Revista ARACÊ
ISSN: 2358-2472

REFLEXOS HISTÓRICO-FILOSÓFICOS DOS NÚMEROS COMPLEXOS NA EDUCAÇÃO BÁSICA

https://doi.org/10.56238/arev7n7-162

Data de submissão: 10/06/2025 **Data de Publicação:** 10/07/2025

Thaís Elisa Abreu Pacheco
Doutoranda em Educação em Ciências e Matemática
Instituto Federal Fluminense; Instituto Federal do Espírito Santo
E-mail: thaiselisapacheco@gmail.com
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-5898-2631
Lattes: http://lattes.cnpq.br/7883811908013979

Lígia Arantes Sad
Doutorado em Educação Matemática
Instituto Federal do Espírito Santo
E-mail: aransadli@gmail.com
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2758-8380
Lattes: http://lattes.cnpq.br/1714140036102231

Claudia Alessandra Costa de Araujo Lorenzoni
Doutorado em Educação
Instituto Federal do Espírito Santo
E-mail: claudia.araujo@ifes.edu.br
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-7690-9646
Lattes: http://lattes.cnpq.br/8159438057989251

Maria Alice Veiga Ferreira de Souza
Doutorado em Psicologia da Educação Matemática
Instituto Federal do Espírito Santo
E-mail: alicevfs@gmail.com
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2038-813X
Lattes: http://lattes.cnpq.br/2876710785262591

RESUMO

Este artigo teórico-reflexivo aborda a construção dos Números Complexos e suas implicações históricas e filosóficas para o ensino da matemática na Educação Básica. O texto propõe estratégias para seu ensino, mostrando como podem ser contextualizados. A contextualização é apresentada como uma estratégia para relacionar o tema de Números Complexos a problemas de cunho prático, como circuitos elétricos e fenômenos naturais, visando estimular o interesse dos estudantes. Além disso, a perspectiva reflexiva adotada visa a possibilitar que os educadores analisem criticamente suas metodologias de ensino, identifiquem desafios no processo de aprendizagem e ajustem continuamente suas abordagens pedagógicas. Esse aprimoramento tende a atender às diferentes necessidades dos estudantes, considerando seus ritmos de aprendizagem, dificuldades conceituais e formas variadas de se apropriarem do conhecimento, tornando o ensino mais inclusivo e alinhado aos objetivos educacionais. O artigo conclui que a introdução dos Números Complexos na educação básica como possibilidade curricular é uma oportunidade para cultivar pensadores críticos e criativos. Ao integrar

ISSN: 2358-2472

essas produções de conhecimento, os educadores potencializam a aprendizagem dos estudantes para enfrentar desafios complexos no mundo contemporâneo, promovendo uma compreensão mais profunda e apreciativa da matemática como uma área dinâmica e relevante.

Palavras-chave: Números Complexos. Educação Básica. Prática Pedagógica. Ensino de Matemática. Reflexão.

Revista ARACÊ
ISSN: 2358-2472

1 INTRODUÇÃO

A construção dos Números Complexos representa uma transformação na matemática, refletindo uma transição de paradigmas que impacta a teoria e práticas na área, bem como seu ensino. A partir de suas manifestações no século XVI, quando matemáticos como Girolamo Cardano (1501-1576) e, posteriormente, Rafael Bombelli (1526-1572) começaram a explorar soluções para equações que não tinham raízes reais (Cardano, 1545; Bombelli, 1572), desafiando as concepções de números e operações que existiam até então.

A formulação de um Número Complexo na forma $a+bi$ sendo a e b números reais e i a unidade imaginária — definida como a raiz quadrada de -1, ou seja, $i^2 = -1$ —, ampliou conceitos de conjuntos numéricos e estabeleceu bases para o desenvolvimento de vários ramos da matemática e de outros campos científicos, como análise complexa, teoria dos sistemas dinâmicos, eletrônica, entre outras. Na análise complexa, por exemplo, os Números Complexos são fundamentais para o estudo de funções de variáveis complexas, possibilitando a formulação de teoremas profundos e aplicações como a transformada de Laplace. Na teoria dos sistemas dinâmicos, permitem descrever fenômenos oscilatórios e exponenciais por meio de soluções envolvendo exponenciais complexas. Já na eletrônica e na engenharia elétrica, são amplamente utilizados para representar tensões, correntes e impedâncias em circuitos de corrente alternada, simplificando os cálculos com fasores e facilitando a análise de sistemas periódicos.

A introdução dos Números Complexos superou as limitações dos números reais e permitiu a resolução de equações que antes não tinham solução, o que, por sua vez, abriu novas possibilidades para a modelagem e compreensão de fenômenos naturais e abstratos (*e.g.*, ondas eletromagnéticas, circuitos elétricos, mecânica quântica, dinâmica de fluidos e transformadas de Fourier). Essa evolução ajudou a consolidar a ideia de que a matemática é uma área do conhecimento com linguagem flexível, capaz de descrever vasta gama de fenômenos, muitos dos quais não são visíveis ou intuitivos no mundo físico.

Historicamente, a aceitação dos Números Complexos não foi tarefa trivial, especialmente em relação aos parâmetros de rigor lógico, interpretação geométrica e legitimidade dentro do sistema numérico da época. No início, entre os séculos XVI e XVIII, esses números surgiram no contexto da resolução de equações polinomiais, especialmente cúbicas, quando matemáticos como Gerolamo Cardano se depararam com raízes quadradas de números negativos ao aplicar fórmulas resolutivas. No entanto, essas soluções eram vistas com ceticismo e até desprezo por muitos estudiosos, que consideravam tais resultados como meras ficções algébricas, desprovidas de significado concreto ou validade matemática (Struik, 1987; Vasilev, 2015). A falta de uma interpretação geométrica e a

Revista ARACÊ
ISSN: 2358-2472

incompatibilidade com os conceitos numéricos, vistos até então, contribuíam para sua rejeição. Muitos simplesmente desconsideravam esses valores, tratando-os como erros ou curiosidades sem aplicação prática.

No entanto, à medida que as aplicações práticas dos Números Complexos começaram a se efetivar — particularmente na resolução de problemas de engenharia e na modelagem de fenômenos naturais —, sua viabilidade se tornou inegável. Essa transformação não foi apenas técnica; ela desencadeou uma profunda reflexão sobre a própria natureza da matemática. A introdução desse tema suscitou um questionamento fundamental, em consonância com as contribuições de Imre Lakatos (1976) e Philip Kitcher (1984) à Filosofia da Matemática: quais elementos constituem a matemática e qual é o papel da abstração em sua estrutura e evolução? Ao reconhecer que conceitos inicialmente considerados fictícios podem adquirir legitimidade por meio de sua utilidade e coerência interna, abre-se espaço para uma concepção dinâmica da matemática, na qual o progresso se dá por meio do debate crítico e da expansão de seus fundamentos.

Lakatos (1976), em sua obra *Proofs and Refutations: The Logic of Mathematical Discovery*, discute como as teorias matemáticas se desenvolvem e evoluem por meio de um processo dialético, no qual conjecturas, provas e refutações se sucedem em ciclos de aperfeiçoamento contínuo. Já Kitcher (1984), em *The Nature of Mathematical Knowledge*, examina a relação entre a matemática pura e suas aplicações, argumentando que o conhecimento matemático é uma construção humana inserida em práticas sociais e cognitivas. Ambos os autores destacam que a reflexão filosófica sobre a distinção entre realidade e ficção na matemática enriquece sua prática, ao fomentar o pensamento crítico e ao questionar os fundamentos conceituais que sustentam essa ciência, ampliando, assim, as concepções tradicionais sobre o que é considerado válido e importante no fazer matemático.

Além de seu impacto teórico em relação à abstração exigida, o reconhecimento dos Números Complexos tem implicações para a Educação Matemática. Embora, tradicionalmente, não sejam enfatizados no currículo da Educação Básica, sua introdução já nesse nível escolar pode ajudar a desenvolver uma compreensão mais profunda de conceitos matemáticos. Suas especificidades como conjunto numérico permitem a extensão do sistema numérico real para incluir soluções de equações que não tem resposta no conjunto dos números reais, como as soluções de raízes negativas de equações quadráticas, e proporcionam uma abertura para o desenvolvimento da abstração cognitiva e da modelagem matemática.

O conjunto dos Números Complexos é um exemplo de como a matemática pode ser utilizada para descrever e compreender fenômenos que não são imediatamente visíveis ou intuitivos. De Smith (2011) e Kreyszig (2011), depreende-se como o estudo dos Números Complexos contribui para a

Revista ARACÊ
ISSN: 2358-2472

compreensão de transformações geométricas, como rotações e reflexões no plano, sendo fundamental para representar magnitude e fase de ondas de forma intuitiva em contextos de corrente alternada na Engenharia Elétrica. Em Física, eles são amplamente utilizados na modelagem de ondas eletromagnéticas e na resolução de problemas envolvendo oscilações harmônicas. Na Ciência da Computação, Números Complexos aparecem em algoritmos de processamento de imagem e visão computacional, por exemplo, na aplicação de transformações no plano para correções de perspectiva ou rotações de imagens. Já na Economia, são utilizados em análises de sistemas dinâmicos complexos e em modelos de comportamento oscilatório de mercados, especialmente quando se empregam métodos inspirados em equações diferenciais com soluções de natureza complexa. Tais aplicações demonstram o poder da matemática para modelar e resolver problemas do mundo real, promovendo conexões entre abstração teórica e utilidade prática.

Este artigo tem, pois, o propósito de examinar os Números Complexos por uma perspectiva histórica, suas implicações filosóficas e epistemológicas, destacando a relevância desses saberes na educação básica. Propomos uma abordagem pedagógica que integre os Números Complexos no currículo escolar, enfatizando métodos de ensino que propiciem, entre os estudantes, a compreensão de variados conceitos relacionados. Apoiamos estratégias diferenciadas, como a utilização de visualizações gráficas, simulações e contextos aplicados, para envolvimento dos estudantes.

Ao conectar os Números Complexos a situações do mundo real, nosso objetivo vai além de simplesmente apresentar uma nova categoria numérica. Buscamos criar um ambiente de aprendizado que estimule a curiosidade matemática, permitindo que os estudantes investiguem, compreendam e apliquem conceitos matemáticos para explorar e interpretar o mundo ao seu redor. Para isso, propomos um processo de aprendizagem colaborativa, no qual os estudantes discutem e resolvem problemas em conjunto, alinhando-se às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2017) e aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1997), que enfatizam a importância de contextualizar o ensino da matemática, desenvolvendo o raciocínio crítico e a resolução de problemas de forma integrada. De modo complementar, o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000), em seus padrões para o ensino de matemática, reforça a necessidade de tornar os conceitos matemáticos relevantes e acessíveis aos estudantes, promovendo ambientes de aprendizagem colaborativa e incentivando a exploração ativa de problemas matemáticos autênticos.

Em complemento à aplicação de ideias matemáticas em situações do mundo real, o trabalho de Hillel (2013) nos ajuda a entender como a matemática, e em especial os Números Complexos, pode ser um meio poderoso para o desenvolvimento do pensamento abstrato. Ele argumenta que ao conectar os Números Complexos com fenômenos físicos e práticos, como circuitos elétricos e movimentos

Revista ARACÊ
ISSN: 2358-2472

rotacionais, é possível ampliar a compreensão dos estudantes, evidenciando que conceitos matemáticos abstratos têm impacto direto em contextos práticos. Esse enfoque contribui para uma visão mais profunda da matemática com uma área do conhecimento capaz de resolver problemas reais e inovar em diversas áreas do conhecimento.

2 ACEITAÇÃO DOS NÚMEROS COMPLEXOS

Os Números Complexos têm sua origem histórica no século XVI, um período marcado por inovações matemáticas que desafiavam as concepções tradicionais de alguns estudiosos em Matemática da época. Inicialmente, matemáticos começaram a investigar soluções para equações polinomiais que não possuíam raízes no conjunto dos números reais, como algumas equações cúbicas da forma $x^3 + px + q = 0$ e quadráticas como $x^2 + 1 = 0$ (Klein, 1932). A impossibilidade de encontrar soluções reais para certos polinômios levou à introdução de extensões numéricas, culminando na definição do conjunto dos Números Complexos, que estende $\mathbb{R}$ ao corpo $\mathbb{C} = \{a + bi, a, b \in R, i^2 = -1\}$ (Courant; Robbins, 1996; Kreyzig, 2011). Embora inicialmente tratada com ceticismo, a necessidade de resolver tais equações levou ao surgimento de noções que, apesar de consideradas abstratas na época, se mostraram cruciais no desenvolvimento da matemática, por exemplo, a teoria das equações algébricas, da análise complexa e de diversas aplicações matemáticas e físicas.

Um dos primeiros matemáticos a buscar superar o ceticismo da época foi Girolamo Cardano, que, em sua obra *Ars Magna* (1545), discutiu a possibilidade de soluções para equações de terceiro e quarto graus, esta última devida a outro estudioso Ludovico Ferrari (1522-1565). Cardano, em sua obra *Ars Magna* (1545), de fato encontrou soluções que recaíam em raízes quadradas de números negativos ao resolver certas equações cúbicas, mas não avançou no desenvolvimento desses números, segundo o historiador Struik (1987). Ele chamou essas soluções de números "fictícios", pois não faziam sentido em termos de número real. Embora Cardano não tenha utilizado diretamente Números Complexos, suas ideias abriram caminho para que outros explorassem como uma outra noção de números que não se restringiam ao conjunto dos números reais. Assim, não usou diretamente os Números Complexos como hoje os entendemos, mas abriu caminho para que matemáticos como Bombelli, Euler e Gauss formalizassem e dessem sentido a esses números complexos imaginários.

Posteriormente, Rafael Bombelli (1526-1572) deu um passo decisivo ao sistematizar o uso de Números Complexos e introduzir operações com eles, incluindo a multiplicação e a adição de raízes quadradas de números negativos (Bombelli, 1572). Bombelli foi um dos primeiros a tratar esses números como entidades matemáticas válidas, estabelecendo as bases para seu desenvolvimento posterior (Struik, 1987).

Revista ARACÊ
ISSN: 2358-2472

Para Boyer e Merzbach (2012), foi Carl Friedrich Gauss (1777–1855) quem consolidou a aceitação dos Números Complexos no âmbito matemático, especialmente a partir de sua obra *Disquisitiones Arithmeticae* (1801). Embora esse trabalho trate majoritariamente de teoria dos números, o amadurecimento da ideia dos Números Complexos por parte de Gauss se evidencia em escritos posteriores. Foi ele quem introduziu a representação gráfica dos Números Complexos no chamado plano de Argand-Gauss, estabelecendo uma correspondência entre cada Número Complexo e um ponto no plano cartesiano. Essa visualização geométrica contribuiu para a compreensão de suas propriedades e operações. Ao associar os Números Complexos a objetos geométricos, Gauss formalizou sua interpretação visual, reforçando a legitimidade dessas entidades no universo matemático. Como ele próprio escreveu em 1831:

> *"A simples observação de que a aritmética das raízes quadradas pode ser interpretada geometricamente, nos leva diretamente ao campo dos Números Complexos, ao se estabelecer uma simetria essencial entre os números reais e imaginários"* (Gauss, *Theoria Motus Corporum Coelestium*, 1831, tradução nossa).

Essa perspectiva foi fundamental para que os Números Complexos deixassem de ser vistos apenas como artifícios algébricos e passassem a ocupar um lugar legítimo na matemática, com aplicações em diversas áreas.

A ideia de que cada Número Complexo da forma $a + bi$ pode ser representado como um ponto ou vetor (a,b) no plano complexo — com a correspondendo à parte real (eixo horizontal) e b à parte imaginária (eixo vertical) — revolucionou a forma como esses números passaram a ser concebidos (Wegert, 2015). Essa representação gráfica, conhecida como plano de Argand-Gauss, tornou os Números Complexos mais acessíveis tanto a estudantes quanto a profissionais da matemática aplicada, pois facilitou sua visualização e interpretação geométrica. A possibilidade de associar operações algébricas (como soma, subtração, módulo, argumento e multiplicação por escalares) a transformações geométricas (como translações, rotações e dilatações) tornou o estudo dos Complexos mais intuitivo e substancial em áreas como engenharia, física e computação.

O reconhecimento dos Números Complexos como entidades matemáticas válidas não ocorreu sem resistência. Durante os séculos XVI e XVII, muitos matemáticos consideravam esses números como meras curiosidades ou até mesmo "fictícias", levando a uma aversão inicial ao seu uso (Meyer, 2007). Essa resistência foi em parte devido à falta de uma compreensão intuitiva do que poderiam significar esses números e como poderiam ser aplicados em problemas práticos. O filósofo e matemático Hermann Weyl (1885-1955), na obra *Philosophy of Mathematics and Natural Science* (1949) argumentou que a matemática deve ser vista como uma construção cultural, cujos conceitos -

Revista ARACÊ
ISSN: 2358-2472

como os Números Complexos - emergem de necessidades práticas e teóricas. Para o autor, a aceitação dos Números Complexos não foi uma questão de conveniência matemática, mas uma transformação na maneira como os matemáticos começaram a pensar sobre as propriedades dos números e suas aplicações. A resistência a esses novos conceitos foi gradualmente superada à medida que os matemáticos passaram a reconhecer que os Números Complexos eram essenciais para a resolução de problemas que não podiam ser solucionados no conjunto dos números reais, como na análise de circuitos elétricos em corrente alternada, na modelagem de oscilações harmônicas e na formulação de soluções de equações diferenciais na Física e na Engenharia. O reconhecimento de sua utilidade prática contribuiu para a aceitação e consolidação desses números no corpo da matemática formal.

O trabalho de Carl Friedrich Gauss e de outros matemáticos notáveis, como Augustin-Louis Cauchy (1789–1857) e Bernhard Riemann (1826–1866), foram decisivos para a consolidação dos Números Complexos no corpo da matemática. Esses estudiosos aprofundaram o entendimento teórico e as aplicações práticas desses números, desenvolvendo conceitos fundamentais, como o Teorema de Cauchy-Riemann, que estabelece as condições necessárias para que uma função de variável complexa seja diferenciável, ou seja, analítica, no plano complexo. A partir desses desenvolvimentos, a análise complexa tornou-se um dos pilares da matemática moderna (Rudin 1976). Com o tempo, à medida que os Números Complexos passaram a ser considerados parte fundamental da matemática avançada, eles foram gradualmente incorporados ao currículo universitário — e, posteriormente, ao ensino médio. Essa inclusão não foi imediata, mas ocorreu ao longo de várias décadas, acompanhando transformações nos paradigmas da matemática e nas reformas educacionais (Meneghetti; Lopes, 2007).

O legado de matemáticos como Gerolamo Cardano, Rafael Bombelli e o próprio Gauss também teve impacto direto no ensino da matemática, especialmente no que diz respeito à resolução de equações algébricas e ao desenvolvimento do cálculo diferencial e integral. No entanto, foi o papel essencial dos Números Complexos na modelagem de fenômenos físicos — como os da mecânica quântica e do eletromagnetismo — que impulsionou sua incorporação definitiva nos currículos acadêmicos. Ainda que o conceito tenha sido inicialmente abordado de forma abstrata, sua aplicabilidade contribuiu para sua valorização pedagógica.

A geometrização dos Números Complexos, consolidada pelo trabalho de Carl Friedrich Gauss no século XIX, representou um marco decisivo para sua aceitação no meio acadêmico. Ao associar cada número complexo a um ponto no plano — hoje conhecido como plano de Argand-Gauss — Gauss tornou possível uma interpretação visual e intuitiva das operações com complexos, o que facilitou sua aplicação em diversos ramos da matemática e da física. A partir desse momento, o estudo dos Números

Revista ARACÊ
ISSN: 2358-2472

Complexos passou a ser parte integrante de várias disciplinas matemáticas e científicas (Boyer; Merzbach, 2012).

A introdução formal dos Números Complexos no currículo universitário, no entanto, foi um processo mais lento, em comparação com sua aceitação teórica e sua aplicação nas ciências naturais e na engenharia. Em muitos países europeus e, eventualmente, nos Estados Unidos, esses Números começaram a ser ensinados como parte fundamental do estudo de álgebra e cálculo, especialmente nas universidades de excelente qualidade no final do século XIX e início do século XX. No Brasil, as reformas educacionais ao longo do século XX também acompanharam esse movimento. No entanto, a plena incorporação dos Números Complexos no currículo acadêmico ocorreu de maneira mais visível somente após a década de 1960, quando começaram a ser tratados de forma mais sistemática em cursos de álgebra linear**,** cálculo avançado e equações diferenciais.

O ensino dos Complexos nas universidades brasileiras refletiu as tendências globais, com uma ênfase crescente nas aplicações desses Números em áreas como Física teórica e Engenharia. As reformas educacionais promovidas nas décadas de 1930 e 1940, influenciadas pela matemática europeia e norte-americana, levaram à introdução do estudo das funções complexas e das transformadas integrais, que requerem o uso de Números Complexos. A teoria de Gauss e de seus sucessores foi incorporada ao Ensino Superior, especialmente nas disciplinas de cálculo e análise matemática. Instituições públicas como a Universidade de São Paulo (USP) e a Universidade Estadual de Campinas (Unicamp) passaram a adotar livros e programas que incluíam os conceitos dos Números Complexos, alinhando-se ao desenvolvimento curricular que vinha sendo consolidado em universidades europeias e norte-americanas. Essa integração refletia um esforço de modernização dos cursos de matemática e engenharia, particularmente a partir da segunda metade do século XX, em consonância com os avanços científicos e tecnológicos internacionais (Valente, 2017; D'Ambrosio, 1996).

Em termos de Ensino Médio, no Brasil, com as mudanças promovidas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que entrou em vigor em 2018, a BNCC os introduziu como parte do estudo da álgebra, associando-os diretamente à resolução de equações quadráticas com discriminantes negativos. Essa inclusão reflete a crescente valorização da matemática aplicada e a necessidade de os estudantes terem uma compreensão básica dos Números Complexos, uma vez que eles são essenciais para o entendimento de fenômenos em diversas áreas do conhecimento, como na Física e na Engenharia.

A adoção dos Números Complexos no currículo brasileiro também foi impulsionada pela expansão das áreas de matemática aplicada e engenharia, particularmente a partir da segunda metade

Revista ARACÊ
ISSN: 2358-2472

do século XX. O crescimento de disciplinas que exigem uma compreensão aprofundada de métodos de resolução de equações diferenciais, análise de circuitos elétricos e modelagem matemática favoreceu a presença dos Números Complexos nos cursos universitários e técnicos. Conceitos como a transformada de Fourier, que permite decompor sinais complexos em somas de funções senoidais para análise de frequências — fundamental em eletrônica, telecomunicações e processamento de imagens —, e a análise de sistemas dinâmicos, usada para estudar o comportamento de sistemas físicos e biológicos ao longo do tempo, demandam o domínio de operações com Números Complexos. No ensino técnico, especialmente nos cursos de eletrotécnica, eletromecânica, mecatrônica e automação industrial, os Números Complexos aparecem em conteúdos como impedância elétrica e análise de corrente alternada. Já no contexto da Educação Básica, sua introdução no Ensino Médio, ainda que em menor profundidade, contribui para preparar os estudantes para essas futuras aplicações e para desenvolver uma visão mais integrada da matemática com o mundo físico e tecnológico.

Dessa forma, a inclusão dos Complexos no currículo de matemática no Brasil e no mundo reflete um processo de transformação que acompanhou de certo modo o desenvolvimento do próprio conceito ao longo da história. A introdução desses números nas salas de aula, especialmente no ensino superior, foi impulsionada pela necessidade de resolver problemas complexos em álgebra, física e engenharia, consolidando os Números Complexos como um instrumento fundamental para o avanço da ciência e da tecnologia. O legado de matemáticos como Cardano, Bombelli e Gauss continua a influenciar a forma como a matemática é ensinada e aplicada, refletindo a importância de seu trabalho no desenvolvimento da matemática moderna.

A aceitação final dos Números Complexos no século XIX pode ser vista como uma síntese das necessidades matemáticas emergentes e das inovações teóricas que redefiniram os limites do que a matemática poderia abranger. Esse transcorrer histórico é essencial para entender o papel dos Complexos na matemática moderna, que se estende para além de seu uso em teorias abstratas. Por exemplo, eles são utilizados na análise de sinais em sistemas de controle automático, no cálculo da impedância em circuitos de corrente alternada e até na representação de fenômenos físicos na relatividade especial, como a descrição do espaço-tempo em certas soluções da equação de ondas (Wang; Wu, 2016).

3 IMPLICAÇÕES FILOSÓFICAS

Do trabalho de Kline (1972), depreende-se que o desenvolvimento dos Números Complexos desafia a visão tradicional da matemática como um campo fundado exclusivamente em verdades absolutas e objetivas. Ao discutir a evolução histórica da disciplina, o autor evidencia que muitos conceitos matemáticos surgiram como respostas a necessidades práticas, e não como descobertas de verdades eternas. A partir dessa leitura, é possível argumentar que a introdução e aceitação dos Números Complexos nos convida a reconsiderar o próprio conceito de número, bem como a natureza da matemática enquanto construção histórica, cultural e conceitualmente dinâmica. Essa mudança de paradigma — de uma matemática realista e estática para uma perspectiva mais plural e construída — transforma a prática matemática e impõe desafios à Educação Matemática. Isso exige uma reavaliação crítica sobre como os conceitos são apresentados, apropriados e compreendidos nas salas de aula, especialmente quando envolvem objetos considerados abstratos ou contraintuitivos, como os Números Complexos.

Os Números Complexos, ao serem introduzidos no estudo matemático, nos confrontam com a ideia de que a matemática não está limitada à simples representação da realidade tangível, desafiando a visão tradicional dos números como instrumentos exclusivos para contar ou medir coisas físicas, ampliando as fronteiras do que consideramos "real" na matemática. Esse processo de ampliação pode ser comparado a outras situações da educação básica que também nos obrigam a repensar conceitos matemáticos inicialmente considerados intuitivos ou absolutos.

Tomemos, por exemplo, a construção da ideia do zero como número (Kline, 1972; Boyer; Merzbach, 2011). Durante séculos, a ausência de quantidade foi representada não como um número, mas apenas como um símbolo para indicar falta ou vazio, sendo essa ideia considerada inconcebível no pensamento matemático tradicional. A aceitação do zero como número marcou uma transformação profunda na concepção dos números, com implicações que permeiam toda a matemática, desde a aritmética básica até áreas mais avançadas, como álgebra e cálculo. De forma semelhante, os números negativos, inicialmente recebidos com grande resistência, evidenciaram que os números podem representar não apenas quantidades absolutas, mas também direções, temperaturas, débitos e outras situações que não são só expressas por valores positivos. Além disso, o estudo das dízimas infinitas não periódicas desafiou a noção de números racionais como razões precisas, forçando uma revisão do conceito de aproximação e da própria ideia de "fim" ou "infinito" dentro do raciocínio matemático (Stillwell, 2010). Essas etapas, embora distintas, não ocorreram isoladamente ou em paralelo, mas sim se interligaram em um processo cumulativo de revisão e ampliação dos paradigmas matemáticos. Cada avanço contribuiu para a aceitação das inovações subsequentes, demonstrando que o desenvolvimento do pensamento matemático é uma construção histórica e dinâmica, em constante transformação (Ifrah, 2000).

Essas rupturas de paradigmas, embora ocorridas de forma gradual, evidenciam como a matemática tem uma construção histórica dialética e dinâmica, que se adapta, até se contradiz e se expande ao longo do tempo. Quando a matemática nos apresenta os Números Complexos, ela nos desafia a aceitar a existência de números que incluem uma componente "imaginária", deslocando a visão da matemática como um corpo fixo e imutável para a compreensão de um campo em constante transformação. Assim, o que se considera "real" ou "válido" dentro da matemática pode ser transformado conforme novas descobertas e necessidades práticas surgem. A incorporação dos Números Complexos revela uma forma de abstração que, longe de ser menos válida ou "irreal", torna-se fundamental, como já mencionado, para a solução de inúmeros problemas em Física, Engenharia e outras áreas do conhecimento.

O conceito de números com parte imaginária, embora à primeira vista pareça algo distante da nossa realidade cotidiana, amplia a visão do que a matemática pode ser. Em vez de ser um simples instrumento para contar ou medir, a matemática passa a ser vista como um espaço de exploração e criação, cujas ideias que parecem abstratas ou irreais podem se tornar essenciais para novos conhecimentos. Essa transformação não diz respeito exclusivamente à matemática em si, mas reflete como o currículo educacional pode ser um ponto de inflexão na forma como entendemos o mundo ao nosso redor.

Portanto, a aceitação dos Números Complexos na matemática é um exemplo claro de como a matemática é uma construção cultural, sujeita a mudanças e evoluções. Eles representam uma ampliação das possibilidades matemáticas e um reflexo das mudanças no pensamento humano e nas necessidades práticas das ciências. A matemática, assim como qualquer campo do conhecimento, não é estática; ela se adapta e se reinventa, e ao fazer isso, vai transformando a maneira como ensinamos e aprendemos, bem como nossa forma de compreender a realidade e suas complexidades. As pequenas rupturas de paradigmas que o currículo nos oferece, ao introduzir conceitos como o zero, os números negativos ou os Números Complexos, são, em última instância, catalisadoras de uma transformação mais profunda sobre o que entendemos por matemática, escola e vida.

3.1 FILOSOFIA DA MATEMÁTICA

Abbagnano (2000) argumenta que a filosofia é uma busca contínua pelo entendimento, ressaltando que a complexidade do real nos impulsiona a refletir sobre as maneiras de pensar e representar a realidade. Pode-se relacionar à natureza dos Números Complexos, que foram inicialmente vistos como conceitos abstratos e até paradoxais, sem correspondência direta no mundo físico. O vocábulo "complexidade", conforme discutido por Abbagnano (2000), refere-se à busca filosófica contínua por um entendimento mais profundo da realidade, que é multifacetada e, muitas vezes, paradoxal. Contudo, os desafios de resolver novos problemas por meio da matemática levaram

Revista ARACÊ
ISSN: 2358-2472

à aceitação dos Números Complexos, expandindo a matemática além dos números reais. Assim, na Filosofia e na matemática, a complexidade do real impulsiona a criação de novas formas de pensamento e representação, mostrando como a busca pelo entendimento pode transformar conceitos e ampliar nosso saber. Dessa forma, os Números Complexos exemplificam como o pensamento filosófico sobre a complexidade da realidade também se aplica à construção de conceitos matemáticos.

E a Filosofia da Matemática, conforme discutido por Lakatos (1976), destaca que a matemática não é um campo de verdades absolutas, mas sim um campo em constante evolução e revisão. Essa perspectiva crítica contrasta com a ideia de que a matemática é uma coleção de axiomas e teoremas imutáveis, mostrando que ela está mais próxima de um processo dinâmico e criativo. Os Números Complexos ilustram essa dinâmica, pois sua aceitação no seio da matemática moderna é um exemplo de como as abstrações matemáticas podem se tornar meios fundamentais, apesar de inicialmente parecerem estranhas ou desnecessárias. Assim foi que, apesar de inicialmente parecerem estranhos ou até desnecessários, com o tempo os Complexos se tornaram indispensáveis e sua aceitação no seio da matemática moderna exemplifica como a disciplina está em constante diálogo com novas ideias, ampliando seu campo de atuação conforme outros conceitos demonstram seu valor prático e teórico. Além disso, a construção e a aceitação dos Números Complexos nos levam a refletir sobre a própria natureza do saber matemático, pois questionam a ideia de que todo conceito matemático deve corresponder a uma realidade física ou concreta.

3.2 EDUCAÇÃO COMO CONSTITUIÇÃO DE CONHECIMENTO

A ideia de que o conhecimento matemático precisa ser construído pelos estudantes é um princípio central na educação contemporânea, fundamentado em abordagens pedagógicas que valorizam o aprendizado ativo e a construção do saber. Embora Marilena Chauí (1995) destaque, em suas reflexões sobre epistemologia e cultura, a importância da construção social do conhecimento, autores da Educação Matemática como Jean Piaget (1976), Lev Vygotsky (1984) e Paulo Freire (1996) direcionam essa perspectiva, enfatizando a construção ativa do conhecimento pelos estudantes como elemento fundamental para uma aprendizagem. Chauí (1995) argumenta que a constituição do conhecimento é um processo dinâmico e interativo, onde o sujeito não é um mero receptor de informações, mas um agente ativo que busca compreender e transformar a realidade. Convergimos esse entendimento com Moser (1995), que enfatiza que o aprendizado é constituído quando os estudantes estão envolvidos ativamente na produção de conhecimento, destacando a importância da interação e do diálogo no processo educativo.

Além disso, a visão de que o conhecimento é uma produção social, influenciada por fatores históricos, culturais e políticos, reforça a necessidade de reflexão crítica e diálogo na formação de uma consciência autônoma. Essa perspectiva é corroborada por epistemólogos da Educação Matemática, como Paul Ernest, que afirma: *"Mathematics learning is a socially mediated process in which the teacher's role is to facilitate exploration, negotiation, and the construction of mathematical meaning by the learner"* (Ernest, 1991, p. 45).

Assim, ao introduzir um trabalho com os Números Complexos, é fundamental que os professores transmitam informações e, principalmente, colaborem com os estudantes para que haja entendimento por meio da exploração, do diálogo, da contextualização e da reflexão crítica. Esse enfoque, além de contribuir para melhor aprendizado, prepara os estudantes para aplicarem a matemática de maneira mais eficaz em diferentes contextos. Para tornar essa proposta mais potente, é crucial explorar a investigação e abordagem histórica dos Números Complexos, ilustrando como o conceito foi sendo transformado e utilizado ao longo do tempo. Os educadores podem, também, incentivar os estudantes a refletirem sobre o poder da matemática para resolver problemas de engenharia, promovendo uma visão mais profunda e prática do conteúdo. Esses exemplos históricos e práticos ajudam a contextualizar os Números Complexos, como um conceito abstrato e, como uma ferramenta poderosa e essencial para a compreensão e resolução de problemas no mundo real. Esse enfoque contribui para a aprendizagem e prepara os estudantes para aplicarem a matemática em diferentes contextos.

Essa abordagem de produção de conhecimento implica que os estudantes precisam ter a oportunidade de interagir com noções, componentes e conceitos, explorando diferentes representações ou modo de abordar os Números Complexos, como suas formas algébricas e gráficas, e suas aplicações em contextos reais. Isso pode incluir atividades de ensino e aprendizagem que permitam aos estudantes, por exemplo, visualizar a representação de Números Complexos no plano complexo, realizar experimentos que demonstrem suas propriedades e resolver problemas que exigem uma compreensão mais profunda desses números.

A introdução dos Números Complexos na educação básica deve ser feita de modo que os estudantes possam apreciar as operações e fórmulas associadas e a compreensão do contexto histórico e filosófico que os envolve. A reflexão sobre como os Números Complexos desafiam e ampliam nossa compreensão da matemática pode ser um poderoso motivador para os estudantes, incentivando-os a enxergar a disciplina não como um conjunto fechado de fórmulas, mas como um campo vibrante e em constante transformação. Ao explorar esse conceito, os estudantes são convidados a sair da zona de conforto, desafiando suas percepções tradicionais sobre números e operações. A curiosidade e a exploração tornam-se essenciais para a produção de conhecimento, permitindo que os estudantes compreendam como ideias matemáticas aparentemente abstratas têm aplicações práticas e transformadoras.

Um exemplo de experiência que ilustra essa abordagem pode ser o estudo dos Números Complexos no contexto da eletrônica, especialmente no cálculo de impedância em *circuitos AC* (circuitos de corrente alternada). Ao trabalhar com esse tópico e representar a impedância como um número complexo, os estudantes podem visualizar como esse conceito é usado para entender e calcular a resistência, a capacitância e a indutância de circuitos reais. A partir dessa experiência prática, os estudantes não só aprendem sobre Números Complexos, mas também percebem sua relevância em áreas como a engenharia elétrica, demonstrando que a matemática está longe de ser um campo teórico isolado, mas sim uma ferramenta fundamental para a inovação e compreensão do mundo ao nosso redor.

Além disso, essa abordagem ajuda a formar um ambiente de aprendizagem que promova o diálogo, colaboração, pensamento crítico e criatividade, habilidades essenciais no mundo contemporâneo. Ao apresentar os Números Complexos como um exemplo de como a matemática pode se expandir e interrelacionar, os educadores podem inspirar os estudantes a se tornarem consumidores de saberes legitimados e produtores e inovadores de conhecimentos na matemática.

4 NÚMEROS COMPLEXOS NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Esta seção propõe caminhos para a inserção dos Números Complexos na Educação Básica, alinhando-se a uma perspectiva teórico-metodológica que privilegia a prática reflexiva docente (Schön, 1992; Roque; Pitombeira, 2019). Ao articular fundamentos históricos e filosóficos com práticas pedagógicas contextualizadas, buscamos fortalecer uma proposta de ensino da matemática que seja crítica, situada e coerente com as necessidades contemporâneas da escola.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), a Educação Básica tem como objetivo principal proporcionar aos estudantes uma formação integral, que os capacite com conhecimentos teóricos e habilidades necessárias para compreender e interagir com o mundo. A escola, portanto, deve ser um ambiente em que o conhecimento se torne significativo, promovendo a articulação entre saberes e vivências. Nesse contexto, temas como os Números Complexos podem ser abordados de forma acessível e contextualizada, contribuindo para que os estudantes não apenas compreendam operações e fórmulas, mas também reflitam sobre o percurso histórico e as aplicações desses conceitos. Ao se apropriarem dessas ideias, os alunos ampliam sua percepção da matemática como um campo em constante construção, dotado de sentido e aplicabilidade em diferentes áreas do conhecimento.

A contextualização é, assim, uma estratégia pedagógica essencial. Ao relacionar os Números Complexos a problemas práticos — como circuitos elétricos, fenômenos ondulatórios ou aplicações em engenharia — é possível aumentar o engajamento dos estudantes e tornar o aprendizado mais significativo. Por exemplo, na engenharia elétrica, a representação de correntes alternadas por meio de Números Complexos permite compreender comportamentos de sistemas de maneira mais clara e funcional. Segundo Meneghetti (2010), a matemática ganha sentido à medida que teoria e prática se articulam, e essa articulação se fortalece com propostas interdisciplinares. Projetos que envolvem modelagem matemática, como a análise de ressonância ou a simulação de circuitos, favorecem ambientes de aprendizagem colaborativos, nos quais os estudantes exploram fenômenos e produzem conhecimentos de forma ativa.

Kieren (1990) já destacava que a matemática precisa ser ensinada em contextos relevantes para os estudantes, pois isso favorece uma aprendizagem mais duradoura. Nesse processo, o professor assume o papel de mediador e investigador da própria prática, analisando continuamente sua atuação para promover melhores condições de ensino e aprendizagem. A prática reflexiva, nesse sentido, é um elemento central. Ao observar como os estudantes respondem às propostas pedagógicas — por meio de avaliações, registros de aula ou devolutivas orais e escritas — o educador pode adaptar estratégias, identificar obstáculos e redirecionar suas abordagens. Esse processo exige sensibilidade, escuta ativa e abertura à mudança, configurando uma postura investigativa em relação ao próprio fazer pedagógico.

Roque e Pitombeira (2019) afirmam que a reflexão sistemática sobre a prática docente permite uma atuação mais eficaz e sensível às reais necessidades dos estudantes. Para isso, o compartilhamento de experiências entre pares torna-se uma ferramenta poderosa de desenvolvimento profissional. Favorece, por exemplo, a formação de comunidades de prática (Lave; Wenger, 1991), que nesse cenário, representa uma possibilidade promissora para o ensino dos Números Complexos. Nesses espaços colaborativos, professores compartilham estratégias, constroem repertórios pedagógicos e desenvolvem coletivamente soluções para os desafios cotidianos. Quando articuladas a propostas como o Lesson Study, essas comunidades podem transformar a escola em um ambiente de formação continuada e recíproca, promovendo avanços tanto no ensino quanto na aprendizagem.

Além disso, ao envolver os estudantes em discussões e atividades que os incentivem a explicar seus raciocínios, questionar procedimentos e validar ideias, cria-se um espaço fértil para o crescimento mútuo. O diálogo entre docentes e discentes favorece a construção de uma cultura investigativa na sala de aula, aproximando os conteúdos escolares da realidade e estimulando o protagonismo estudantil.

Revista ARACÊ
ISSN: 2358-2472

Dessa forma, o ensino de Números Complexos na Educação Básica pode ser transformado em uma oportunidade de inovação pedagógica, fundamentada em uma perspectiva que valoriza a história da matemática, a interdisciplinaridade e o desenvolvimento profissional docente por meio da prática colaborativa e reflexiva.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A construção dos Números Complexos possui implicações históricas e filosóficas que podem enriquecer o ensino da matemática na educação básica. Esses números não são mera curiosidade matemática, mas uma expressão da evolução do pensamento matemático ao longo dos séculos. Ao entender historicamente a genealogia e a aceitação dos Números Complexos, os educadores podem trabalhar colaborativamente com os estudantes no sentido de perceberem a matemática como um campo dinâmico e em constante desenvolvimento, que reflete as necessidades e os desafios da sociedade.

Através da contextualização, os educadores têm a oportunidade de relacionar os Números Complexos a situações do cotidiano e a problemas práticos, tornando o aprendizado mais interessante. Pois, quando os estudantes veem a aplicação dos conceitos matemáticos, eles se tornam mais engajados e motivados a aprender. Essa abordagem ajuda a desmistificar a matemática e a mostrar que ela é uma ferramenta essencial para a resolução de problemas do mundo real.

A prática reflexiva, por sua vez, é crucial para o crescimento profissional dos educadores e para a melhoria contínua do ensino. Ao refletirem sobre suas práticas, os professores podem identificar quais métodos são mais eficazes em determinadas situações e como podem adaptar suas abordagens para melhor atender às necessidades de seus estudantes. Isso promove um ensino mais inclusivo e encoraja um ambiente no qual a curiosidade e a exploração são incentivadas. A reflexão contínua sobre a prática pedagógica pode levar à inovação no ensino, permitindo experimentar novas estratégias e recursos. Assim, a integração das comunidades de prática promove uma cultura de aprendizado contínuo entre educadores, que podem desenvolver coletivamente abordagens mais eficazes para o ensino de conceitos abstratos como os Números Complexos. Ao colaborarem e aperfeiçoarem continuamente suas práticas, os professores fortalecem seu desenvolvimento profissional e promovem um ensino mais estruturado e alinhado às necessidades dos estudantes.

Portanto, a introdução dos Números Complexos na Educação Básica não deve ser vista somente como uma tarefa curricular, mas como uma oportunidade para cultivar um modo de pensar crítico e criativo. Ao adotar uma abordagem que valorize elementos da realidade e uma prática reflexiva, os educadores podem transformar a maneira como os estudantes percebem a matemática, preparando-os

Revista ARACÊ
ISSN: 2358-2472

para a realização de cálculos, e para a análise crítica e resolução de problemas com complexidades variadas. Em resumo, a matemática é uma disciplina que transcende números e fórmulas; é constituída por uma linguagem que pode nos ajudar a compreender e interagir com o mundo. Ao integrar os Números Complexos de maneira reflexiva, os educadores ensinam conteúdos matemáticos e preparam os estudantes para serem cidadãos mais informados e capazes de lidar com certos desafios e saberes do século XXI.

Revista
ARACÊ
ISSN: 2358-2472

REFERÊNCIAS

ABBAGNANO, Nicola. *Dicionário de filosofia*. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

BISHOP, Alan J. *Mathematics education in its cultural context*. New York: Routledge, 1988.

BOMBELLI, Rafael. *L'Algebra*. 1572.

BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. *A history of mathematics*. 3. ed. Hoboken: Wiley, 2011.

BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. *História da matemática*. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2012.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: https://www.gov.br/mec/pt-br/assuntos/noticias/bncc. Acesso em: 17 jun. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular (BNCC)*. Brasília, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília, 1997.

BRUNER, Jerome S. *Toward a theory of instruction*. Cambridge: Harvard University Press, 1966.

CARDANO, Gerolamo. *Ars magna*. 1545.

CHAUÍ, Marilena. *A nova sociedade e a educação: filosofia da educação*. São Paulo: Ática, 1995.

CHAUÍ, Marilena. *Convite à filosofia*. São Paulo: Ática, 1995.

COLE, Michael. *Cultural psychology: a once and future discipline*. Cambridge: Harvard University Press, 1996.

COURANT, Richard; ROBBINS, Herbert. *O que é matemática?* 2. ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 1996.

D’AMBROSIO, Ubiratan. *Educação matemática: da teoria à prática*. Campinas: Papirus, 1996.

D’AURIA, Giacomo. Complex numbers: a historical perspective. *Mathematical Intelligencer*, v. 29, n. 2, p. 33–38, 2007.

ERNEST, Paul. *The philosophy of mathematics education*. London: Routledge Falmer, 1991.

FISCHER, Anton. *Mathematics in the real world: a cultural perspective on learning and teaching mathematics*. Berlin: Springer, 2015.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GAUSS, Carl Friedrich. *Disquisitiones arithmeticae*. 1801.

GAUSS, Carl Friedrich. *Disquisitiones arithmeticae*. Tradução de Arthur A. Clarke. New Haven: Yale University Press, 1931.
GAUSS, Carl Friedrich. *Theoria motus corporum coelestium*. Hamburgo, 1831.

HERSHKOVITZ, Rafael. The role of metaphors in learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, v. 38, n. 2, p. 123–135, 1999.

HILLEL, Jérôme. The use of complex numbers in the classroom. *Mathematics Teacher*, 2013.

IFRAH, Georges. *The universal history of numbers: from prehistory to the invention of the computer*. Hoboken: Wiley, 2000.

KIEREN, Thomas E. Personal knowledge of rational number development: reflecting on its meaning and how it's acquired. In: BEDNARZ, N.; KIEREN, T. E.; LEE, L. (Org.). *Approaches to arithmetic and algebra: cognitive, epistemological and educational perspectives*. Montréal: Les Presses de l'Université du Québec, 1990. p. 171–188.

KIEREN, Thomas E. Theoretical perspectives on learning and teaching mathematics. In: *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. v. 2, p. 17–34, 1990.

KITCHER, Philip. *The advancement of science: science without legend, objectivity without illusions*. Oxford: Oxford University Press, 1984.

KITCHER, Philip. *The nature of mathematical knowledge*. New York: Oxford University Press, 1984.

KLEIN, Felix. *Elementary mathematics from an advanced standpoint*. 1932.

KLINE, Morris. *Mathematical thought from ancient to modern times*. New York: Oxford University Press, 1972.

KREYSZIG, Erwin. *Advanced engineering mathematics*. 10. ed. Hoboken: Wiley, 2011.

KREYSZIG, Erwin. *Matemática avançada para engenharia*. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011.

LAKATOS, Imre. *Proofs and refutations: the logic of mathematical discovery*. Cambridge: Cambridge University Press, 1976.

LAVE, Jean; WENGER, Etienne. *Situated learning: legitimate peripheral participation*. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

MASON, John. *Researching your own practice: the discipline of noticing*. London: Routledge, 2002.

MENEGHETTI, Regiani Aparecida; LOPES, Celi Espasandin. A constituição histórica dos números complexos e o seu ensino na escola básica. *Revista Zetetiké*, Campinas, v. 15, n. 28, p. 89–111, 2007.

MENEGHETTI, Renato. *Ensino e aprendizagem de matemática: propostas para a educação básica*. São Paulo: Moderna, 2010.

MENEGHETTI, Renato Marcelo Beber de Almeida. Contextualização no ensino da matemática: algumas reflexões. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, v. 23, n. 35, p. 91–110, 2010. DOI: 10.1590/S0103-636X2010000100007.

MEYER, Christopher. A history of complex numbers. *Mathematics Magazine*, v. 80, n. 4, p. 255–266, 2007.

NCTM. *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2000.

NOSS, Richard; PATRICK, Hugh. Mathematical thinking and learning. *Educational Studies in Mathematics*, v. 58, n. 1, p. 89–100, 2005.

PIAGET, Jean. *A epistemologia genética*. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 1976.

POINCARÉ, Henri. *Science and hypothesis*. New York: The Science Press, 1905.

REYS, Robert E.; RUSSELL, Susan Jo. *Teaching mathematics in the middle school*. Boston: Allyn and Bacon, 1997.

ROQUE, Rogério S.; PITOMBEIRA, José M. *Práticas pedagógicas em matemática: reflexões e perspectivas*. São Paulo: Moderna, 2019.

ROQUE, T. C. C.; PITOMBEIRA, J. B. Prática reflexiva e formação docente em matemática: contribuições para o desenvolvimento profissional de professores. *Revista Zetetiké*, Campinas, v. 27, e020010, 2019. DOI: 10.20396/zet.v27i0.8659946.

RUDIN, Walter. *Análise real e complexa*. 3. ed. Rio de Janeiro: McGraw-Hill, 1976.

RUDIN, Walter. *Principles of mathematical analysis*. 3. ed. New York: McGraw-Hill, 1976.

SCHÖN, Donald A. *Educando o profissional reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem*. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SMITH, Robert. Complex numbers in electrical engineering. *IEEE Transactions on Education*, 2011.

STIEFEL, David; HARALICK, Robert. Teaching complex numbers. *The Mathematics Teacher*, v. 87, n. 7, p. 487–490, 1994.

STILLWELL, John. *Mathematics and its history*. 3. ed. New York: Springer, 2010.

STRUIK, Dirk J. *A concise history of mathematics*. New York: Dover Publications, 1987.

THOMPSON, Patrick W. Mathematics education: a critical perspective. *Educational Researcher*, v. 23, n. 5, p. 2–7, 1994.

VALENTE, Wagner Rodrigues. *História da educação matemática no Brasil: do Império ao século XXI*. São Paulo: Livraria da Física, 2017.

Revista ARACÊ
ISSN: 2358-2472

VASILEV, Mikhail. The historical development of complex numbers. *Mathematics Teacher*, 2015.

VYGOTSKY, Lev S. *A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores*. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1984.

VYGOTSKY, Lev S. *Mind in society: the development of higher psychological processes*. Cambridge: Harvard University Press, 1978.

WANG, Jian; WU, Wei. Applications of complex numbers in modern physics. *Journal of Physics*, v. 8, n. 1, p. 30–45, 2016.

WEGERT, Elias. *Visual complex analysis*. 2015.

WEYL, Hermann. *Philosophy of mathematics and natural science*. Princeton: Princeton University Press, 1949.