se o campo numérico com os números fracionários em suas diferentes formas (os fracionários e os decimais), que expressam medidas, razões, relações de proporcionalidade. (RIO GRANDE DO SUL, 2009, p. 38),

## 2 DESENVOLVIMENTO

### 2.1 O USO DE MATERIAIS MANIPULÁVEIS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Clements e McMillen (1996) questionam as expressões “concreto” e manipulável”, ao se referirem a materiais que auxiliam a aprendizagem. Segundo eles, “concreto” não pode simplesmente ser igualado a “manipulável”. Não se pode ter certeza de que o aluno vê a mesma coisa que seu professor ao olhar para um material “concreto”, como o material dourado, por exemplo, pois o professor já sabe quais conceitos matemáticos estão associados ao uso desse recurso.

Os autores também comentam que as ações físicas sobre certos materiais manipuláveis podem sugerir ações mentais diferentes das que o professor gostaria que seus alunos aprendessem, pois não carregam o significado da ideia matemática.

Como há diferenças entre as expressões “material manipulável” e “material concreto”, buscou-se o significado de “manipular” no dicionário Houaiss (HOUAISS; VILLAR, 2009, p. 485), o qual explica que o ato de manipular refere-se a “preparar, acionar ou controlar com as mãos”. Visto que os materiais com os quais vamos trabalhar permitem aos alunos essas ações com as mãos, optamos pelo uso da expressão “material manipulável”.

Batista e Spinillo (2008) comentam que a ideia por trás do material é que torna sua manipulação um fator-chave no processo de uso. As autoras ainda questionam a separação entre o caráter de manipulação e o de representação, associados ao material concreto. Segundo elas, objetos tais como jarros, flores e fichas, apesar de manipuláveis e concretos, são de natureza distinta:

A hipótese é de que material concreto com uma relação clara e definida com os referentes das quantidades presentes no enunciado dos problemas (carrinhos e caixas, jarros e flores) auxiliaria na resolução mais do que material concreto indefinido, cuja relação com os referentes não é evidente (fichas plásticas). A idéia por trás dessa hipótese é que não é apenas o caráter manipulativo dos objetos que facilitaria a resolução de problemas, mas o fato do material concreto apresentar uma relação definida com os referentes das quantidades presentes no enunciado do problema. (BATISTA; SPINILLO, 2008, p. 15).

Nacarato (2004-2005, p. 1), ao revisar a origem do uso de materiais manipuláveis no ensino, no século XIX, e o seu aparecimento no Brasil, comenta que “o incentivo à utilização de materiais manipuláveis se faz presente na maioria dos atuais livros didáticos e, talvez, em decorrência disso, o professor venha incorporando um discurso sobre a sua importância”.

A autora enfatiza o fato de que a discussão sobre a importância do uso de materiais manipuláveis foi sobrepujada, nos últimos anos, pelo debate sobre o emprego de resolução de problemas, modelagem matemática, uso de jogos, entre outros tópicos. No entanto, o professor, muitas vezes sem recursos em suas escolas, lida com livros didáticos que apresentam muitas ilustrações de materiais que esse professor não conhece e nem sabe utilizar. Assim, Nacarato (2004-2005) aponta alguns equívocos que tem observado no uso de manipuláveis, tais como: falta de interação do aluno com o material; perda de tempo com solicitação de que o aluno desenhe peças do material que lhe é apresentado.

Nacarato (2004-2005, p. 5) concluiu que “nenhum material didático – manipulável ou de outra natureza – constitui a salvação para a melhoria do ensino de Matemática. Sua eficácia ou não dependerá da forma como o mesmo for utilizado”.

As frações começam a ser ensinadas para alunos de 4º ano do ensino fundamental. Segundo a análise em livros da série, os números fracionários são abordados por meio da representação geométrica, sendo apresentados como parte de um todo. Se considerarmos que a fração é um número,

independente de ser uma parte do todo, o uso do material concreto como recurso didático pode não garantir a compreensão e o significado do que seja fração.

Considerando, também, as diferenças individuais, a faixa etária e hábitos de estudo dos alunos com os quais esta pesquisa é desenvolvida, surgiu a preocupação de como motivá-los e levá-los a aprender de maneira prazerosa e satisfatória. Para cumprir o desafio de ensinar a Matemática de modo que o aluno participe ativamente do processo da construção do conhecimento e compreenda o significado do que está aprendendo, faz-se necessário a reflexão sobre as dificuldades encontradas. É importante que o aluno entenda o significado das técnicas e os algoritmos, para que possa desenvolver habilidades para a interpretação de problemas, por exemplo.

É importante ter bem claros os motivos que nos levam a usar determinado material. Conforme Lorenzato (2006, p. 18),

O professor deve perguntar para que vai usar o material:[...] para apresentar assunto, para motivar os alunos, para auxiliar a memorização de resultados, para facilitar a redescoberta pelos alunos? São as respostas a essas perguntas que facilitarão a escolha do MD [material didático] mais conveniente à aula. (Lorenzato, 2006, p. 18),

Com esta pesquisa, pensou-se em levar os discentes a uma aprendizagem das frações através da curiosidade, dos desafios e da manipulação de recursos didáticos diferenciados, propiciando a interação, a reflexão, o desenvolvimento do raciocínio lógico e a internalização de conhecimentos, ao invés da simples memorização. Dessa forma, para motivar o interesse e as condições necessárias para a formação dos conceitos matemáticos sobre os racionais, as atividades de ensino podem ser desenvolvidas a partir da ludicidade, mais especificamente por meio de materiais manipuláveis. Com a utilização desse tipo de materiais, espera-se que o aluno possa investigar, explorar sozinho e com seus colegas, procurando formalizar o abstrato a partir da manipulação. Assim, pode-se trabalhar com recortes, quebra-cabeças, jogos e outros materiais que possam ser tocados e movidos de um lado para o outro, o que dá aos alunos maneiras concretas para resolverem problemas sobre operações com frações.

### **3 ANÁLISES PRÉVIAS**

Neste item, são abordadas as dimensões indicadas por Artigue (1996) para a realização das análises prévias. Em primeiro lugar, quanto ao saber em jogo, abordadas as concepções de fração e aspectos de seu ensino. Em segundo lugar, quanto às características do sistema de ensino, é feita uma breve análise da apresentação do conteúdo de frações em livros didáticos e uma caracterização da escola na qual será desenvolvido o projeto. A dimensão cognitiva, associada aos alunos participantes,

será abordada por meio de teste aplicado aos alunos, já na fase das atividades realizadas, consubstanciando uma retomada das análises prévias.

A partir de uma revisão histórica sobre o surgimento das frações, nota-se que, com a evolução humana, as primeiras considerações resultaram das atividades do cotidiano dos povos da antiguidade.

O número fracionário surgiu por volta de 3000 a. C. no Antigo Egito, pela necessidade de realizar medições de terras devido às inundações ocorridas anualmente no período de junho a setembro às margens do Rio Nilo. As demarcações dos lotes de terras eram realizadas por “esticadores de corda” (ou agrimensores), sendo realizada observando quantas vezes uma unidade de medida estava contida no lote de terra. Devido à medida nem sempre resultar em um número inteiro, houve a necessidade de um novo conceito de número, denominado número fracionário. (CAJORI, 2007).

Com o surgimento das frações, houve a necessidade de representá-las. Inicialmente, os egípcios utilizavam frações unitárias, pois interpretavam a fração somente como uma parte da unidade. As frações unitárias eram representadas por um sinal oval alongado sobre o denominador.

Cajori (2007, p. 37), quando descreve o modo como os egípcios trabalhavam com as frações, afirma:

O papiro de Ahmes contém informações importantes [...] Seus métodos de operação eram, obviamente, bem diferentes dos nossos. As frações foram um assunto de grandes dificuldades para os antigos. Mudanças simultâneas no numerador e no denominador eram evitadas. Ao manipular as frações, os babilônicos mantinham o denominador (60) constante. Os romanos, também faziam o mesmo, mas no caso deles, com o valor 12. Os egípcios e os gregos, por outro lado, mantinham o numerador constante, e trabalhavam com denominadores variáveis. Ahmes usava o termo “fração” num sentido restrito, pois ele o aplicava somente às frações unitárias, ou seja, frações com denominador constante e igual a um. O costume era escrever o denominador com um ponto em cima. Frações que não podiam ser expressas com o numerador um eram escritas desdobradas na soma de frações de numerador um. Assim escreviam  $\frac{1}{3} \frac{1}{15}$  no lugar de  $\frac{2}{5}$ . Embora Ahmes soubesse que  $\frac{2}{3}$  fosse igual a  $\frac{1}{2} \frac{1}{6}$ , ele curiosamente deixava  $\frac{2}{3}$  aparecer entre as frações unitárias e até adotava para esta particular fração um símbolo especial. (CAJORI, 2007, p. 37)

### 3.1 OS DIFERENTES SIGNIFICADOS DE UM NÚMERO FRACIONÁRIO

As frações estão presentes em diversos momentos do nosso cotidiano e, em geral aparecem em situações muito simples, como “meia xícara de café” e “meio quilo de arroz”, por exemplo. Se o professor fosse adequar as frações estritamente a situações simples da vida diária dos alunos, teria muito pouco para trabalhar. Um número mesmo fracionário pode ter diferentes significados, como por exemplo, a fração  $\frac{1}{2}$ , por sua vez, pode ser interpretada como metade de um bilhete de entrada para

o cinema e também como porcentagem (50% do valor do bilhete); pode ser representada como 0,50, quando podemos entender como valor monetário; também como uma proporção de 1 está para 2, ou seja, se relacionarmos esta situação a questões de uma avaliação, podemos afirmar que, a cada 2 questões resolvidas, uma está errada.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2000) apontam obstáculos enfrentados pelos alunos na aprendizagem dos números racionais. Entre eles, são citados: o faro de que cada racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) escritas; a comparação entre racionais, pois, estando os estudantes acostumados a trabalhar com naturais, é difícil aceitar, por exemplo, que  $1/3 < 1/2$  ou que  $2,4 > 2,1234$ ; a dificuldade de compreender que não tem sentido falar em sucessor de um racional, já que entre dois racionais sempre existe outro racional. O mesmo documento ainda aponta que, estando acostumados a usar, na linguagem cotidiana, apenas expressões como metade, terço ou quarto, os alunos têm dificuldades em entender as diferentes representações dos números racionais.

Vários autores têm citado os diferentes significados dos números racionais. Nos PCN (BRASIL, 2000), são mencionados os seguintes significados: relação parte-todo, quociente, razão ou operador. Ainda que o significado parte-todo seja o mais empregado no Ensino Fundamental, o documento aponta também o significado de quociente, comentando que esse significado se diferencia do anterior “pois dividir um chocolate em 3 partes e comer 2 dessas partes é uma situação diferente daquela em que é preciso dividir 2 chocolates para 3 pessoas. No entanto, nos dois casos, o resultado é representado pela mesma notação:  $2/3$ .” (p.103).

Os PCN ainda apontam uma terceira situação, diferente das duas anteriores: “ aquela em que a fração é usada como uma espécie de índice comparativo entre duas quantidades e uma grandeza, ou seja, quando é interpretada como razão” (BRASIL, 2000, p. 103). O significado de operador aparece quando a fração “desempenha um papel de transformação, algo que atua sobre uma situação e a modifica”. (Ibid., p. 104).

Allevato e Onuchic (2007, p. 2) quando tratam em seu texto sobre as “diferentes personalidades” dos números racionais, afirmam:

As diferentes personalidades que os números racionais podem assumir constituem campos semânticos distintos. Para compreender o significado dos “números racionais” é preciso considerar a teoria matemática à qual eles estão submetidos, a classe de situações do mundo real a que eles se aplicam, e as relações entre a teoria e estas situações. (ALLEVATO E ONUCHIC, 2007, p. 2)

Segundo essas autoras, as diferentes “personalidades” são:

- a) Ponto racional: esse significado aparece quando tomamos a reta numérica e, ao associar cada número real a um ponto da reta, cada racional é associado a um determinado ponto e reciprocamente. Por exemplo, se tomarmos o racional  $\frac{4}{7}$ , ele corresponde a um único ponto da reta e se o aluno divide 4 por 7 para obter um decimal aproximado (0,57) e saber onde indicar o ponto da reta, esse ponto não corresponde ao racional  $\frac{4}{7}$ , pois 0,57, que pode ser escrito como  $\frac{57}{100}$  não é uma fração equivalente a  $\frac{4}{7}$ .
- b) Quociente: o racional tem o significado de quociente quando resulta da divisão em partes iguais de um determinado número de objetos entre um certo número de elementos. Por exemplo, dividir 4 barras de chocolate entre 7 crianças,  $\frac{4}{7}$  é a quantidade de chocolate que cada uma vai receber.
- c) Fração ou relação parte-todo: nesse caso, o denominador indica em quantas partes foi dividido o todo e o numerador indica quantas partes foram tomadas daquele todo.
- d) Operador: um número racional é entendido como operador se ele representa uma ação que é feita sobre um número. Por exemplo, se dissermos que 14 alunos foram passear e destes,  $\frac{4}{7}$  já voltaram à sala de aula, temos que multiplicar  $\frac{4}{7}$  por 14 para saber quantos alunos estão em aula
- e) Razão: o significado “razão” indica uma comparação entre grandezas. Um problema clássico, apresentado por Allevato e Onuchic (2007) e também por Merlini (2005) consiste em tomar duas jarras que contém misturas diferentes de dois produtos (por exemplo, água e concentrado de laranja) e pedir aos alunos que indiquem a razão entre os dois produtos na mistura resultante. Allevato e Onuchic (2007, p. 8) consideram que

[...] o conceito de razão é relevante porque fundamenta o conceito de proporcionalidade [...] e da proporcionalidade derivam outros importantes conceitos e conteúdos: regras de três, divisão em partes proporcionais, misturas, porcentagem, descontos, taxas, escala, estimativas populacionais, variação direta, variação inversa, razões trigonométricas, semelhança de triângulos e probabilidades. (ALLEVATO E ONUCHIC, 2007, p. 8)

Behr et al. (1983) também apresentam os diferentes significados dos racionais, em texto que vem sendo citado por muitos autores que investigam o ensino e a aprendizagem de frações. Para eles, há quatro significados – medida (ou parte-todo), quociente, razão e operador – cada um deles proporcionando uma diferente experiência quantitativa e relacional. A interpretação parte-todo “depende diretamente da habilidade de partir tanto uma quantidade contínua como um conjunto de objetos discretos em subpartes ou conjuntos de mesmo tamanho.” (p. 93).

Ainda segundo os mesmos autores, o símbolo  $a/b$  é, muitas vezes, usado para indicar uma divisão de  $a$  por  $b$ . Nesse caso, está presente o significado “quociente” do número racional. Já o significado “razão” é, segundo eles, mais corretamente considerado como um índice de comparação do que um número; sua importância está ligada ao fato de que uma proporção, que é uma expressão que iguala duas razões, é usada em muitos problemas aplicados.

Finalmente, na interpretação de Behr et al (1983), o número racional como operador tem uma interpretação algébrica;  $p/q$  pode ser pensado como “uma função que transforma um conjunto em outro com  $p/q$  vezes a quantidade de elementos”. (p. 95).

Após análise das diversas maneiras com que as frações podem estar representadas, é importante que o educador possa compreender quais habilidades e competências são esperadas do aluno. os Referenciais Curriculares para o Rio Grande do Sul apontam:

- Relacionar partes de uma figura simétrica com a ideia de fração.
- Identificar em figuras mais de um eixo de simetria.
- Identificar padrão como parte de figura que se repete.
- Compreender o surgimento das frações dentro de um contexto histórico.
- Reconhecer a fração como uma consequência do ato de medir.
- Compreender a ideia de uma fração dentro de um contexto histórico.
- Identificar, representar e traduzir oralmente ou por escrito uma fração.
- Empregar corretamente as expressões: numerador e denominador para denominar os termos de uma fração, ampliando o vocabulário matemático.
- Compreender o que representam o numerador e o denominador de uma fração.
- Reconhecer uma fração como parte de partes congruentes.
- Reconhecer que, para encontrar fração de uma coleção, é preciso que o seu total de peças seja divisível pelo número de partes que queremos dividi-la. (RIO GRANDE DO SUL, 2009, p.82-83)

O desafio atual do educador é justamente encontrar caminhos que levem os alunos a se apropriarem do conhecimento sobre frações, adquirindo as habilidades e competências descritas anteriormente.

#### **4 METODOLOGIA DA PESQUISA**

O presente projeto utiliza como metodologia de pesquisa a Engenharia Didática, para analisar a aplicação de materiais manipuláveis para o ensino de operações básicas com frações, com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública federal. É, portanto, uma pesquisa com abordagem qualitativa. Com esta pesquisa, pretende-se obter respostas para as seguintes questões:

- Como vêm sendo ensinado o conteúdo de operações com frações para alunos de 6º ano do Ensino Fundamental?
- De que forma materiais manipuláveis podem ser utilizados para a construção dos conceitos sobre frações?

O objetivo geral é, portanto, investigar o uso de materiais manipuláveis para o ensino de frações, seguindo os passos da Engenharia Didática.

Entre os objetivos específicos, temos:

- a) pesquisar a existência de materiais manipuláveis disponíveis na Internet ou em outro meio de informação, para o ensino de operações com frações;
- b) analisar os livros didáticos, para verificar como está sendo apresentado o conteúdo de operações com frações;
- c) elaborar uma sequência didática para o trabalho com operações com frações com apoio de materiais manipuláveis;
- d) analisar a aprendizagem dos alunos após a aplicação da sequência didática.

Os instrumentos de coleta de dados para a investigação estão vinculados à observação, à interação entre os alunos, aos questionamentos da professora durante as atividades desenvolvidas pelos participantes e às listas de exercícios por eles respondidos.

Os participantes da pesquisa foram os 91 alunos de 6º ano do Ensino Fundamental da escola da rede pública federal de ensino do município de Santa Maria – RS, já mencionada.

#### **5 RESULTADOS**

A seguir, são apresentados e analisados os dados coletados durante a aplicação de uma das atividades desenvolvidas com 91 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental.

Durante as aplicações das atividades sobre frações, as argumentações dos alunos foram vertentes fundamentais para a análise futura. Os diálogos dos alunos com a professora e a interação entre os estudantes produziram, em caráter explicativo, a forma de raciocínio e descrição do caminho que os levaram a determinada conclusão. As afirmações levantadas durante os debates, sejam elas certas ou erradas, causavam aceitações ou rejeições por parte dos alunos. Neste capítulo, será descrito, passo a passo, como uma das atividades foi realizada.

### 5.1 SEQUÊNCIA DIDÁTICA I: CONCEITO DE FRAÇÃO ATRAVÉS DO QUEBRA-CABEÇA

O primeiro instrumento de pesquisa foi desenvolvido durante duas aulas de 45 minutos cada. Inicialmente, foi solicitado a cada aluno uma fotografia particular, que posteriormente foi entregue à professora, para elaboração de um quebra-cabeça. Após a etapa de preparação do material realizada pela professora, foi elaborado um roteiro da primeira atividade aplicada, a partir de questionamentos e manipulação do material.

#### 5.1.1 Primeiro momento: preparação do material didático

O processo de construção do quebra-cabeça, utilizando como imagem a fotografia do aluno, foi realizado previamente pela professora com o objetivo de aproveitar integralmente o tempo de aula para explorar o conceito de fração. Portanto, dentre os diferentes significados dos racionais, conforme Allevato e Onuchic (2007), esta atividade aborda a relação parte-todo.

Figura 1 – Preparação do quebra-cabeça

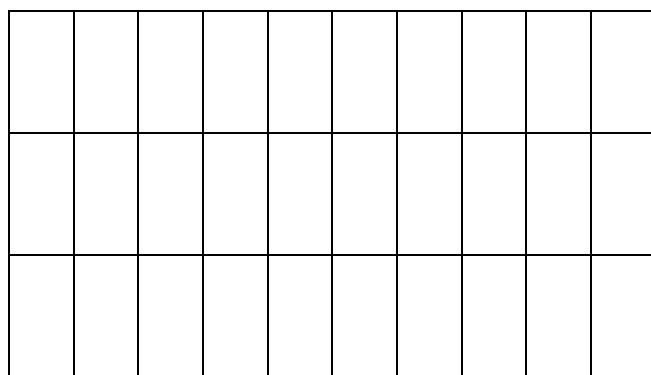
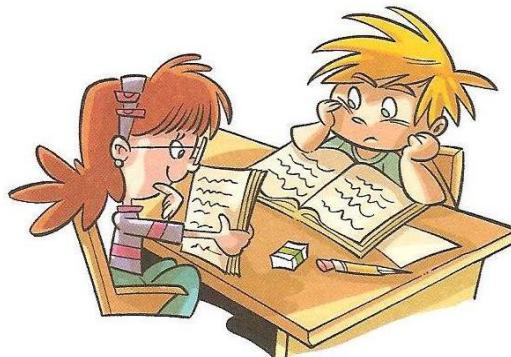


Fonte: autoria própria

#### 5.1.2 Segundo momento: roteiro da atividade

O aluno recebeu sua foto no formato de quebra-cabeça, desmontado e faltando peças. O objetivo é introduzir a noção de fração como parte de um inteiro.

Figura 2 - Ilustração do quebra-cabeça com 30 peças<sup>1</sup>



Fonte: autoria própria

A seguir, solicitou-se:

- Montar o quebra-cabeça para obter novamente sua foto;
- Quantas peças têm o quebra-cabeça?
- O quebra-cabeça está completo? Verifique.
- Há peças faltando? Caso a resposta seja “sim”, quantas peças faltam?
- Indique o número que corresponde ao total de peças do quebra-cabeça;
- Indique o número que corresponde às peças que faltam para completar o quebra-cabeça;
- Qual é a fração que indica o número de peças que faltam em relação ao todo?
- Represente a fração que indica o número de peças que não estão faltando, em relação ao todo.

### 5.1.3 Terceiro momento: aplicação e análise dos resultados

Inicialmente foram distribuídos os quebra-cabeças individualmente, totalizando 91 jogos contendo 30 peças cada. Os alunos, individualmente, frente aos quebra-cabeças espalhados sob a mesa, deram início à montagem. Surgiram então dois questionamentos: “Professora: depois que eu

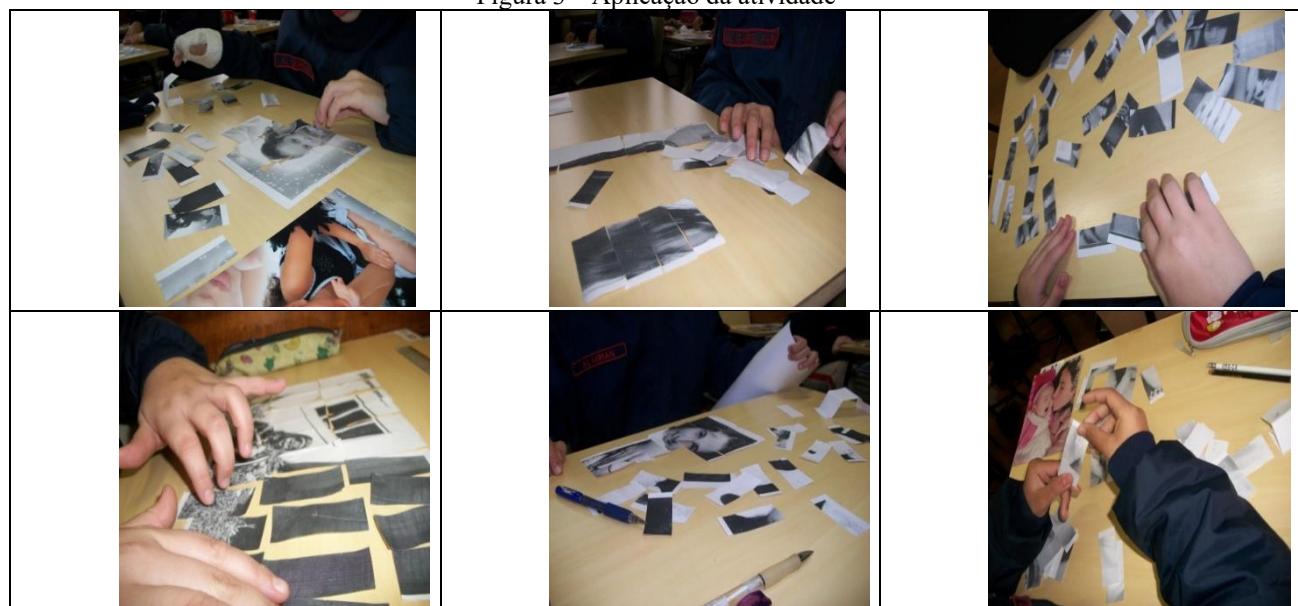
<sup>1</sup> Nesta figura, apresentamos uma imagem para evitar identificar algum aluno por meio de sua fotografia.

montar o que vamos fazer?", "no meu quebra-cabeça está faltando peças" ou "o meu não está completo!".

O roteiro citado no item 5.1.2 foi realizado oralmente pela professora e respondido pelos alunos. Durante a aplicação desta primeira atividade, notou-se a motivação dos alunos em montar o quebra-cabeça e a diversidade de reações durante a sua manipulação contribuiu significativamente para a sua análise. Por exemplo, enquanto se esperava apenas respostas frente aos questionamentos, alguns alunos formulavam novas perguntas como: "se não tivesse faltando peças, como eu iria representar uma fração?", "por que a fração 30/30 representa um inteiro?", "Se estivesse completo o quebra-cabeça, poderia representá-lo como uma fração?", "por que não posso representar as peças que estão faltando assim: 30/ 3". Além disso, um conhecimento que foi construído durante a compreensão do conceito de fração foi a forma como representamos a fração.

A partir da análise realizada, torna-se evidente o importante papel que desempenharam os questionamentos orais e a manipulação do quebra-cabeça, concomitantemente. Associar o quebra-cabeça ao conceito de fração possibilitou ao aluno compreender o significado dos termos da fração, sua representação e exploração do conceito de divisão diretamente ligado às frações. Conforme Nacarato (2004-2005), o quebra-cabeça, em si, não provoca a compreensão, mas seu uso, nesse contexto do ensino de frações, permitiu que os alunos compreendessem melhor o assunto.

Figura 3 – Aplicação da atividade



Fonte: autoria própria

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A atividade apresentada neste texto buscou, a partir da utilização de materiais manipuláveis, contribuir para o ensino de frações, em especial o significado parte-todo. As reflexões acerca da atividade possibilitaram perceber que utilizar materiais diferenciados e associados ao cotidiano do aluno viabiliza a abertura novas formas de introduzir um conteúdo matemático, permitindo que os seus envolvidos entrem em contato com sua própria vivência social, oportunizando um ambiente de aprendizagem prazeroso e significativo.

Consideramos que a atividade aplicada a esses alunos de 6º ano veio ao encontro do que é sugerido pelas Lições do Rio Grande (RIO GRANDE DO SUL, 2009), pois foram explorados conhecimentos prévios dos alunos, a saber, sua habilidade em montar quebra-cabeças e o conhecimento de sua própria fotografia.

Também, os questionamentos feitos pela professora e pelos estudantes, durante a construção do quebra-cabeça, permitiram confrontar os conhecimentos que estavam sendo construídos.

## REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. de la R. O ensino de números racionais e proporcionalidade através da resolução de problemas. In: CONFERENCIA INTERAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 12., 2007, México. **Actas...** Mexico: Edebé Ediciones Internacionales, 2007. 1 CD-ROM.

ARTIGUE, M. Ingénierie didactique. In: BRUN, J. (Org.). **Didactique des mathématiques**. Lausane: Delachaux et Niestlé, 1996. p. 244-274.

BATISTA, A. M. da S.; SPINILLO, A. G. Nem todo material concreto é igual: a importância dos referentes na resolução de problemas. **Estudos de Psicologia**, v. 13, n. 1, p. 13-21, jan./abril 2008. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/epsic/v13n1/02.pdf>>. Acesso em 25 jul. 2011.

BEHR, M.; LESH, R.; POST, T.; SILVER, E. Rational number concepts. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Eds.). **Acquisition of Mathematics Concepts and Processes**. New York: Academic Press, 1983. p. 91-125. Disponível em: <[http://www.cehd.umn.edu/rationalnumberproject/83\\_1.html](http://www.cehd.umn.edu/rationalnumberproject/83_1.html)>. Acesso em 24 jul. 2011.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental: introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília, 1998. p. 21. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/introducao.pdf>>. Acesso em 20 maio 2011.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. 2. ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2000.

CAJORI, F. **Uma História da Matemática**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2007.

CLEMENTS, D. H.; MCMILLEN, S. Rethinking ‘concrete’ manipulatives. **Teaching Children Mathematics**, v. 2, n. 5, p. 270-279, 1996. Disponível em: <[http://investigations.terc.edu/library/bookpapers/rethinking\\_concrete.cfm](http://investigations.terc.edu/library/bookpapers/rethinking_concrete.cfm)>. Acesso em 25 jul. 2011.

HOUAISS, A.; VILLAR, M. de S. **Minidicionário Houaiss da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2009.

LORENZATO, S. A. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, S. A. (Org.). **O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p.77-92.

NACARATO, A. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 9, n. 9-10, p. 1-6, 2004-2005.

RIO GRANDE DO SUL. Secretaria da Educação. **Lições do Rio Grande: Matemática e suas tecnologias**. Referencial curricular. Porto Alegre, 2009.