

## O ENSINO DE QUADRILÁTEROS EM MOÇAMBIQUE: SUA RELAÇÃO COM AS DIFICULDADES APRESENTADAS PELOS ALUNOS DO ENSINO PRIMÁRIO

 <https://doi.org/10.56238/arev7n3-234>

**Data de submissão:** 23/02/2025

**Data de publicação:** 23/03/2025

### **Armando Julião Paruque**

Mestre em Educação pela Uneatlântico- Espanha

Doutorando de PPGE - Universidade Estadual do Oeste do Paraná -Brasil

E-mail: paruquelevy@gmail.com

<https://orcid.org/0009-0009-2040-6036>

### **Vanessa Cavalcante Queiroz**

Especialista em Psicopedagogia com Abordagem em Neurologia - Faculdade Sul Brasil Mestranda de PPGE- Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Brasil.

E-mail: vanny\_queiroz@hotmail.com

<https://orcid.org/0009-0003-3832-5353>

### **Marco Antonio Batista Carvalho**

Doutor em Letras e Linguística pela Universidade Federal da Bahia, Brasil

Professor Associado da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Brasil

E-mail: marcoab\_carvalho@yahoo.com.br

<https://orcid.org/0000-0002-6811-2661>

### **Vilmar Malacarne**

Doutor em Educação pela Universidade de São Paulo, Brasil.

Professor Associado da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Brasil.

E-mail: vilmar.malacarne@unioeste.br

<https://orcid.org/0000-0002-5222-4722>

## **RESUMO**

O objetivo do artigo é analisar a relação das estratégias metodológicas usadas pelo professor no ensino de quadriláteros e as dificuldades que os alunos apresentam na inclusão do quadrado como retângulo. Optou-se por uma pesquisa qualitativa de base interpretativa, delineada a pesquisa-ação Freireano, realizada nas turmas da 5<sup>a</sup> classe, na Escola Primaria Completa da Maragra, em Moçambique - África, com observação de aulas, entrevista e questionário como instrumentos de coleta de dados de campo. Os alunos mostraram ter grandes dificuldades, quase simulares as dos seus professores. O uso do geoplano mostrou ser uma estratégia útil no ensino e aprendizagem dos quadriláteros. Concluiu-se que as dificuldades que os alunos apresentam na inclusão do quadrado como retângulo estão relacionadas às estratégias metodológicas que os professores usam no ensino de quadriláteros.

**Palavras-chave:** Estratégias metodológicas. Ensino de quadriláteros. Dificuldades de ensino e aprendizagem.

## 1 INTRODUÇÃO

O surgimento da geometria remota a muitos séculos atrás e ela está presente em nossas vidas. Como afirma Lorenzato (1995, p. 5):

A geometria está por toda parte, desde antes do cristo, mas é preciso conseguir enxergá-la, ... mesmo não querendo, lidamos em nosso cotidiano com as ideias de paralelismo, perpendicularismo, congruência, semelhança, proporcionalidade, medição (comprimento, área, volume) simetria: seja pelo visual (formas), seja pelo uso no lazer, na profissão, na comunicação oral, cotidianamente estamos envolvidos com a geometria

A geometria tende a ser a parte da matemática que menos é privilegiada na Educação Básica, Lorenzato (1995). Os professores pouco enfatizam a importância do conhecimento geométrico, deixando para última hora os conteúdos da geometria. Aliás, é notório nos livros didáticos que os conteúdos de geometria foram sempre colocados no último lugar nos programas de ensino de matemática. Como afirma Lorenzato (1995), na maioria das vezes a geometria tem seu conteúdo como último a ser ensinado e sem fazer a ligação com a aritmética.

O artigo discutiu a relação das estratégias metodológicas usadas pelos professores no ensino da geometria, particularmente dos quadriláteros, e as dificuldades de aprendizagem, que os alunos do ensino primário apresentam na inclusão do quadrado como retângulo. Neste aspecto é preciso compreender que a formação inicial também contribui muito para o trabalho docente, visto que muitos professores usam as mesmas metodologias adquiridas em sua formação inicial, sem melhorias (Moçambique, 2019).

Em relação às dificuldades na compreensão da geometria, durante um estágio profissional realizado no Instituto de Formação de Professores Primários de Chibututuine, em Manhiça, Moçambique, os formandos da turma 7 negaram que o quadrado é um retângulo, quando, na verdade, tal conhecimento já deveria ser de domínio dos alunos nos níveis escolares inferiores.

Nas assistências de aulas na 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> classe, observou-se que os professores usavam os métodos tradicionais de ensino, apoiando-se à Pedagogia do Oprimido de Paulo Freire, transferindo as suas dificuldades para os seus alunos. Numa turma da 5<sup>a</sup> classe, por exemplo, a professora desenhou quadrados, triângulos, retângulos, paralelogramos não retângulos e losangos não quadrados. Depois pediu aos alunos para que marcassem “X” nos retângulos, e estes não identificaram o quadrado como retângulo. Lamentavelmente que a professora também não identificou os quadrados como retângulos. Não trabalhou, portanto, as propriedades destas figuras, apenas se limitou aos conceitos definidos com lacunas.

Considerando-se o experienciado e relatado acima, neste trabalho nos dedicaremos a identificação e classificação de quadriláteros, particularmente a inclusão do quadrado como retângulo,

seu tratamento na sala de aulas e na relação entre o ensino e as dificuldades existentes nos alunos da 5<sup>a</sup> classe da Escola Primaria Completa da Maragra, instituição pública que está localizada na província de Maputo, distrito de Manhiça em Moçambique.

A pesquisa visa analisar a relação das estratégias metodológicas usadas pelos professores do ensino primário no ensino de quadriláteros e as dificuldades que os alunos da 5<sup>a</sup> classe apresentam na inclusão do quadrado como retângulo. Assim como, propor o uso correto do geoplano como estratégia metodológica de ensino de quadriláteros, com vista a melhorar a qualidade das aprendizagens, reduzindo assim as dificuldades nos alunos.

## **2 PERTINÊNCIA DO ESTUDO DA GEOMETRIA**

Os conceitos de geometria e espacialidade fazem parte das experiências de todas as crianças, quando elas tentam entender como funciona o universo que as cerca, e quando distinguem os objetos e a proximidade entre eles. Portanto, a geometria fornece as ferramentas essenciais para a correlação entre a matemática e a realidade, priorizando os estudos das formas e do espaço (Pereira, 2012). Pode-se acrescentar a ideia de que a geometria proporciona a compreensão de todo o espaço em que a criança vive.

É pertinente a aprendizagem da geometria na escola porque favorece o desenvolvimento do pensamento lógico, como afirma Lorenzato (1995, p. 5):

Na verdade, para justificar a necessidade de se ter a geometria na escola, bastaria o argumento de que sem estudar a geometria as pessoas não desenvolvem o pensamento geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer a geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da matemática torna-se distorcida.

O autor afirma que a geometria é fundamental para a completa formação de uma pessoa, porque tem a capacidade de desenvolver uma comunicação e interpretação mais ampla do mundo. Corroborando com Lorenzato (1995), Jones (2002), afirma que a geometria proporcionou aos alunos uma ampla visão do universo que o cerca, como desenvolver pensamentos críticos, aprimorar a resolução de problemas, aumentar a capacidade de intuição e visualização e melhorar o raciocínio de dedução, prova e argumentação.

Na primeira fase, o aluno apenas identifica as figuras geométricas, de maneira indivisível, distingue-as de acordo com suas características e em seguida faz a correlação entre as figuras e suas propriedades. Depois dessas etapas, passa a organizar estas ideias e criar um conceito de abstração

dos objetos partindo de um pensamento concreto dos objetos para desenvolver a conexão do mesmo no espaço e, pouco a pouco, se tornam mais abstratos (Pavanello, 2004).

Em relação a este conteúdo, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCNM) do Brasil, um país falante da língua portuguesa e, com um currículo de ensino primário semelhante à de Moçambique, destacam que:

A importância da geometria e de como esta disciplina é essencial na grade curricular - mesmo identificando seu completo abandono - porque capacita o aluno a desenvolver um pensamento crítico e organizado, agindo principalmente na compreensão, descrição e representação do mundo. As formas geométricas tendem a atrair o interesse dos jovens naturalmente, inclusive proporcionando a habilidade de argumentação e demonstração para solucionar os problemas (Brasil, 1998, p. 122).

A geometria também se constitui como uma disciplina essencial no currículo escolar, de acordo com Santos, (2017, p. 23) “o aluno desenvolve uma maneira específica para pensar, proporcionando o interesse dos alunos para ampliar seus conhecimentos”. Fica assim evidente a importância deste conteúdo no processo de formação escolar.

### **3 ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA**

Em relação ao ensino de geometria, Pereira, (2012, p. 9), afirma que “a geometria apresenta métodos, finalidades e conteúdos questionáveis na apresentação da disciplina em sala de aula, permitindo assim que ela seja a mais polêmica unidade no campo da matemática”. Com base nos trabalhos de Lorenzato, (1995) e Santos, (2017, p. 22) “o ensino da geometria não está muito presente nas salas de aula, inclusive sem a devida valorização do ensino desta disciplina, e quando presente, a geometria encontra-se desconecta com a realidade dos alunos”. Estes autores Lorenzato (1995) e Santos (2017), descrevem a falta de valorização no ensino da geometria, e mostram que a falta de dedicação a esta disciplina nas escolas faz com que os alunos não tenham uma visão global da matemática.

Na busca por superar os problemas do ensino deste conteúdo, Matos e Serrazina, (1996) sugeriram um modelo diferente para o ensino da geometria, em que deve existir uma valorização desta disciplina, porque os autores indagaram que os conhecimentos da geometria poderiam ser adquiridos de forma gradual, utilizando uma linguagem geométrica, aliados ao raciocínio e intuição. Identifica-se, assim, a geometria como uma disciplina “global” porque as figuras ou objetos não estão isolados uns dos outros, mas se correlacionam de maneiras simples ou complexas, a fim de poderem interagir com outras áreas da matemática. Trata-se também de um “fenômeno construtivo” porque os alunos desenvolvem os seus conceitos sobre geometria, tornando-se assim um aprendizado que envolve

muitos agentes, tais como: alunos, professores e toda a escola. Ainda citando Matos e Serrazina, (1996), o ensino da geometria pode desenvolver diferentes habilidades nos alunos, principalmente a capacidade de construir e manipular objetos geométricos, visualizar, organizar o pensamento de maneira lógica e ter a possibilidade de aplicar os conhecimentos de geometria em situações do cotidiano.

Neste sentido, a *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2008), propõe normas que direcionam o ensino da matemática do pré-escolar ao 12º ano, com ênfase na geometria, em que há diretrizes e expectativas que devem ser seguidas. Este documento possui referência internacional e, segundo tais pressupostos, o ensino da geometria propicia ao aluno desenvolver o raciocínio e argumentar de forma natural e, anteriormente a isso, preconiza a possibilidade de aprender sobre as formas geométricas e suas relações no espaço, permitindo a compreensão de outras áreas da vida. Portanto, “desde os primeiros anos de estudos, os alunos poderão desenvolver aptidões para o raciocínio geométrico, com o auxílio do professor, utilização de ferramentas adequadas e atividades direcionadas,” (NCTM, 2008, p. 44).

Afirma Jones (2002, apud Abrahão, 2004, p.7) que “o estudo da geometria deve ter a capacidade de estimular os alunos para desenvolver a curiosidade deles com o intuito de exploração”, ou seja, permitir um melhor aprendizado e conhecimento matemático. Falando da curiosidade, Freire e Faundez (2011) dizem que a curiosidade é tida como ponto de partida do conhecimento, as origens do ensinar, da pedagogia. Paulo Freire sempre esteve a favor de uma educação libertadora, centrado no diálogo igualitário entre o professor e aluno, na pergunta, alimentando a curiosidade do aluno, partindo do cotidiano do aluno na sua sociedade.

Assim, Tempera, (2010, p. 8) mostrou que “a geometria não deve estar somente vinculada às formas geométricas em si, mas estar relacionada a aspectos mais amplos”. Logo, o resultado do desenvolvimento do raciocínio geométrico representa um conjunto de ações efetuadas ao longo do tempo.

#### **4 DIFICULDADES E OBSTÁCULOS AO ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA**

Os alunos apresentam dificuldades para aprender a geometria de maneira eficaz e intensa, e este fato não pode ser ignorado, sendo necessário compreender a proveniência dessas dificuldades e obstáculos que prevalecem nos alunos. Nas avaliações do terceiro trimestre dos últimos três anos a nível nacional, cerca de 80% das respostas erradas dos alunos foram constatados em matéria de geometria (INDE, 2016). Assim, Abrahão, (2004, p. 1) afirma que “as crianças apresentam

dificuldades para aprender geometria ao longo dos últimos vinte anos, e estes números têm aumentado, e o problema pode estar relacionado à dificuldade nos conceitos de espacialidade”.

É partindo dessa lógica que Pavanello, (1989) afirma que a geometria não estava presente no currículo escolar, e em outras situações, era ensinada de maneira formal. Retirar a geometria da grade curricular ou tratá-la indevidamente poderá acarretar danos na formação na fase adulta, conforme mencionado anteriormente.

Num trabalho realizado por Perez, (1995, p. 57) com professores do 2º grau concluiu que “[...]eles puderam diagnosticar poucas horas semanais para o ensino da matemática, impossibilitando-os também de cumprir todo o programa do ano letivo e, inserir a geometria ao final da disciplina, a tornava insuficiente ou quase nula como aprendizado”. Corroborando com isso, Bishop, (1986, p. 142) afirma que “no seu levantamento geral da matemática no ensino primário, a aritmética permanece o assunto principal na instrução primária”. Assim, ao estudo da geometria nas escolas é dado pouca atenção e, em muitos casos, é substituído por aritmética ou outras disciplinas curriculares.

São aponta duas causas principais para não haver o ensino da geometria por Lorenzato, (1995, p. 4): “muitos professores não detêm os conhecimentos geométrico necessários para a realização de suas práticas pedagógicas [...] deve-se a exagerada importância que entre nós desempenha o livro didático, quer devido à má formação dos professores, quer devido a estafante jornada de trabalho a que estão submetidos”.

Da mesma forma, Santos, (2017, p. 24), afirma que “os professores apresentaram as mesmas dificuldades dos alunos relativos aos princípios de geometria. As maiores dificuldades estavam relacionadas aos conhecimentos em si, e deste modo ressalta-se a importância para a formação inicial para todos os professores”. Por outro lado, Lorenzato, (1995) e Santos, (2017) apontam outro problema com o ensino da geometria, que é a total dedicação dos professores aos livros didáticos, causado pela extensa jornada de trabalho, falta de tempo para buscar outras matérias didáticas e formação ineficaz. Outro fator é que a geometria está presente apenas formalmente nas últimas unidades dos livros didáticos, muitas vezes ao final do livro, com poucas chances para seu estudo, e acima de tudo sem relação com o cotidiano dos alunos, como já foi referido.

Em conformidade com esses problemas, Lorenzato (1995) mostrou ainda que há problemas direcionados aos fatores externos na sala de aula foram: formação inadequada dos professores e a separação da álgebra e aritmética da geometria. Para os professores, torna-se indicativo seguir o livro didático, e nesses livros existe a total separação das disciplinas de álgebra e aritmética da geometria.

No desenvolvimento das fases de aprendizagem de geometria, a linguagem do professor é muito importante. Por essa razão que Crowley, (1996, p. 13) diz que “além da linguagem do professor,

é importante perguntar ao aluno “como é que sabes?” Porque, com esta pergunta, o aluno é obrigado a refletir nos elementos relevantes da figura em causa”. A partir da linguagem informal, “canto para designar ângulo; reto para designar segmento de reta ou linha reta; descida para lados oblíquos”, o aluno deve ser conduzido, pouco a pouco à linguagem geometricamente mais precisa.

Segundo Charlot (1995, apud Abrahão 2004, p. 2) “é importante que o professor motive o aluno para aprender, utilizando metodologias diferentes de ensino, porque pelo contrário sempre haverá a falta de interesse por parte do aluno”.

Outro problema está relacionado à divergência entre a linguagem escolar e familiar, isto é, “os professores precisam estar atentos para identificar as diferenças culturais de cada criança, do seu local de origem, país, para compreender que cada criança terá experiências particulares para a exploração, inspiração do conhecimento” (Abrahão, 2004, p. 2). Vale ressaltar que outro problema está direcionado com a deficiente formação dos professores, com a ausência de um programa de atualização e formação contínua, alertando que a proximidade dos professores com a unidade escolar é importante. Este é um real problema da educação e formação de professores em Moçambique, onde a formação continuada é responsabilidade individual do professor.

Por fim, mas não menos importante, o problema direciona-se à dificuldade que os professores encontram para utilizar materiais didático e adequados nas salas de aula, como o geoplano. Devido à “falta de formação em geometria, os professores se sentem desconfortáveis para criar e explorar materiais didáticos a serem utilizados nas aulas, e deste modo poderiam contribuir para compreender e construir ideias de geometria” (Abrahão, 2004, p.3).

De forma geral, o método tradicional ensinado nas escolas, permite um bloqueio para a compreensão da geometria como parte da área matemática. Tratando-se de uma disciplina importante, a mesma tem de ser avaliada pelos alunos e deve ser acessível para todos.

## 5 INCLUSÃO DE CLASSE

Para fins do discutido neste texto, a preocupação não é dar definições de cada figura, mas sim, saber como fica a inclusão do quadrado em outras classes dos quadriláteros.

O estudo de Villers, (2010), e Van Hiele (1999, apud Pereira 2012, p. 10) mostra que a inclusão de classes acontece no “nível 3, identificado como dedução informal, onde os alunos iniciam o estabelecimento das relações das propriedades das figuras, dentre e entre elas, inclusive fazendo deduções e reconhecimentos das classes das figuras.”

Da mesma forma, Hoffer (1996, p. 32), no âmbito da inclusão de figuras, reporta que, em pesquisa realizada no Oregon, “uma aluna que se recusou a incluir os quadrados no conjunto dos

retângulos, mas que depois de lhe pedir para descrever as figuras e refletir nas suas propriedades e definições, decidiu incluir os quadrados nos retângulos e os retângulos nos paralelogramos”. Daí que se repisa o estudo das propriedades das figuras como importante para a inclusão de classes.

Os autores Cruz *et al* (1992) estudaram as propriedades dos paralelogramos dos lados, ângulos e diagonais para mostrarem a inclusão de classe:

Paralelogramo como um quadrilátero que apresenta os lados opostos iguais e paralelos; retângulo como um paralelogramo que possui os quatro ângulos retos; losango como um paralelogramo com todos os lados iguais; quadrado como um retângulo porque apresenta os quatro ângulos retos, e como losango pois possui os quatro lados iguais (Cruz *et al*, 1992, p. 200).

Este resumo é defendido nas definições e sistematizações de Murimo e Morgadinho (2006, p. 17), onde o quadrado é definido como um quadrilátero especial porque está presente em todas as classes de quadriláteros, tais como: “quadrado pode ser denominado um retângulo porque é um quadrilátero que apresenta quatro ângulos retos e lados opostos iguais e paralelos; por fim, o quadrado também é um losango porque é definido como um quadrilátero com todos os lados iguais.”

Os autores Vieira, Gomes e Burnay, (1994) fazem a sistematização das propriedades dos quadriláteros, mostrando a inclusão de classes por meio de diagrama, no qual fica claramente definido que o quadrado pertence a retângulos e losangos simultaneamente.

Figura 1 - Diagrama de inclusão de classes de quadriláteros.



Fonte: Nacarato *et al* (2016)

Neste diagrama, aparentemente nota-se que é fácil analisar como funciona a inclusão de classes de quadriláteros e bem justificado por meio das propriedades porque cada figura está enquadrada na classe.

## 6 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa é de natureza qualitativa com abordagem interpretativista, conforme Ludke e André (2017), destacam que aceita que as perspectivas dos envolvidos na pesquisa sejam retratados,

enfatizando e valorizando o processo mais do que o produto. Para Flicks (2009, p. 25), corroborando com a mesma perspectiva, diz que tais métodos “[...] consideram a comunicação do pesquisador em campo como parte explícita da produção de conhecimento em vez de simplesmente encará-la como uma variável a interferir no processo” e a subjetividade das que compõe a pesquisa torna-se parte dele.

Ainda sobre a abordagem qualitativa, Creswell, (2007) apresenta as seguintes características:

A pesquisa ocorre em um cenário natural. O pesquisador sempre vai ao local onde está o participante para conduzir a pesquisa, permitindo assim desenvolver um nível de detalhes sobre a pessoa e o local e estar altamente envolvido nas experiências dos participantes. A pesquisa qualitativa usa métodos múltiplos que são interativos e humanísticos. Os pesquisadores buscam o envolvimento ativo dos participantes na coleta de dados e tentam estabelecer harmonia e credibilidade com as pessoas no estudo. Os métodos mais reais da coleta de dados estão baseados em observação aberta, entrevista, questionário e documentos. Os dados coletados envolvem dados em textos e fotos ou imagens (Creswell, 2007, p. 186).

Esta pesquisa também é exploratória, porque objetiva “proporcionar maior familiaridade com o problema, com vista a torná-la mais explícito. Mas também tem um rumo descritivo na medida em que “objetiva a descrição das características de determinada população ou fenômeno, ou então estabelecimento de relação entre variáveis” Gil (2021, p. 42).

A revisão bibliográfica foi o primeiro na coleta de dados, que segundo Minayo (2017, p. 40) “[...] ela se baseia nos estudos já feitos ajudando a mapear as perguntas já elaboradas naquela área de conhecimento, permitindo identificar o que mais tem se enfatizado e o que tem sido pouco trabalhado”.

O processo de ensino e aprendizagem exige dos seus intervenientes diretos na sala de aula um diálogo, como Freire, tem se referido. Acreditamos que a dialogicidade nos processos educativos, tanto entre os envolvidos no ensino e na aprendizagem quanto entre os saberes, é prática fundamental, e pode levar ao desenvolvimento de habilidades essenciais para a atuação autônoma na escola e na sociedade.

Nesse sentido, optamos pela Pesquisa-ação, que em seu cerne traz “[...] o envolvimento ativo do pesquisador e a ação por parte das pessoas ou grupos envolvidos no problema” (Gil, 2021, p. 55). Com caráter empírico, Thiollent (1986, p. 14) argumenta que ela é “[...] concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo”.

Comentando ainda sobre a pesquisa-ação educacional, ressalta que,

[...] a concepção das atividades pedagógicas e educacionais não é vista como transmissão ou aplicação de informação. Tal concepção possui uma dimensão conscientizadora. Na investigação associada ao processo de reconstrução, elementos de tomada de consciência são

levados em consideração nas próprias situações investigadas, [...] na relação professores/alunos (Thiolent, 1986, p. 75).

Juntamente intencionados, professor/pesquisador e estudante se debruçam sobre a realidade e “[...] se encontram numa tarefa em que ambos são sujeitos no ato, não só de desvelá-la e, assim, criticamente conhecê-la, mas também no de recriar este conhecimento” (Freire, 2011a, p. 68).

A pesquisa foi realizada na Escola Primaria Completa da Maragra, instituição pública, que está localizada na província de Maputo, distrito de Manhiça em Moçambique. A escola tem população de 370 alunos da 5<sup>a</sup> classe, divididos em 7 turmas com igual número de professores, com uma frequência média de 52 alunos por turma, ocorrendo as aulas das 6: 40 horas às 10:10 horas (a escola funciona em regime de 3 turnos diurnos devido à insuficiência de salas de aula). Usou-se uma amostra de 7 professores e 140 alunos, sendo 70 homens e 70 mulheres, numa seleção aleatória de 20 alunos por turma. Segundo Lakatos e Marconi (2021, p. 108), “a amostragem probabilística baseia-se na escolha aleatória dos pesquisados, significando que cada membro da população tenha a mesma probabilidade de ser escolhido”.

Iniciando a Pesquisa-ação Freireana, nos ancoramos em Freire e Faundez (2011) e Freire (2003) que destacam que, ao colocarmos em prática nossa capacidade de indagar, comparar, duvidar, nos tornamos mais curiosos e mais críticos. A curiosidade, inerente ao ser humano, nos faz “[...] perguntar, conhecer, atuar, mais perguntar, re-conhecer” (Freire, 2003, p. 86).

Optou-se pela a 5<sup>a</sup> classe porque o programa de matemática desta classe exige que se tenha estudado todos os quadriláteros convexos e algumas propriedades relativas aos lados, ângulos e diagonais. Para a coleta de dados foi usada a observação de aula, a entrevista, questionário realizado num momento em que tinham aprendido os quadriláteros e algumas das suas propriedades. Perante uma ficha de figuras planas e geoplano, os alunos foram respondendo as perguntas do investigador realizando as atividades propostas, como está descrito no uso de geoplano como estratégia de ensino de quadriláteros.

Para a análise de dados foi usado a Análise do Discurso Freireano, que considera o discurso como uma forma essencial e transformadora de comunicação, que pode revelar condicionamentos ideológicos e, ainda, pode ajudar a superar visões limitadas dos problemas enfrentados (Freire, 1982b). Convertidos em textos para análise e reflexão, devem ser investigados e sistematizados com o intuito de se compreender a realidade e os níveis de autoconsciência dos indivíduos em suas interações com o mundo (Freire, 1982a; 1982b; 1997).

Dessa forma, apoiados na Análise do Discurso Freireano, proposta por Araújo (2023), nos debruçamos sobre os discursos dos alunos e professores. Conforme o autor aponta, esta se faz uma

alternativa para analisar dados qualitativos; uma forma de análise que reconhece os estudantes como co-construtores do conhecimento, promovendo a interação dos discursos com o referencial teórico, enriquecendo as discussões sobre os resultados (Araújo, 2023).

Assim, a Análise do Discurso Freireano, permite uma compreensão mais profunda das percepções e experiências dos estudantes, enriquecendo a análise, além de valorizar o papel dos alunos e estudantes na construção do conhecimento.

Conforme Araújo (2023, p. 60) fundamenta, sua proposta de análise estrutura-se nas seguintes fases:

1. Conhecendo o material: organização dos dados constituídos com o estudo. Processo em que o pesquisador conhece, transcreve e organiza o corpus da pesquisa usando diferentes recursos, tendo uma visão panorâmica, identificando os assuntos abordados, o público, o contexto em que os dados foram constituídos e os temas que serão analisados;
2. Codificando os dados: o material é lido, fragmentado, tratado, separado em unidades, sequenciado, estruturado em categorias iniciais que podem ser definidas antes ou emergidas no processo da pesquisa;
3. Encontrando associações: identifica-se relações no material analisado que podem ser por categorias temáticas ou de análise, encontrando as semelhanças, os sentidos explícitos e implícitos evidenciados pelos

Tendo em conta a estrutura proposta, na primeira fase organizamos o material para análise, separando os dados a partir de cada instrumento utilizado.

A seguir, identificamos os participantes da pesquisa, e criamos códigos para nomeá-los. Optamos por identificá-los com a letra A (A1 a A 140) para alunos, “P” para professores (P1 a P7), grupo 1 até grupo 28 para os grupos nas atividades de geoplano.

## **7 O USO DE GEOPLANO COMO UMA ESTRATÉGIA DE ENSINO DE QUADRILÁTEROS**

O geoplano é um dos instrumentos mais práticos e que facilita a compreensão das propriedades dos quadriláteros. Permite a construção das figuras por meio das propriedades e posterior comparação conclusiva.

Com o geoplano as atividades foram realizadas em pequenos grupos como forma de valorizar a cooperação. Conforme diz Fernandes, (1997) a cooperação diz respeito a criatividade e é muito necessária em matemática porque os alunos ajudam-se uns com os outros na compreensão dos conceitos básicos. Também trabalhando cooperativamente os alunos ganham segurança e confiança nas suas capacidades individuais, facilitando assim a compreensão dos conceitos matemáticos devido a maior interação dos alunos.

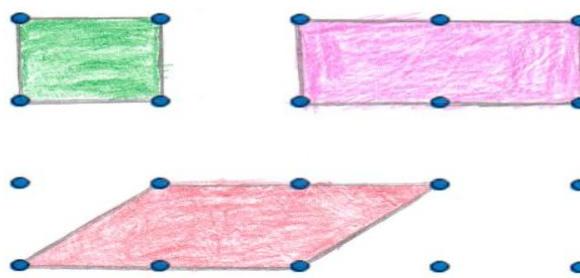
Foram formados cinco grupos de quatro elementos por cada amostra de vinte alunos por turma, como forma de ajudar no entendimento de algumas propriedades de alguns quadriláteros. O trabalho

decorreu em forma de uma entrevista, num ambiente tranquilo, mostrando aos alunos que existem outras formas que podem ser usadas no processo de ensino e aprendizagem de quadriláteros.

Na pergunta 1 cada grupo devia construir quadriláteros que tenham lados paralelos e iguais dois a dois. Cada grupo foi construindo o que julgava certo, mas ao longo do tempo de discussão no meio do grupo, apagavam e escreviam de novo. Depois fazíamos perguntas a cada grupo para percebermos o que na verdade estava acontecendo como trabalho.

Figura 2 – Foto dos quadriláteros construídos pelo grupo 5.

1. Constrói quadriláteros que tenham lados paralelos e iguais dois a dois. Desenha o que descobriste.



Fonte: Trabalho de campo dos pesquisadores

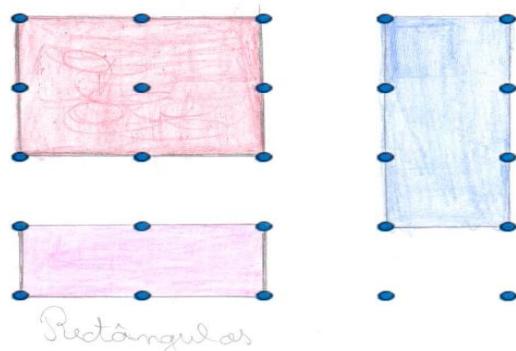
O grupo desenhou um quadrado, um retângulo e um paralelogramo e chamou-os de paralelogramos. Questionados acerca da existência de outras figuras com as mesmas propriedades das figuras desenhadas, um dos elementos do grupo disse que as outras figuras não podiam fazer parte deste grupo porque só tem lados paralelos e não iguais. Pedimos ao aluno para desenhar a figura em causa, com esperança de vermos um losango, o aluno desenhou um trapézio isósceles.

Com certeza, o trapézio não possui as propriedades descritas no exercício. Mas insistimos com o grupo até que uma menina disse “*já sei qual é a figura que falta, papagaio*”. Ao desenhar o tal papagaio descobrimos que na verdade estava a falar de losango.

Porque o objetivo desta atividade é ajudar os alunos a compreenderem algumas propriedades dos quadriláteros, foi debatido em plenária sobre os paralelogramos. Durante o diálogo, os alunos conseguiram perceber que na classe dos paralelogramos, temos todos quadriláteros que têm lados paralelos dois a dois e, que os lados paralelos são iguais. Assim, ficou evidente que o paralelogramo, o retângulo, o losango e o quadrado são paralelogramos.

Na atividade 2, os alunos deviam construir todos quadriláteros com todos ângulos retos. Os grupos não tiveram dificuldades em representar os quadriláteros com todos os ângulos retos. Mas durante as análises grupais algo muito interessante foi descoberto nas figuras construídas com o grupo 11.

Figura 3 - Retângulos construídos pelo grupo 11.



Fonte: Trabalho de campo dos pesquisadores.

Este grupo quando questionado sobre as três figuras disse que todas são retângulos.

Pesquisador: estamos a ver que a primeira é um quadrado.

Aluno: *não professor é um retângulo.*

Pesquisador: amigos, esta primeira figura tem três pontos por três pontos de cada lado.

Aluno: *é um retângulo grande*

Pesquisador: amigos esta figura é um quadrado.

Aluno: *pode ser, mas tem ângulos retos.*

Pesquisador: sim

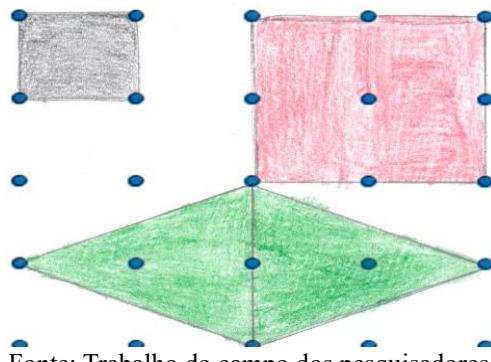
Aluno: *é verdade o quadrado também tem ângulos retos.*

Na verdade, este grupo 11 desenhou o quadrado como figura com todos os ângulos retos no intuito de desenhar um retângulo grande. Mas eles estavam no caminho certo, apenas notório a falta de atenção durante o desenho, o certo é que eles tinham a certeza de que a figura tinha todos ângulos retos. Outro problema notado neste grupo é o fato de não quererem mudar, já que foram ensinados que o retângulo tem os ângulos retos. Não esperavam que uma outra figura tivesse essas características, mesmo quando estão diante de evidências claras. Este fato foi discutido em circunstâncias anteriores, onde os professores continuam dando definições inconclusivas, mas que o manual do professor tem orientações metodológicas claras. Há uma resistência por parte dos professores em efetuar uma mudança de atitude tendo em conta que foram ensinados ou formados por metodologias tradicionais e preferem dar continuidade com os mesmos, apesar de existirem novas metodologias eficazes para esses conteúdos.

A atividade seguinte consistia em construir quadriláteros com todos lados iguais. Foi a atividade que todos grupos acertaram tanto nos desenhos assim como nas justificações. O grupo 23 desenhou um losango e dois quadrados e, disse que são as únicas figuras com todos os lados iguais. Percebeu-se que já existia uma clareza nos entrevistados, ao ponto de desenharem e justificarem corretamente as suas escolhas. Este grupo chamou a estas figuras de losangos e quadrados. Só conseguiram dar a estas figuras o nome de losangos depois de ouvir a plenária. O debate em plenária

foi um dos maiores ganhos desta atividade porque os próprios alunos conseguiam alavancar os outros, sem ser o pesquisador a exercer essa tarefa.

Figura 4— Quadriláteros com todos os lados construídos pelo grupo 23



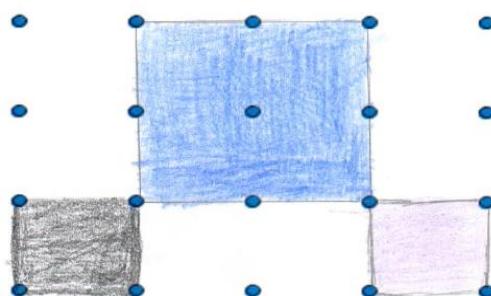
Fonte: Trabalho do campo dos pesquisadores.

Mais uma vez ficou claro que deixar os alunos discutirem sobre as atividades que eles realizam tem um rendimento aplausível, em vez de ditar conclusões que eles mesmo não podem provar.

A atividade quatro tinha como teor: construir quadriláteros que tenham todos os lados iguais e todos os ângulos retos.

Esta era a atividade mais fundamental do trabalho, porque visava provar que existem outras estratégias metodológica que podem facilitar a compreensão das propriedades dos quadriláteros e, levar o aluno a compreender a inclusão de classes, principalmente do quadrado como retângulo. O quadrado é um quadrilátero especial porque tem propriedades de todos os quadriláteros convexos e trapézios.

Figura 5 – quadriláteros com todos os lados iguais e todos ângulos retos, construídos pelo grupo 2



Fonte: Trabalho do campo dos pesquisadores.

O pesquisador deixou que cada grupo sozinho discutisse e desenhasse o que na verdade descobriu. Algumas dúvidas foram surgindo, mas o pesquisador dizia para que reparassem nas atividades anteriores e que iriam descobrir o certo. Todos os grupos desenharam o quadrado único, alguns desenharam quadrado, retângulo e losango e, este grupo optou por desenhar um quadrado

suportado por dois. Questionado acerca do desenho disse que era para mostrar que apenas o quadrado seja grande ou pequeno é que se enquadrava nas características descritas.

Para terminar, colocou-se o geoplano original para que os alunos pudessem fazer a recapitulação das atividades exercitadas.

Figura 6 – foto dos alunos construindo quadriláteros no geoplano usando elásticos.



Fonte: Trabalho dos pesquisadores no campo.

Estas atividades com o geoplano mostraram que o processo de ensino e aprendizagem de quadriláteros não é tão difícil o quanto os questionários revelaram. A identificação e classificação de quadriláteros por meio de geoplano ou papel ponteado, foi um processo fácil e emocionante, onde os alunos gostaram, trabalharam em equipe, ajudaram-se, aprenderam muito e superaram as dificuldades que tinham. Ficou bem claro que o uso desta metodologia é um passo que os professores deviam abraçar porque facilita a aprendizagem dos alunos.

## 8 SÍNTSE DOS TRABALHOS COM PROFESSORES E ALUNOS

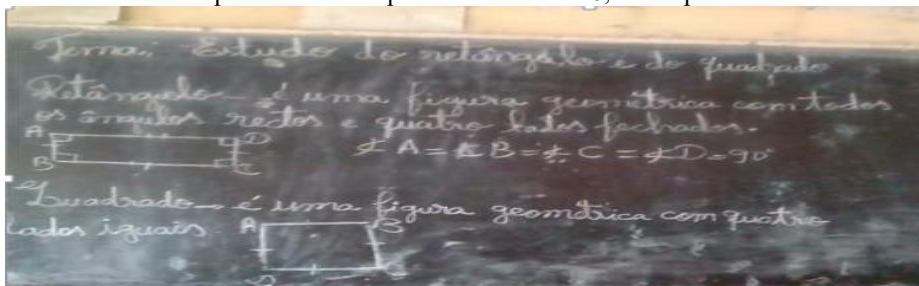
Das aulas assistidas a estes 7 professores, em nenhuma se estabeleceu a relação de inclusão de classes de figuras, possivelmente porque os manuais do professor e do aluno não esclarecem em que momento se deve efetivar esta relação. Observou-se a existência de muitas dificuldades nas definições do retângulo e do quadrado, chegando a dar definições insatisfatórias com falta de rigor na terminologia.

Para a P6, com o tema: estudo do retângulo e do quadrado. Definiu retângulo como sendo “uma figura geométrica com todos ângulos retos e quatro lados fechados. E, quadrado como sendo uma figura geométrica com quatro lados iguais”. (Ver a foto abaixo da aula no quadro)

A pesar desta professora ter apresentado uma definição aceite de retângulo, em nenhum momento chegou de colocar o quadrado como retângulo, embora tenha as condições colocadas de retângulo. Não fez nenhuma pergunta aos alunos para ver se exploravam mais o tema em estudo, não deu nenhum exemplo de nenhuma figura semelhante ou igual ao retângulo. A aprendizagem só tem

significado quando é conectado a vida real, dai que os conceitos abstratos têm pouca atenção nos alunos deste nível.

Foto de apontamento no quadro da aula de P6, tirada pelo celular.



Fonte: Trabalho dos pesquisadores no campo

Quanto ao conceito do quadrado que esta professora escreveu, não satisfaz a definição do quadrado, pois a igualdade dos lados não é o único fator preponderante para que uma figura chamada de quadrado. Faltou aqui mencionar a questão dos ângulos retos. O manual do aluno da 5<sup>a</sup> classe apresenta duas definições do quadrado. Segundo Langa e Paulo (2014, p. 32), quadrado é “um retângulo com todos os lados iguais”. Os mesmos autores mais adiante, na página 95, definem quadrados como sendo “paralelogramos em que todos os lados têm o mesmo comprimento e os quatro ângulos são retos” (Langa; Paulo, 2014, p. 95). Na mesma página deste livro está bem clara a relação de inclusão do quadrado como retângulo e como losango

Tomando como base estes aspectos, foi possível ver que estes professores apresentam muitas dificuldades no tratamento de retângulos, estas dificuldades podem estar ligadas à falta de domínio dos mesmos conteúdos e à consideração de elementos não relevantes como determinantes na identificação e classificação dos quadriláteros, sobretudo de retângulos.

Para a superação desta dificuldade seria possível com um programa de formação continuada de professores. A formação continuada dos professores tem um grande contributo na melhoria de qualidade profissional dos professores na medida em que visa melhorar o nível profissional dos professores, melhorar o desempenho da sala até a comunidade em geral, supera as dificuldades que não foram sanadas durante a formação inicial.

O comportamento dos alunos questionados durante a realização das tarefas de identificação, classificação e inclusão de classes mostra que também apresentam muitas dificuldades nesta temática, estes alunos usam definições e propriedades não relevantes quando estão perante atividades que exigem aplicação de um destes componentes.

A reação destes alunos não foi muito diferente das revelações demonstradas pelos professores assistidos, entrevistados e questionados, talvez porque são alunos destes professores.

Os professores não fazem a comparação das propriedades e definições das figuras, não exercitam, nem fazem a sistematização das aulas, embora os manuais já têm exercícios de sistematização e sugestões metodológicas para estas aulas de identificação, classificação e inclusão de classes de quadriláteros.

De um modo geral, pode se dizer que os alunos questionados têm a noção de algumas formas geométricas estudadas na sala. Eles têm dificuldades no estabelecimento da relação de inclusão de classes de quadriláteros, não foram capazes de entender que um quadrado é um trapézio, é um paralelogramo, é um retângulo, é um losango, para além de ser quadrilátero, isto é, pertence a toda classe de quadriláteros convexos estudados. Há alguns alunos que mostraram terem adquiridos as competências básicas definidas para um aluno da 5<sup>a</sup> classe na aprendizagem dos quadriláteros. É preciso salientar que há certos alunos que ainda estão longe de atingirem essas competências e que não é possível entender que ideias têm sobre os retângulos, enfrentando também o problema da verbalização ou de linguagem.

A maior dificuldade que os alunos questionados e entrevistados apresentaram é de possuírem pouco conhecimento das propriedades do retângulo e do quadrado, se não dos quadriláteros. Este facto pode ser o resultado da falta de atividades de visualização, manipulação, construção de figuras na sala de aulas. Os professores não dialogam com seus alunos, o que nos remete a Freire (2011a) quando diz que os alunos são considerados como recipientes vazios onde vão despejar conteúdos e conhecimentos em vez de exercitá-los para conhecerem as propriedades de cada figura, que facilitaria a inclusão de classes. Freire (2011a, p. 116), diz que “para o educador -educando, o dialógico, problematizador, o conteúdo programático da educação não é doação ou uma imposição – um conjunto de informações a ser depositado nos educandos -, mas a devolução organizada, sistematizada e acrescentada ao povo daqueles elementos que este lhe entregou de forma desestruturada.”

Falando ainda da educação dialógica, Freire (2011a, p. 116) diz que ela permite uma educação autêntica, e ela “não se faz de A para B ou de A sobre B, mas de A com B, mediatizados pelo mundo”.

Foram vários alunos que não conseguiram dizer que “é um quadrado porque tem quatro lados iguais e os ângulos retos”, somente se preocupavam em quantificar os lados e descrever as características dos mesmos sem se referirem ao tipo de ângulos.

Um dos objetivos principais do estudo das propriedades e definições das figuras no ensino em Moçambique é ajudar o aluno a interpretar e resolver problemas de geometria. Os alunos não são obrigados a memorizarem essas definições e propriedades, mas sim devem conhecê-las para aplicá-las ao resolver questões geométricas da vida real.

O uso das metodologias tradicionais de ensino por parte dos professores constitui uma das grandes preocupações que observamos durante as assistências de aulas. Segundo Freire (2011a), uma das características deste método é a memorização para uma futura reprodução quando questionado. O aluno deve copiar tal como o professor escreveu ou desenhou e deve reproduzir de como viu no quadro, não permitindo que o aluno tire suas conclusões ou interpretações sobre algo, pois, o professor é autoridade e transmissor do processo de ensino e aprendizagem.

As dificuldades que os professores apresentaram durante as assistências e verificadas nos questionários são as mesmas que os alunos apresentaram durante os questionários. Este transpasse das dificuldades do professor para o aluno foi originado pelas estratégias metodológicas que os professores usam durante a lecionação de aulas. Educação como transmissão de cultura, usando as metodologias tradicionais de ensino. Deixou-se bem claro que as dificuldades que os alunos apresentam são originadas pelas estratégias metodológicas usadas pelos professores no processo de ensino e aprendizagem.

O uso do geoplano mostrou que a representação de quadriláteros não é tão difícil o quanto os alunos imaginavam, que até gostaram de manipularem e palparem figuras. Foi evidente a comparação de figuras usando a sobreposição como forma de confirmar se as figuras são iguais ou não, tendo como base a visualização e experimentação.

Este instrumento didático serviu para que os alunos representassem mentalmente as figuras, identificassem as propriedades comuns dos quadriláteros, favorecendo assim a inclusão de classes. Foram notórias ainda as discussões valiosas acerca das características dos quadriláteros que o pesquisador dava para poderem desenhar ou construir a figura no geoplano. O uso do geoplano é uma das estratégias que se devia incentivar para o ensino da geometria de figuras planas, visto que apresenta inúmeras vantagens para o processo de ensino e aprendizagem, principalmente de quadriláteros.

As estratégias metodológicas que os professores usam no ensino dos quadriláteros não ajudam os alunos na aprendizagem destes conteúdos, nem na identificação e classificação, nem na inclusão de classes, consequentemente não ajudam na aplicação destes conteúdos na resolução de problemas do cotidiano.

Em suma, podemos concluir que as dificuldades que os alunos da 5<sup>a</sup> classe apresentam no ensino e aprendizagem de quadriláteros, principalmente na inclusão do quadrado como retângulo estão relacionadas às estratégias metodológicas usadas pelos professores na sala de aulas.

## 9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No âmbito da assistência de aulas ficou claro que os professores usam métodos tradicionais, expositivos, que desvalorizam as capacidades intelectuais dos alunos. Consideram o aluno como um recipiente vazio que precisa encher, na medida em que escrevem, falam e os alunos copiam, conforme Freire (2011a), sem nenhum mecanismo de exercitação, razão pela qual enfrentam dificuldades enormes na identificação, classificação e na inclusão de classes porque não conhecem as propriedades dos quadriláteros. O professor é o centro do processo de ensino e aprendizagem ao envés do aluno, como rege o plano curricular do ensino primário.

Os professores assistidos durante a lecionação de aulas mostraram uma fraca preparação de aulas, fraco conhecimento de definições e propriedades dos quadriláteros. Revelaram ainda que não estavam preocupados com este tema, visto que não apresentava nenhuma importância para os alunos, razão pela qual faz parte das últimas unidades temáticas da disciplina.

Apresentaram definições pouco claras, incompletas e às vezes não enquadrados aos alunos e, estes apenas se limitaram em copiá-las sem poder de questionamento

Foi bem notório o uso da classificação dos quadriláteros por partição e não por hierarquia, razão pela qual em momento algum os professores chegaram de fazer a inclusão de classes de figuras, mostrando assim aos alunos que cada figura esta isolada.

No questionário dos professores, constatamos que 6 dos 7 professores, não aceitaram que o quadrado é retângulo, identificaram os retângulos sem estabelecimento da relação de inclusão, isto é, identificaram os retângulos como retângulos e os quadrados como quadrados. As justificações que foram dadas por aqueles professores deixaram claro que tinham falta de rigor ao definir ou enunciar algumas propriedades das mesmas figuras. Nestes professores notou-se uma certa falta do domínio das definições e das propriedades dos retângulos, algo que se reflete na formação de conceitos em seus alunos.

Analizando as justificações dos professores, verifica-se uma grande semelhança com as que os alunos usaram quando foram solicitados a falarem dos critérios que utilizam na identificação e classificação de retângulos. Este aspeto mostra até que ponto o papel do professor é importante na formação de conceitos geométricos em alunos da escola primária, isto é, o progresso do ensino e da aprendizagem de conceitos geométricos dependem inteiramente das estratégias metodológicas que o professor usa no processo do ensino-aprendizagem na sala de aula.

O comportamento dos alunos questionados durante a realização das atividades de identificação e classificação de retângulos mostrou que estes também apresentam imensas dificuldades na identificação dos retângulos em especial e dos quadriláteros em geral. Estes alunos usam definições e

propriedades não relevantes quando estão perante atividades que exigem a aplicação de um destes componentes. As reações dos alunos não foram muito diferentes das revelações dadas pelos professores assistidos e questionados, o que era de se esperar, porque são alunos destes professores.

Perante uma ficha de figuras planas, apenas 12 alunos dos 140 fizeram mais de um agrupamento, representando assim 8.6% dos alunos certos. Nenhum aluno identificou o retângulo incluindo o quadrado, assim como nenhum aluno definiu corretamente o retângulo e o quadrado. Foram 140 alunos envolvidos diretamente no estudo e ninguém incluiu o quadrado como retângulo, o que foi notório durante a assistência de aulas.

O trabalho com professores e alunos nos leva a conclusão de que há enormes dificuldades, tanto para professores como para alunos, na identificação e classificação de retângulos e, inclusão de classes, áreas em que mais incidiu esta pesquisa.

Perante esta situação, concluímos que as estratégias metodológicas usadas pelos professores do ensino primário, em particular da 5<sup>a</sup> classe, no ensino de quadriláteros estão relacionadas com as dificuldades que o aluno tem em não poderem incluir o quadrado como retângulo. Isto porque, as dificuldades que os professores apresentaram são quase idênticas as que os alunos também apresentaram durante o questionário. E, como usaram metodologias tradicionais mostra-se aqui a transferência delas para os alunos.

## REFERÊNCIAS

- ABRAHÃO, A. M. C. Reconstrução de ideias geométricas na formação em serviço. VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife: Pernambuco, p. 1-9, 2004.
- ARAÚJO, L. C. M. de. "A gente precisava era de uma formação assim..." a Alfabetização Didático-Científica do professor de Ciências no Ensino Fundamental - Anos Iniciais mobilizada pela formação em grupo, 2023. Tese de Doutorado em Educação em Ciências e Educação Matemática apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná – Unioeste, Cascavel-PR, 2023.
- BISHOP, A. J. What are some obstacles to learning geometry. in Morris, Robert (Ed). Studies in mathematics Education: geometry in Schools. Paris: UNESCO, v.5, p. 141-159, 1986.
- BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- CRESWELL, J. W. Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto. 2.ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.
- CROWLEY, M. L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: Lindquist, Mary & Shulte, Albert P. (organizadores), Aprendendo e Ensinando Geometria. São Paulo, SP: Atual, 1996.
- CRUZ, A; et al. Matemática 7º ano de escolaridade. 2. ed. Porto: Porto Editora, 1992.
- FERNANDES, E. O trabalho cooperativo num contexto de sala de aula. Madeira: Instituto Superior de Psicologia Aplicada, n. 4, v.15, p. 563-572, 1997.
- FLICK, U. Introdução à pesquisa qualitativa. Tradução de Joice Elias Costa. 3 ed., Porto Alegre: Artmed, 2009.
- FREIRE, P. Ação cultural para a liberdade. 6 ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1982a.
- FREIRE, P. Criando métodos de Pesquisa Alternativa; aprendendo a fazê-la melhor através da ação. In: BRANDÃO, C. R. (Org.). Pesquisa Participante. 2 ed. São Paulo: Brasiliense, 1982b. p. 34-41.
- FREIRE, P. Pedagogia do oprimido. 50. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2011a.
- FREIRE, P. Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa. 28 ed. São Paulo: Paz e Terra, 2003.
- FREIRE, P. Pedagogia da Esperança: Um Reencontro com a Pedagogia do Oprimido. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1997.
- FREIRE, P.; FAUNDEZ, A. Por uma Pedagogia da Pergunta. 7.ed. São Paulo: Paz e Terra, 2011.

GIL, Antonio C. Como Fazer Pesquisa Qualitativa. Rio de Janeiro: Atlas, 2021. E-book. pág.9. ISBN 9786559770496. Disponível em: <https://app.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9786559770496/>. Acesso em: 01 dez. 2024.

HOFFER, A. Geometria é mais que prova. Tradução: Antonio Carlos Brolezzi. Geometry is more than Proof". In Mathematics Teachers, v. 74, n. 1, p. 11-18, 1996.

INDE. Programa do Ensino Básico, 2º ciclo. Maputo, 2016.

JONES, K. Issues in the Teaching and Learning of Geometry. In L. Haggarty (Ed.) Aspects of Teaching Secondary Mathematics: perspectives on practice. London: Routledge Falmer, p. 121-139, 2002.

LAKATOS, E. M; MARCONI, M. A. Metodologia do Trabalho Científico. 2ª edição, São Paulo: Editora Atlas, 1987.

LAKATOS, Eva M. Fundamentos de Metodologia Científica. 9. ed. Rio de Janeiro: Atlas, 2021. E-book. p.217. ISBN 9788597026580. Disponível em: <https://app.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788597026580/>. Acesso em: 14 mar. 2025.

LANGA, H; PAULO, L.N. Descobrir a Matematica5. Livro do aluno, matemática 5ª classe; plurais editores. Maputo, 2014.

LORENZATO, S. A. Porque não ensinar Geometria? A Educação Matemática em Revista. Blumenau/São Paulo: SBEM, Ano III, n. 4, p. 3-13. 1995.

LUDKE, Menga; ANDRE, Marli. E. D. A. Pesquisa em Educação: Abordagens qualitativas.2ª ed. Rio de Janeiro: E.P.U. 2017.

MATOS, J. M; SERRAZINA, M. L. Didática da matemática. Lisboa: Universidade Aberta,1996.

MINAYO, M. C. S. Amostragem e saturação em pesquisa qualitativa: consensos e controvérsias. Revista Pesquisa Qualitativa, São Paulo, v. 5, n. 7, p. 1-12. 2017.

MOÇAMBIQUE. Plano Curricular do Curso de Formação de Professores do Ensino Primário e Educação de Adultos 12ª classe + 3 anos , Maputo, 2019.

MURIMO, A.; MORGADINHO, S. Didática da matemática. Maputo: Textos editores, 2006.

NACARATO, A. M. et al. Ensino fundamental, 6º ano: Matemática, caderno 3, manual do professor. 1.ed. São Paulo: SOMOS Sistemas de Ensino, 2016.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. Princípios e normas para a matemática escolar. 2.ª edição, Lisboa: APM, 2008.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria: uma visão histórica. Dissertação (Mestrado). Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.

PAVANELLO, R. M. Por que ensinar/aprender Geometria? Anais do VII Encontro Paulista de Educação Matemática. São Paulo: SBEM, 2004.

PEREIRA, M. G. B. Contributos de um ambiente de geometria dinâmica (Geogebra) e do Geoplano na compreensão das propriedades e relações entre Quadriláteros. 2012. Dissertação (Mestrado) - Instituto Politécnico de Lisboa, Lisboa, ESSE, 2012.

PEREZ, G. A realidade sobre o ensino da geometria no 1º e 2º graus, no Estado de São Paulo. A Educação Matemática em Revista. São Paulo: SBEM, 1995.

SANTOS, A. C. Um olhar para o conhecimento do estudante de licenciatura em matemática sobre quadriláteros. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, Bahia, 2017.

TEMPERA, T. B. C. A geometria na Formação Inicial de Professores: Contributos para a caracterização do conhecimento dos estudantes. Dissertação (Mestrado) - Instituto Politécnico de Lisboa, Lisboa, ESSE, 2010.

THIOLLENT, M. Metodologia da Pesquisa-ação. 2 ed. São Paulo: Cortez: Autores Associados, 1986.

VIEIRA, L; GOMES, F; BURNAY, M.J. Matemática 7º. Lisboa: Editorial o Livro, 1994.

VILLERS, M. De. Algumas reflexões sobre a Teoria de Van Hiele. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v12, n.3, p. 400-443, 2010.