

MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO: ABORDAGENS TEÓRICAS NORTEADORAS DAS PRÁTICAS PEDAGÓGICAS

 <https://doi.org/10.56238/arev7n3-050>

Data de submissão: 07/02/2025

Data de publicação: 07/03/2025

Emilia Damásia de Sousa Xavier

Doutoranda em Modelagem Matemática e Computacional

UNIJUÍ- Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul

E-mail: emilia.xavier@sou.unijui.edu.br

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1677-5727>

LATTES: <http://lattes.cnpq.br/5100633033131423>

Airam Teresa Zago Romcy Sausen

Doutora em Engenharia Elétrica

UNIJUÍ- Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul

E-mail: airam@unijui.edu.br

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6499-4145>

LATTES: <http://lattes.cnpq.br/9534086378993774>

Paulo Sérgio Sausen

Doutor em Engenharia Elétrica

UNIJUÍ- Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul

E-mail: sausen@unijui.edu.br

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9863-8800>

LATTES: <http://lattes.cnpq.br/5358851504202129>

RESUMO

A modelagem matemática no ensino deve promover a participação ativa dos estudantes, estabelecendo conexões com conhecimentos pré-existentes. Isso pode englobar a aplicação de modelos já conhecidos, a discussão de leis pertinentes ou a análise de variáveis. Dessa forma, este artigo tem como objetivo abordar a contribuição da modelagem matemática na educação, considerando as principais abordagens teóricas vigentes, a saber, a perspectiva de Burak, os constructos de Bassanezi, e as investigações de Biembengut. Do ponto de vista metodológico, esta pesquisa está organizada sob a forma de um estudo bibliográfico que parte da análise de conteúdo e, paralelamente, realiza uma abordagem simultaneamente descritiva e interpretativa. Os resultados indicam que, quando os estudantes conseguem traduzir situações do cotidiano, ou aquelas que concebem para a linguagem matemática, sentem-se motivados a apresentar soluções de forma clara, desenvolvendo uma formação mais robusta e eficaz, o que os beneficia ao ingressarem no mercado de trabalho. Conclui-se que a modelagem matemática de situações-problema favorece a aprendizagem significativa e contribui para a criação de ambientes que estimulam a aprendizagem. Portanto, futuras investigações podem abordar a aprendizagem significativa dos alunos nos contextos citados ou em outros ambientes educacionais, além de explorar como eles interagem com diversas tecnologias nas atividades de modelagem.

Palavras-chave: Abordagens Teóricas. Ensino. Modelagem Matemática.

1 INTRODUÇÃO

A modelagem matemática tem sido um dos temas amplamente explorados nas investigações sobre ambientes educacionais. Neste estudo, a modelagem matemática configura-se como uma alternativa pedagógica eficaz no ensino da matemática, destacando os processos cognitivos que os alunos mobilizam durante as atividades de modelagem. A perspectiva de que os ambientes de ensino e aprendizagem devem integrar o potencial das tecnologias de informação e comunicação tem sido alvo de diversas investigações (Borssoi; Almeida, 2015). Estudos de Villarreal e Borba (2005), Ashburn e Floden (2006) e Howland, Marra e Jonassen (2011) demonstram como essas tecnologias podem proporcionar experiências de aprendizagem interativas e enriquecedoras para os alunos.

Importante retroceder que o movimento pela modelagem matemática na Educação Básica e Superior começou a se consolidar na década de 1970, desenvolvendo-se simultaneamente em diversos países, incluindo o Brasil. As primeiras iniciativas foram promovidas por professores de matemática de cursos de Educação Superior, especialmente na área das Engenharias, que buscavam responder às frequentes indagações dos alunos sobre a aplicabilidade da matemática, além das críticas recebidas dos empresários quanto à formação matemática dos estudantes (Biembengut, 2012).

Nesse movimento de consolidação teórica, a modelagem matemática configura-se como uma abordagem relevante na Educação Matemática, atribuindo um maior significado ao processo de ensino e aprendizagem (Borssoi; Almeida, 2015). Sob essa ótica, a análise de situações-problema transcende a matemática em sua forma pura, sendo aprimorada pela aplicação de conceitos e ferramentas matemáticas (Ferri; Blum, 2009; Almeida; Vertuan; Silva, 2012).

Biembengut (2012) enfatiza que, embora recém-formados em matemática sejam capazes de resolver problemas e possuam um conhecimento adequado de técnicas matemáticas, frequentemente carecem das habilidades necessárias para formular, planejar e avaliar criticamente os problemas enfrentados. Como resposta, muitos docentes da Educação Superior, com domínio em matemática aplicada, que envolve modelagem matemática, iniciaram o desenvolvimento de atividades que possibilitassem aos alunos compreenderem a aplicação dos conceitos matemáticos e avaliar os resultados de situações-problema. Diante disso, nas aulas relacionadas a modelagem, buscavam engajar os alunos desde a escolha de um problema de interesse, garantindo que eles se enxergassem como parte essencial do processo investigativo, participando ativamente da resolução do desafio por meio da aplicação da matemática.

Biembengut (2012) também ressalta que, entre os pioneiros dessa abordagem, destacam-se David Burghes, do Reino Unido, que colaborou com professores do Ensino Médio para criar materiais voltados à modelagem, e Aristides Camargo Barreto, do Brasil, que implementou a modelagem em

suas aulas de Análise Matemática e Cálculo Diferencial Integral em Cursos de Engenharia e Matemática nas décadas de 1970 e 1980.

Nesse contexto, o estudo apresentado nesse artigo se justifica pela existência de múltiplas iniciativas de práticas em sala de aula, pesquisa e extensão promovidas em diversos países que contribuíram significativamente para o avanço da modelagem matemática na Educação Básica e Superior, mas ainda demandam maior divulgação e implementação efetiva no ambiente escolar. As palestras em eventos educacionais, em particular, têm se mostrado fontes valiosas para a melhoria do ensino, motivando muitos educadores a adotarem a modelagem matemática em suas aulas após terem contato com trabalhos que promovem essa prática.

Assim, nesse contínuo processo, aqueles que se sentem inspirados a realizar atividades, seja em sala de aula ou em pesquisa, tendem a compartilhar suas experiências em eventos. No entanto, mesmo com o crescente interesse pela modelagem, ainda há escassas evidências de mudanças efetivas no ensino, especialmente no que tange a novos adeptos.

Surge, portanto, uma necessidade urgente de divulgação abrangente das atividades de modelagem matemática na educação, focando particularmente nas concepções que os professores adotam ao utilizá-la e nas tendências que emergiram ao longo dos quarenta anos de modelagem matemática na educação brasileira. Dessa forma, este estudo pretende discorrer sobre o aporte da modelagem matemática no contexto educativo, considerando as diferentes abordagens teóricas vigentes, a saber, a perspectiva de Burak, os constructos Bassanezi e as investigações de Biembengut.

Para isso, essa pesquisa se organiza sob a forma de um estudo bibliográfico que parte da análise de conteúdo proposta por Bardin (2011), que permitiu a organização, classificação e interpretação de dados qualitativos, facilitando a identificação de padrões nos estudos analisados, paralelamente é adotada a abordagem de Flick (2009), que é simultaneamente descritiva e interpretativa. A descrição foi empregada para englobar o registro, a observação, a análise, a classificação e a compreensão dos dados; e a interpretação foi utilizada como um expediente para a análise da configuração de manifestação do procedimento referencial avaliado.

Com isso, a modelagem no contexto educacional desempenha um papel crucial ao estabelecer uma conexão mais próxima entre professores e alunos, promovendo um ambiente colaborativo de aprendizagem. Logo, essa dinâmica facilita a troca de ideias e experiências, permitindo que o professor atue não apenas como transmissor de conhecimento, mas também como facilitador do aprendizado ativo. Assim, entender esse processo se torna fundamental para otimizar estratégias pedagógicas e garantir que tanto educadores quanto educandos se beneficiem ao máximo dessa interação.

2 METODOLOGIA

A pesquisa partiu, em um primeiro momento, da leitura e da compilação de vastos e diversificados referenciais teóricos sobre a modelagem matemática e o consumo energético, compondo o que se chama de pesquisa bibliográfica. Paralelamente, não se prescindiu do agir “[...] com autonomia e com respeito aos direitos autorais, sendo fiel às fontes bibliográficas utilizadas no estudo” (Prodanov; Freitas, 2013, p. 46).

Do ponto de vista metodológico, se organiza sob a forma de um estudo bibliográfico que parte dos constructos da análise de conteúdo para embasar a interpretação dos dados e das fontes consultadas. Paralelamente, adota uma perspectiva que combina uma abordagem descritiva, ao sistematizar e registrar detalhadamente os elementos e informações extraídas, com uma abordagem interpretativa, que visa atribuir significados profundos e contextuais aos fenômenos observados.

Dessa forma, as análises subsequentes e as discussões aqui desenvolvidas refletem um trabalho meticuloso e integrado, que articula tanto a fundamentação teórica quanto a aplicação prática dos conceitos abordados, contribuindo para uma compreensão mais abrangente e crítica do objeto de estudo.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

O ensino de matemática nas escolas de Educação Básica ainda se fundamenta predominantemente em aulas expositivas tradicionais. Nesse modelo, o professor apresenta o conteúdo que julga relevante no quadro, enquanto os alunos se restringem a copiar essa informação em seus cadernos e a realizar exercícios repetitivos baseados no que foi ensinado (D'Ambrosio, 1989). Essa abordagem resulta em uma prática mecânica da matemática, na qual os alunos memorizam fórmulas e algoritmos apenas para garantir um bom desempenho em avaliações e obter altas notas.

Assim sendo, é importante que o professor mostre como a matemática se relaciona com a vida cotidiana, evidenciando a relevância dos conteúdos para a compreensão do mundo ao seu redor. Isso requer a busca por novas metodologias de ensino que incentivem os alunos a se envolverem com o conhecimento matemático, promovendo a integração entre a teoria e a prática. Nesse contexto, surgem tendências em Educação Matemática que têm se destacado nas discussões e práticas contemporâneas, como a etnomatemática, a modelagem, a resolução de problemas, e o uso de tecnologias.

Ao relacionar a modelagem matemática com o ambiente escolar, surgem direções que orientam o estudo e a pesquisa da mesma. Autores da literatura nacional e internacional referem-se a isso como metodologia, ambientes de aprendizagem e "educação matemática". De acordo com Barbosa (2003, p. 240, apud Golin, 2011, p. 28), “a modelagem pode ser entendida como um ambiente de

aprendizagem onde os alunos são convidados a explorar, por meio da matemática, situações de outras áreas.” Meyer et al. (2013) também inserem a modelagem no conceito de educação matemática. Destacam que:

A modelagem é um processo de criação de modelos em que estão definidas as estratégias de ação do indivíduo sobre a realidade, mais especificamente sobre *sua realidade*, carregada de interpretações e subjetividades próprias de cada modelador (Bassanezi, 2015, p. 15, grifo do autor).

Desse modo, independentemente da abordagem escolhida, a modelagem matemática se revela extremamente valiosa, pois possibilita aos professores a combinação entre teoria e prática, permitindo que os alunos apliquem a matemática em seu cotidiano.

4 RESULTADOS

4.1 MODELAGEM MATEMÁTICA

A modelagem matemática, segundo Bassanezi (2002), consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. Em seus vários aspectos, é um processo que alia a teoria e a prática, motivando seu usuário na procura de entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la.

Nessa mesma perspectiva, consiste também em um processo para a obtenção de um modelo, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para solução do problema em estudo, mas que sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias (Biembengut; Hein, 2004, p. 19).

A modelagem matemática é um conjunto de procedimentos, cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente os fenômenos que o homem vive em seu cotidiano, ajudando a fazer previsões e a tomar decisões (Burak, 2012).

Assim a estratégia para resolver fenômenos a serem modelados, fundamenta-se em um conjunto de modelos que não se limita apenas aos estudos da matemática pura, mas apresenta sua aplicabilidade em diversas áreas do conhecimento como, química, física, biologia, biomatemática, entre outros.

4.2 ETAPAS DA MODELAGEM

Na literatura brasileira, autores de renome citam que as etapas da modelagem matemática constituem um processo ordenado que contribui para a aprendizagem educacional no Ensino Básico.

Assim, enseja-se analisar as fases ou etapas da modelagem matemática e suas concepções, construindo um modelo que valorize o conhecimento de cada estudante envolvido na pesquisa. Dessa forma, busca-se a construção de um modelo matemático que transcendia a simples criação de uma fórmula matemática.

Logo, são tomadas como base as publicações de Burak (2012), Biembengut e Hein (2018), e Bassanezi (2019). A modelagem matemática tem produzido resultados esperançosos, tanto na educação matemática, quanto na educação científica. Contudo, os autores descrevem diferentes estilos de pensamento que resultam em diferentes ciclos de modelagem para organizar as atividades didáticas no ambiente escolar.

Um ciclo de modelagem pode iniciar em sala de aula a partir da apresentação de um problema da realidade do estudante, estimulando a busca por soluções que envolvam a aplicação de conceitos matemáticos. Segue-se então uma sequência de pensamentos lógicos para motivar a resolução do problema. As discussões geradas podem melhorar a capacidade de interpretação dos estudantes à medida que eles assumem uma posição crítica ao tentar resolver o problema real e perceber que pode haver mais de uma solução, e vários caminhos para chegar à resolução. O ciclo de modelagem é essencial para analisar situações que são vividas por todos diariamente.

O estudante da Educação Básica, quando inserido em um ciclo de modelagem deve ocupar um lugar central no cenário da aprendizagem, sendo ele capaz de discutir, exemplificar e saber resolver o problema real proposto no ensino de matemática. A proposta aqui é que ao enfrentar esse desafio o estudante seja capaz de encarar as dificuldades oferecendo possíveis soluções que sinalizam para o desenvolvimento de sua aprendizagem do mundo real em que vive.

Assim, na educação brasileira, existem diferentes autores que descrevem a maneira de organizar as ações didáticas para o desenvolvimento da modelagem matemática na Educação Básica. A seguir, apresentam-se os três autores ao qual essa pesquisa pretende se alinhar. Contudo, durante o percurso outros autores igualmente importantes poderão ser destacados, servindo como suporte de conhecimento e contribuindo para o desenvolvimento do trabalho.

4.2.1 Etapas por Dionízio Burak

Este autor assume a concepção da modelagem matemática no âmbito da educação a partir de uma compreensão social da matemática ao considerar que “[...] todo conhecimento científico natural é conhecimento social” (Burak, 2012, p. 54). Assume, ainda, a modelagem como uma metodologia de ensino, ao pressupor premissas com origem na filosofia. Nessa perspectiva, para o autor:

A modelagem matemática constitui-se um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões e que, ainda, parte de duas premissas: 1) o interesse do grupo de pessoas envolvidas; 2) os dados são coletados onde se dá o interesse do grupo de pessoas envolvidas (Burak, 2012, p. 88).

O autor sugere que o processo de modelagem em sala de aula deve ser realizado em cinco etapas, conforme apresentado no Quadro 1: i) Escolha do Tema; ii) Pesquisa Exploratória, iii) Levantamento de Problemas; iv) Resolução de Problemas e Desenvolvimento do Conteúdo no Contexto do Tema, e v) Análise Crítica da Solução.

Quadro 1 – Etapas da modelagem matemática por Dionízio Burak

ETAPAS	SIGNIFICADO
Escolha do Tema	Etapa em que o tema é escolhido para o desenvolvimento da modelagem matemática, partindo do interesse do grupo ou dos grupos de estudantes envolvidos.
Pesquisa Exploratória	Etapa em que os alunos são incentivados a buscar dados sobre o tema escolhido, podendo ser bibliográfico ou de campo.
Levantamento de Problemas	Etapa em que os alunos são incentivados a fazer uma relação entre o que pesquisam e a matemática, sustentados pela coleta de dados, podem propor problemas simples ou complexos, permitindo a utilização dos conhecimentos.
Resolução de Problemas e Desenvolvimento do Conteúdo no Contexto do Tema	Etapa em que acontece a resolução do problema, o desenvolvimento do conteúdo que será relevante e significativo ao conhecimento de matemática, priorizando a ação do aluno no contexto do tema e na sua elaboração.
Analise Crítica da Solução	Etapa em que ocorrerão debates sempre no sentido de um olhar diferenciado, dando oportunidade ao aluno refletir sobre sua intenção e descoberta que vai auxiliar na formação cidadã. Ponto forte da modelagem.

Fonte: Adaptado pela autora.

A Escolha do Tema, segundo o autor, parte do interesse do grupo ou dos grupos de estudantes envolvidos no processo de ensino e aprendizagem. Inicialmente, os docentes propõem os temas ou os próprios alunos sugerem tópicos, seja por curiosidade ou para solucionar algum problema, e, em seguida, os estudantes são convidados a contribuir com suas opiniões.

Uma vez escolhido o tema, faz-se uma Pesquisa Exploratória para aprofundar o conhecimento sobre o contexto, identificar informações relevantes e fundamentar o desenvolvimento das atividades. Para isso, os estudantes devem se organizar, saber enunciar questões que produzam respostas satisfatórias. Logo, a “[...] pesquisa exploratória tem o propósito de inserir os estudantes em atividades que formam e desenvolvem atitudes e posturas de um investigador” (Burak, 2012, p. 98).

Os dados coletados durante a exploração da pesquisa servem de base para o Levantamento de Problemas realizado pelos estudantes. Nessa etapa, o desenvolvimento da autonomia do estudante perpassa pelas escolhas para fazer conjecturas, construir hipóteses, analisar situações e tomar decisões. A capacidade de articular dados e formular questões com origem na situação investigada tem valor

formativo e atitudinal e grande significado educativo. Constitui-se um passo importante para a formação cidadã, visando traduzir e transformar situações do mundo/vida em problemas matemáticos.

Para Resolução dos Problemas, os estudantes devem fazer uso da matemática. O professor pode apresentar conteúdos novos ou retomar um conteúdo já estudado e que seja necessário para resolver o problema. Os modelos matemáticos são construídos quando se deseja elaborar uma expressão matemática para resolver o problema.

Após a resolução do problema faz-se a Análise Crítica da Solução encontrada pelos estudantes. Essa etapa “[...] possibilita tanto o aprofundamento de aspectos matemáticos como de aspectos não matemáticos, como os ambientais, sociais, culturais e antropológicos, envolvidos no tema” (Burak, 2012, p. 100).

Burak assume um estilo de pensamento em modelagem baseado em uma compreensão social da matemática, ao considerar que o conhecimento matemático é social por natureza. Nesse sentido, ele concebe a modelagem como uma metodologia de ensino que consiste em um conjunto de procedimentos, que visa construir um paralelo para explicar os fenômenos presentes no cotidiano das pessoas por meio da matemática, auxiliando-as a fazer previsões e a tomar decisões. Para isso, este autor propõe duas diretrizes básicas: a primeira é que deve ser levado em consideração o interesse do grupo de estudantes, e a segunda é que os dados devem ser coletados onde se dá o interesse do grupo de pessoas envolvidas no processo de modelagem.

Dessa maneira, observa-se que a modelagem matemática é um conjunto de procedimentos ou de métodos cujo propósito é obter um modelo matemático que permite elaborar explicações matemáticas para os fenômenos que o ser humano encontra no cotidiano, levando-o a fazer previsões e a tomar decisões. Embora esse conjunto de procedimentos vise à elaboração de um modelo matemático, esse autor reflete que a produção de um modelo pode não ocorrer efetivamente nas etapas da modelagem, nesse caso, o processo passa a ser importante para favorecer a visão crítica e a tomada de decisões.

4.2.2 Etapas por Maria Salett Biembengut

Para Biembengut e Hein (2018), denominam de modelação a modelagem matemática aplicada a educação.

A modelagem matemática é, assim, uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias. Genericamente, pode-se dizer que matemática e realidade são dois conjuntos disjuntos e a modelagem é um meio de fazê-los interagir (Biembengut; Hein, 2018, p. 12)

Segundo os autores Biembengut e Hein (2018) o objetivo de quem faz modelagem matemática é estabelecer um modelo matemático de uma situação-problema para poder resolvê-la, entendê-la ou modificá-la. O objetivo da modelação é promover conhecimento ao estudante em qualquer período de escolaridade, fazendo pesquisa frente à estrutura curricular, ou seja, no espaço físico e no tempo destinado a tal propósito. Para isso, a modelação se apropria do processo de modelagem matemática.

Tal processo conforme apresentado na Figura 1 e descrito no Quadro 2, pode ser desenvolvido em três etapas, subdivididas em seis subetapas, a saber: I - Interação: a) reconhecimento da situação-problema; b) familiarização com o assunto a ser modelado e o referencial teórico. II - Matematização: a) formulação do problema que leva a hipótese; b) resolução do problema em termos do modelo. III - Modelo Matemático: a) interpretação da solução; b) validação do modelo que leva a avaliação (Biembengut; Hein, 2018, p. 13).

Figura 1 – Etapas da modelagem matemática por Maria Salett Biembengut



Fonte: Biembengut; Hein (2018).

Na Etapa I - Interação, uma vez delineada a situação que se pretende estudar, deve ser feito um estudo sobre o assunto de modo indireto (por meio de livros e revistas especializadas, entre outros) ou direto, *in loco* (por meio da experiência em campo, de dados experimentais obtidos com especialistas da área). O tema deverá possibilitar refazer ou construir um modelo por analogia.

Para isso, utilizam-se símbolos que identifiquem um signo, uma palavra, uma acepção particular. Essa etapa exige das subetapas: explanar sobre o tema, levantar questões ou sugestões, selecionar questões que favoreçam desenvolver o conteúdo curricular, e levantar ou apresentar dados sobre o tema.

Quadro 2 – Etapas da modelagem matemática por Maria Salett Biembengut

ETAPAS	SIGNIFICADO
Interação: Reconhecimento da Situação-Problema; Familiarização com o Tema; e Referencial Teórico.	Comentar o tema, levantar questões, selecionar questões para desenvolver o conteúdo, levantar dados. Buscar informações sobre o tema através de livros, revistas, experiência de campo, profissionais

	da área.
Matematização: Formulação do Problema que leva a Hipóteses; Resolução do Problema em termos do Modelo.	Levantar hipóteses. Expressar dados, desenvolver o conteúdo, exemplificar e formular. Transformar a situação-problema para linguagem matemática. Chegar em expressões aritméticas, fórmulas, equações algébricas, gráficos, programas computacionais que mostrem uma solução ou permitam a dedução de uma solução.
Modelo matemático: Interpretação da Solução; Validação do Modelo que leva a Avaliação.	Resolução das questões, interpretar, avaliar, validar. Avaliar o que confirma o nível de aproximação do modelo com a situação em estudo. Procedimento por meio de interpretação do modelo com respeito às implicações que geram a solução e a validação. Se o modelo não atender aos objetivos do estudo, ele retornará a etapa da matematização e fará as adequações de ajustes necessárias.

Fonte: Adaptado pela autora.

A Etapa II - Matematização é a mais complexa e “desafiante”, em geral subdivide-se em formulação do problema e resolução. É aqui que se dá a “tradução” da situação-problema para a linguagem matemática. Intuição, criatividade e experiência acumulada são elementos indispensáveis neste processo. Na formulação do problema, as hipóteses são especialmente importantes. Nesse momento, deve-se classificar as informações (relevantes e não relevantes), identificando fatos envolvidos; decidir quais os fatores a serem perseguidos, levantando hipóteses; selecionar variáveis relevantes e constantes envolvidas; selecionar símbolos apropriados para essas variáveis; e descrever essas relações em termos matemáticos. O objetivo principal, neste momento do processo, é chegar a um conjunto de expressões aritméticas ou fórmulas, ou equações algébricas, ou gráficos, ou representações, ou programa computacional, que representam o modelo e levam à solução, ou permitam a dedução de uma solução.

Na resolução do modelo, passa-se à análise do “ferramental” matemático de que se dispõem, isto requer aguçado conhecimento sobre as entidades matemáticas usadas na formulação. O computador pode ser um instrumento imprescindível: especialmente nas situações-problemas em que não foi possível a resolução através de processos contínuos, então obtêm-se resultados aproximados por processos discretos. Cabe aqui salientar que muitos modelos matemáticos não resolvidos no século passado levaram ao desenvolvimento de outros ramos da Matemática.

Na Etapa III - Modelo Matemático, a conclusão de um modelo matemático requer uma avaliação para determinar o quanto próximo ele está da situação-problema originalmente representada e, consequentemente, avaliar também o grau de confiabilidade de seu uso. Inicialmente, é necessário interpretar o modelo, analisando as implicações da solução derivada do que está sendo investigado. Em um segundo momento, deve-se verificar sua adequação, retornando à situação-problema para avaliar a significância e relevância da solução, processo de validação.

Dessa maneira, Biembengut e Hein (2018) chama de “modelação matemática” para a essência da modelagem matemática aplicada à educação e que visa preponderantemente ao currículo escolar. Embora, seja importante e, muitas vezes, necessário ter conhecimento das etapas de modelagem, para ajudar na organização didática das tarefas de ensino, o professor, no entanto, pode também propor conjuntos de passos ou de fases a serem seguidas. Aqui não se nega as fases propostas pelos autores anteriormente comentados, mas ratifica-se que, partindo simplesmente da ideia de modelagem matemática enquanto construção de modelos matemáticos de problemas reais, o modelador pode utilizar ou não tais fases, acrescentando outras etapas ou pode criar seu próprio ciclo de modelagem.

4.2.3 Etapas por Rodney Bassanezi

Para este autor, a modelagem matemática é um processo que visa criar modelos. Nesse processo estão definidas as estratégias de ação do indivíduo sobre a sua realidade, carregada de interpretações e subjetividades próprias de cada modelador. Para ele a “[...] modelagem matemática é simplesmente uma estratégia utilizada para a obtenção de alguma explicação ou entendimento de determinadas situações reais” (Bassanezi, 2015, p. 15).

O autor ressalta que no processo de reflexão sobre a porção da realidade, argumentos considerados essenciais são selecionados para que se possa obter uma formalização, ou seja, o modelo matemático. Para isso, o primeiro passo é encontrar dados experimentais ou inferências de especialistas sobre o tema investigado, ou seja:

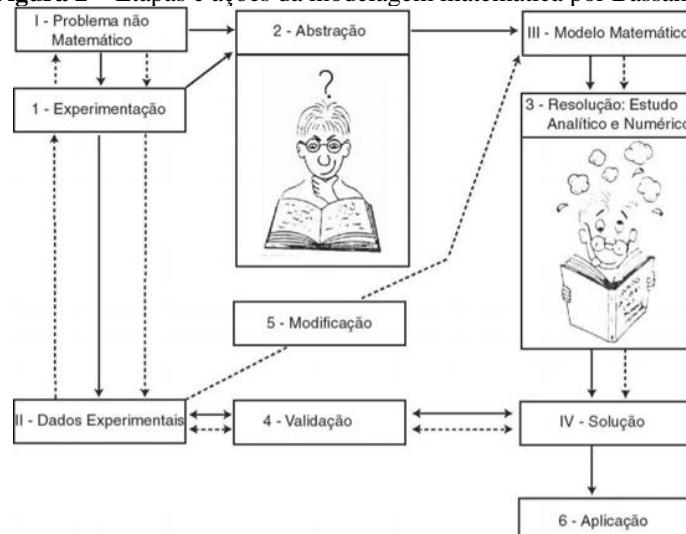
O processo se inicia com a escolha do tema de estudo (nesse momento, ainda não se tem ideia do conteúdo matemático que será utilizado para resolver as questões colocadas por ele). A partir daí, dizemos aos iniciantes: quando tiver ideia do que fazer para lidar com o tema, comece “contando” ou “medindo”, pois, com esse procedimento, é fatal surgir uma tabela de dados. A disposição de dados em um sistema cartesiano e um bom ajuste dos seus valores facilitarão a visualização do fenômeno em estudo, propiciando a elaboração de questões, as propostas de problemas e do desenvolvimento de conjecturas que podem levar à elaboração de leis de formação. A formulação de modelos matemáticos é simplesmente uma consequência da transposição desse processo (Bassanezi, 2019, p. 43).

Para a obtenção de um modelo, Bassanezi (2019) propõe um esquema simplificado designando quatro etapas, conforme apresentado na Figura 2 e descrito no Quadro 3, a saber: I) Problema Não Matemático (escolha de temas); II) Dados Experimentais (coleta de dados); III) Modelo Matemático (análise de dados e formulação de modelos); e IV) Soluções (validação). Para passar de uma etapa para outra são necessárias atividades intelectuais que são as ações desempenhadas pelo modelador, denominadas: experimentação, abstração, resolução, validação e modificação. As setas contínuas na

Figura 2 indicam a primeira aproximação, por outro lado a busca por um modelo matemático é um processo dinâmico, indicado pelas setas pontilhadas.

Nesse contexto, o percurso da modelagem matemática proposto por Bassanezi (2019) parte da Etapa I - Problema Não Matemático. Observa-se que a escolha do tema também dependerá da orientação do professor, que avaliará a exequibilidade do assunto a ser modelado e fontes de informações. Na sequência, a primeira ação é a fase da experimentação, ou seja, a partir da escolha do tema, realizam-se atividades laboratoriais para obtenção de dados. Logo, o modelador tem um importante papel, podendo direcionar a pesquisa orientando os cálculos e a obtenção dos parâmetros dos modelos, sua técnica, e os métodos estatísticos envolvidos na pesquisa podem dar um maior grau de confiabilidade aos dados obtidos (Bassanezi, 2019). Observa-se também que essa coleta pode ser realizada por meio de entrevistas e pesquisas executadas com métodos de amostragem aleatória; por meio de pesquisa bibliográfica ou de campo, utilizando dados já disponíveis em livros ou revistas especializadas; por meio de experiências planejadas pelos próprios estudantes.

Figura 2 – Etapas e ações da modelagem matemática por Bassanezi



Fonte: (Bassanezi, 2019).

Quadro 3 – Etapas da modelagem matemática por Rodney Bassanezi

ETAPAS	SIGNIFICADO
Problema Não Matemático: Escolha do Tema.	Levantamento de situações possíveis de estudo, de modo a possibilitar questionamentos. O tema é escolhido pelos estudantes ou conforme a necessidade da maioria. A escolha final do tema também dependerá da orientação do professor, que avaliará a exequibilidade do assunto que será modelado e as fontes de informações.
Dados Experimentais: Coleta de Dados.	Essa coleta pode ser realizada por meio de entrevistas e pesquisas realizadas com os métodos de amostragem consultados; por meio de pesquisa bibliográfica, utilizando dados da literatura; por meio de experiências realizadas pelos estudantes.

Modelo Matemático: Análise de Dados e Formulação de Modelos	Depois de coletar os dados e realizar sua tabulação, parte-se para a formulação do modelo matemático, que representa a situação por meio de variáveis.
Solução: Validação	Um processo acessível ou bloqueado. Análise que está condicionada a diversos fatores, sendo o mais comum o confronto dos dados reais com os dados simulados pelo modelo. Nesta fase de demonstração do modelo no gráfico, deverão aparecer as variações que mostram a realidade que a pesquisa acusa.

Fonte: Adaptado pela autora.

Uma vez realizada a coleta de dados chega-se a Etapa II - Dados Experimentais e parte-se para a segunda ação, chamada de abstração. É nessa fase que deve ocorrer à formulação do modelo, subdividida em pequenas ações. Inicialmente, selecionam-se as variáveis que descrevem a evolução e as variáveis de controle do sistema. Em seguida, busca-se a problematização ou formulação dos problemas teóricos em uma linguagem própria da matemática. Observa-se que o enunciado do problema deve estar claro, comprehensível e de forma operacional, pois, nessa fase, a formulação do problema indica o que se pretende resolver. Assim, as hipóteses devem incorporar teorias matemáticas que podem ser testadas. A última ação dentro dessa fase é a simplificação e, nesse momento, o modelo que dá origem a um problema matemático deve passar por esse processo, conforme o grau de complexidade do problema em questão (Bassanezi, 2019).

Na Etapa III tem-se o modelo matemático que representa a situação estudada, observa-se que muitos modelos matemáticos são obtidos pela solução de sistemas variacionais, por isso é fundamental compreender como ocorre a variação das variáveis envolvidas no fenômeno investigado. Na sequência parte-se para a terceira ação, que é a resolução do modelo matemático, podendo ser analítica ou numérica. Esta fase sempre está vinculada ao grau de complexidade na formulação do modelo, e muitas vezes só pode ser viabilizada através de métodos computacionais, resultando em uma solução numérica aproximada.

De posse da solução do modelo chega-se à Etapa IV, e parte-se para a ação de validação, onde ocorre a aceitação, ou não, do modelo proposto. Essa análise é condicionada a diversos fatores, sendo o mais comum o confronto dos dados reais com os dados simulados pelo modelo. Para o autor um “[...] bom modelo deve servir para explicar os resultados e tem capacidade de previsão de novos resultados ou relações insuspeitas” (Bassanezi, 2019, p. 22).

Os dados empíricos devem ser confrontados com as hipóteses, comparando as soluções e previsões com os valores obtidos no sistema real. No mínimo, o modelo deve prever os valores que o originaram. A interpretação dos resultados obtidos pode ser feita com o auxílio de gráficos das soluções, o que pode facilitar a avaliação e as previsões, ou até mesmo sugerir um aperfeiçoamento

do modelo (Bassanezi, 2019). Por fim, considerando-se que alguns fatores ligados ao problema original podem provocar a rejeição do modelo, diante de uma negativa, parte-se para a ação da modificação. Nesta, a solução é voltar aos dados iniciais do experimento e retomar o percurso da modelagem matemática.

5 CONCLUSÃO

Na presente pesquisa a modelagem matemática foi analisada como metodologia de ensino e aprendizagem, com foco em suas diferentes abordagens teóricas e suas implicações no contexto educacional. O estudo evidenciou que a modelagem matemática possibilita a conexão entre teoria e prática, favorecendo um aprendizado mais significativo e contextualizado. As perspectivas de Burak, Bassanezi e Biembengut reforçam que a modelagem não apenas contribui para o desenvolvimento cognitivo dos estudantes, mas também amplia sua capacidade de analisar e resolver problemas de forma crítica e autônoma.

Os resultados sugerem que a modelagem matemática pode fortalecer o trabalho colaborativo, estimulando a interação entre alunos, professores e tecnologias. Além disso, a problematização contínua demonstrou ser um elemento fundamental no processo de ensino e aprendizagem, promovendo a reflexão sobre os fenômenos do cotidiano estudados, incentivando a busca por soluções matemáticas fundamentadas.

Dessa forma, esta pesquisa reafirma a relevância da modelagem matemática como um recurso metodológico para o ensino de matemática, proporcionando um ambiente de aprendizagem mais dinâmico e investigativo. No entanto, sua implementação ainda exige esforços para superar desafios pedagógicos e ampliar sua presença nas práticas docentes.

Como trabalhos futuros sugere-se aprofundar a investigação sobre o impacto da modelagem matemática em diferentes contextos educacionais, analisando como os estudantes interagem com diversas tecnologias nesse processo, e de que maneira a modelagem pode ser adaptada para potencializar o ensino de diferentes conteúdos matemáticos. Assim, espera-se que este estudo contribua para o fortalecimento do uso da modelagem matemática na educação, promovendo abordagens mais engajadoras e eficazes para a aprendizagem.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. M. W; SILVA, K. A. P; VERTUAN, R. E. *Modelagem Matemática na Educação Básica*. São Paulo: Contexto, 2012.
- ASHBURN, E. A.; FLODEN, R. E. *Meaningful Learning Using Technology: What Educators Need to Know and Do*. New York: Teachers College, Columbia University, 2006.
- BARDIN, L. *Análise de conteúdo*. São Paulo: Edições 70, 2011.
- BASSANEZI, R. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. [S.l.]: Editora Contexto, 2002.
- BASSANEZI, R. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: Uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto, 2019.
- BASSANEZI, R. Modelagem matemática, interdisciplinaridade e tecnologias digitais. *Zetetiké*, v. 23, n. 44, p. 25–47, 2015.
- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. *Modelagem Matemática & Implicações no Ensino e na Aprendizagem de Matemática*. 2. ed. Blumenau: Ed. Edfurb, 2004.
- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. *Modelagem Matemática no Ensino*. 5. ed. São Paulo: Ed. Contexto, 2018.
- BIEMBENGUT, Maria Salett. Concepções e Tendências de Modelagem Matemática na Educação Brasileira. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 2012.
- BORSSOI, Adriana Helena; ALMEIDA, Lourdes Maria Werle. Percepções sobre o uso da Tecnologia para a Aprendizagem Significativa de alunos envolvidos com Atividades de Modelagem Matemática. *Revista electrónica de investigación en educación en ciencias*, v. 10, n. 2, p. 36-45, 2015.
- BURAK, D. *A modelagem matemática e relações com a aprendizagem significativa*. CRV, Curitiba-PR, 2012.
- D'AMBROSIO, Beatriz S. Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates. *SBEM*. Ano II. N2. Brasília. 1989.
- FERRI, R. B.; BLUM, W. Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, Vol. 1, No. 1, 45-58, 2009.
- FLICK, U. Pesquisa Qualitativa: Por que e como fazê-la. In.: *Introdução à Pesquisa Qualitativa*. Tradução Joice Elias Costa, 3^a ed. Porto Alegre: Artmed., 2009.
- GOLIN, A. C. P. *Modelagem matemática no ensino fundamental*. Trabalho de conclusão de graduação. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Instituto de Matemática. Curso de Matemática: Licenciatura, 2011.
- HOWLAND, J. L; MARRA, R. M.; JONASSEN, D. *Meaningful Learning with Technology*. 4. ed. Boston: Pearson, 2011.

MEYER, J. F. C. A. et al. *Modelagem em educação matemática*. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. d. *Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico*. 2. ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

VILLARREAL, M. E.; BORBA, M. C. *Humans-with-Media and Reorganization of Mathematical Thinking: Information and Communication Technologies, Modeling, Visualization and Experimentation*. New York: Springer Science+Business Media, Inc, 2005.