

ANÁLISE DA DINÂMICA POPULACIONAL DO MUNICÍPIO DE BARÃO DE GRAJAÚ-MA USANDO OS MODELOS DE MALTHUS E VERHULST: UM ESTUDO DE CASO

 <https://doi.org/10.56238/arev7n1-072>

Data de submissão: 06/12/2024

Data de publicação: 06/01/2025

João Vitor Silva Santos

Licenciando em Matemática, IFPI-CAFLO
E-mail: caflo.2022114lmat39@aluno.ifpi.edu.br

Sandra Lima dos Santos

Licencianda em Matemática, IFPI-CAFLO
E-mail: caflo.2022114lmat34@aluno.ifpi.edu.br

Guilherme Luiz de Oliveira Neto

Doutor em Eng. de Processos, IFPI-CAFLO
E-mail: guilherme@ifpi.edu.br

Meldson Barros Rezende Lima

Licenciando em Matemática, IFPI-CAFLO
E-mail: caflo.2022114lmat02@aluno.ifpi.edu.br

Carla Vanessa Silva Santos

Licencianda em Geografia, UESPI-PI
E-mail: carlavanessasilva095@gmail.com

Francislucia Abreu Silva Santos

Licenciada em Matemática, IFPI-CAFLO
E-mail: caflo.2020114lmat05@aluno.ifpi.edu.br

Sônia Maria Santos da Silva

Licencianda em Geografia, UESPI-PI
E-mail: Soniamariasdas@aluno.uespi

Marlos Félix de Azevedo

Licenciado em Matemática, IFPI-CAFLO
E-mail: Marlos.100392@gmail.com

Carlos Alberto Ferreira dos Santos Junior

Licenciando em Matemática, IFPI-CAFLO
E-mail: caflo.2022114lmat21@aluno.ifpi.edu.br

RESUMO

INTRODUÇÃO: O conceito fundamental na modelagem matemática de populações é o "tamanho da população". Dependendo do tipo de população analisada, esse tamanho pode ser expresso de várias maneiras, como número de indivíduos, peso, volume, massa, densidade ou até mesmo uma porcentagem de alguma dessas medidas (ALMEIDA, 2003). A análise da dinâmica populacional é

extremamente relevante para a sociedade, englobando aspectos econômicos, políticos e socioculturais (SETI et al., 1999).

Para investigar a dinâmica populacional, utiliza-se uma variedade de modelos matemáticos. Sendo as mais proeminentes a Teoria de Malthus (1798) e o Modelo Estatístico de Verhulst (1838).

Palavras-chave: Dinâmica Populacional. Modelos de Malthus e Verhulst. Barão de Grajaú-MA.

1 INTRODUÇÃO

O conceito fundamental na modelagem matemática de populações é o "tamanho da população". Dependendo do tipo de população analisada, esse tamanho pode ser expresso de várias maneiras, como número de indivíduos, peso, volume, massa, densidade ou até mesmo uma porcentagem de alguma dessas medidas (ALMEIDA, 2003). A análise da dinâmica populacional é extremamente relevante para a sociedade, englobando aspectos econômicos, políticos e socioculturais (SETI et al., 1999).

Para investigar a dinâmica populacional, utiliza-se uma variedade de modelos matemáticos. Sendo as mais proeminentes a Teoria de Malthus (1798) e o Modelo Estatístico de Verhulst (1838).

A análise matemática da dinâmica populacional teve seu início em 1798, com a publicação do artigo intitulado "An Essay on the Principle of Population as it Affects the Future Improvement of Society", escrito pelo economista e demógrafo britânico Thomas

Robert Malthus (RAFIKOV, 2003). O modelo de Malthus, frequentemente chamado de modelo Malthusiano, provocou controvérsias no começo do século XIX, uma vez que Malthus argumentava que a população mundial se expandia em uma proporção geométrica, enquanto os recursos necessários para a sobrevivência aumentavam apenas em uma proporção aritmética.

Assim, ele afirmava que a população seria mantida sob controle por meio da miséria, da fome, entre outros fenômenos naturais (Rocha e Botta, 2009). Segundo Rocha e Botta (2009), destaca-se que o modelo de Verhulst, conhecido como modelo logístico, foi introduzido em 1837 e propõe que o crescimento populacional é restringido por um fator logístico.

Esse conceito está relacionado à capacidade de suporte do meio ambiente e pressupõe que uma população, ao se estabelecer em um determinado ambiente, crescerá até atingir um limite sustentável, alcançando assim um estado de equilíbrio. A equação do modelo inclui a diminuição do crescimento populacional, que é influenciado por um fator inibidor. O objetivo geral é analisar como ocorre a dinâmica populacional urbana da cidade de Barão de Grajaú MA, segundo os modelos matemáticos de Thomas Malthus e Pierre-François Verhulst.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICO

O Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), é uma instituição pública federal responsável pela produção, análise e disseminação de informações estatísticas e geográficas no Brasil. Fundado em 1936, o IBGE desempenha um papel fundamental no planejamento e na elaboração de políticas públicas, fornecendo dados sobre a população, economia, território e sociedade brasileira.

Entre suas principais atividades, o IBGE realiza censos demográficos, pesquisas econômicas, levantamentos sobre as condições de vida da população e mapeamentos geográficos. O Censo Demográfico, realizado a cada dez anos, é uma de suas iniciativas mais conhecidas e abrangentes, fornecendo informações detalhadas sobre a composição e as características da população brasileira, e além disso, o IBGE oferece informações essenciais para pesquisadores, empresas o governo, contribuindo para o desenvolvimento social e econômico do país.

Equações diferenciais ordinárias (EDOs) são equações que envolvem uma função desconhecida de uma única variável independente e suas derivadas. As equações diferenciais surgiram no século XVII com os avanços do Cálculo Diferencial e Integral, pelas obras de Newton (1642–1727) e Leibniz (1646–1716), onde puderam ser notados inúmeros modelos matemáticos.

A principal motivação para os estudos das equações diferenciais, veio dos problemas de modelagem dos fenômenos da Mecânica Clássica, como por exemplo, o movimento dos planetas (Bassanezi e Ferreira, 1988).

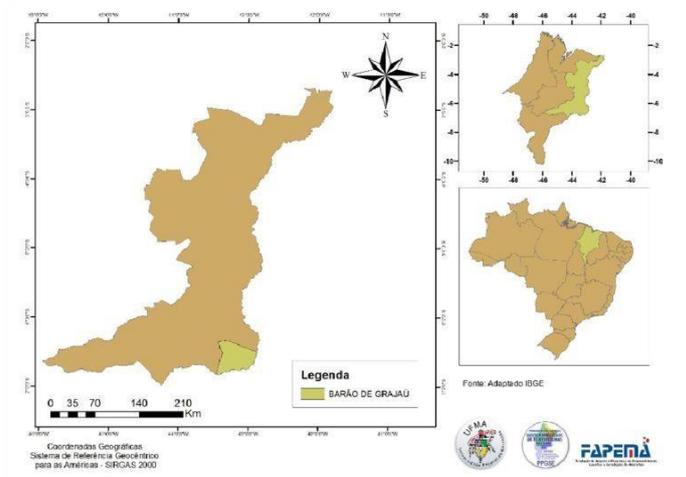
Abrangem certas quantidades que variam com o tempo, ou seja, as equações diferenciais estão diretamente ligadas a taxas de variação. Enfatizando, “As equações diferenciais têm ampla aplicação na resolução de problemas complexos sobre movimento, crescimento, vibrações, eletricidade e magnetismo, aerodinâmica, termodinâmica, hidrodinâmica, energia nuclear e todo tipo de fenômeno físico que envolva taxas de variação de quantidades variáveis” (Swokowski, 1994, p. 637).

3 METODOLOGIA

Neste estudo, foram empregados os dados populacionais da cidade de Barão de Grajaú, situada no estado do Maranhão. Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia (IBGE), no ano de 2022 a população era de 18.984 habitantes e a densidade demográfica era de 8,59 habitantes por quilômetro quadrado. Na comparação com outros municípios do estado, ficava nas posições 92 e 183 de 217. Já na comparação com municípios de todo o país, ficava nas posições 1786 e 4526 de 5570.

Está cidade foi fundada em 29 de março de 1911 à margem esquerda do Rio Parnaíba, tendo na margem direita a cidade de Floriano-PI. Seu padroeiro é Santo Antônio de Pádua, sua área é de 2.247 km² representando 0.68% do Maranhão, 0.145% da Região Nordeste e 0.0264 % de todo o território brasileiro tem clima semiárido, está a 108m de altitude, e tem as seguintes coordenadas geográficas: Latitude: 6° 45' 25" Sul, Longitude: 43° 1' 29" Oeste (Figura1).

Figura 1: Localização do Município de Barão de Grajaú – MA



Fonte: Adaptada do IBGE

3.1 MODELOS MATEMÁTICOS

Os modelos matemáticos no qual foram empregados para realizar a estimativa do cálculo populacional da cidade de Barão de Grajaú-MA nos anos de 2010 e 2022, consiste em utilizar as aplicações dos modelos de Thomas Malthus e Pierre François Verhulst.

3.2 MODELO DE MALTHUS

A teoria de Malthus sustenta que a população se expande em uma taxa geométrica, enquanto os recursos para sua sobrevivência aumentam apenas em uma taxa aritmética. Essa mudança no tamanho populacional é exclusivamente influenciada pelo número de nascimentos e óbitos, desconsiderando aspectos como imigração ou outros elementos que possam restringir crescimento ao longo de um período. Essa dinâmica pode ser ilustrada da seguinte maneira: $dP = rP(t) dt \Rightarrow P(t) = P_0 e^{rt}$, onde $P(t)$ é a população em função do tempo, P_0 é a população inicial e r a constante de proporcionalidade.

3.3 MODELO DE VERHULST

A proposta de Verhulst sugere que, em situações de baixa densidade populacional, o crescimento se dá de forma exponencial. Contudo, conforme os recursos se tornam mais limitados, esse crescimento começa a desacelerar devido a um elemento conhecido como capacidade de suporte ambiental. Esse elemento atua como um fator limitante ao longo do tempo, evidenciando a população máxima que uma região pode sustentar. Abaixo, apresentamos a equação correspondente.

$$\frac{dP}{dt} = rP(t) \left(1 - \frac{P(t)}{K}\right),$$

onde $P(t)$ é a população em função do tempo, r a constante de proporcionalidade e K a capacidade populacional máxima sustentável do ambiente.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para se chegar aos resultados da Tabela 1, foi-se necessários os valores da população real entre os anos de 2000 a 2022, no qual foi aplicado esses valores obtidos através das fórmulas de logística de ambos os modelos matemáticos: Malthus e Verhulst, nos quais estão sendo demonstrados abaixo.

- Equação logística de Malthus:

$$P(t) = P_0 e^{rt} \Rightarrow P(t) = 15349 \cdot e^{\ln(17493/15349) \cdot t} = 15349 \cdot (17493/15349)^t$$

- Equação logística de Verhulst:

$$P(t) = \frac{K}{1 + \frac{K - P_0}{P_0} e^{-rt}}$$

Mediante os resultados da Tabela 1, nota-se que os modelos Malthus e Verhulst relatam adequadamente excelentes dados ao ser comparado com os valores real da dinâmica populacional urbana da cidade de Barão de Grajaú durante o período de 2000 a 2022.

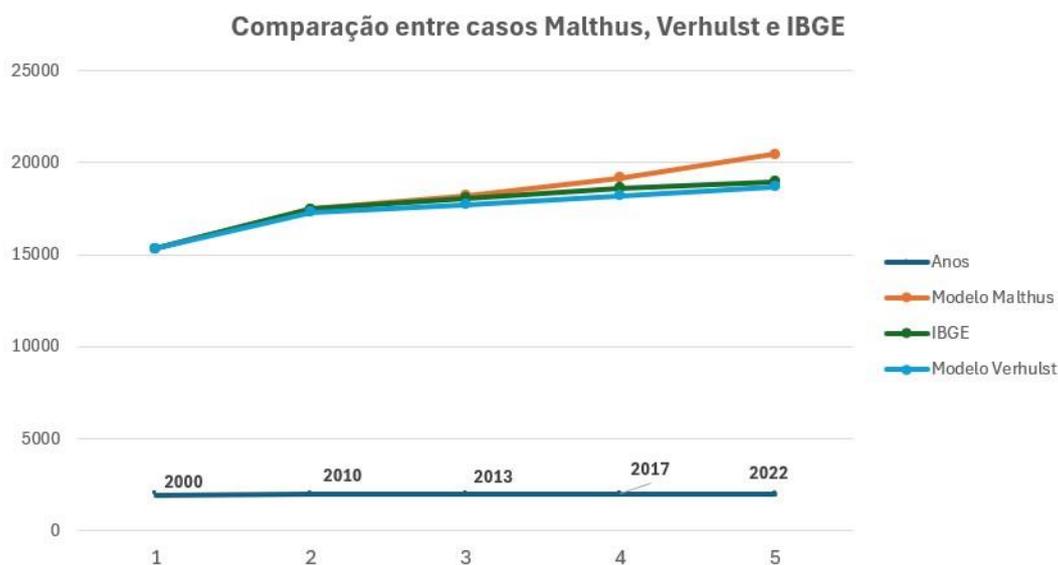
Tabela 1: População do Município de Barão de Grajaú- MA no período entre 2000/2022

Anos	tempo t	Modelo Malthus	IBGE	Modelo Verhulst
2000	0	15349	15349	15349
2010	10	17493	17493	17291
2013	23	18192	18074	17722
2017	27	19169	18619	18203
2022	32	20464	18984	18675

Diante disso, determinamos os parâmetros dos modelos no qual vemos melhor o que melhor descreve a dinâmica da população da cidade de Barão de Grajaú no período considerado, realizou-se

projeções do crescimento populacional para ambos os anos nos modelos de Malthus e Verhulst é ilustrado na Figura 2.

Figura 2: Projeções da população de Barão de Grajaú-MA entre o período de 2000 a 2022



Os dados obtidos através dos cálculos para os anos trabalhados, utilizando os modelos de crescimento populacional de Malthus e Verhulst, tornou-se possível a realização da projeção da população de Barão de Grajaú-MA a partir do último dado referente a 2022, na qual, representou uma população estimada para o modelo de Malthus de 20.464 habitantes, e para o modelo de Verhulst 18.675 habitantes.

5 CONCLUSÕES

Portanto, a análise da dinâmica populacional da cidade de Barão de Grajaú-MA utilizando os modelos de Malthus e Verhulst, permite uma compreensão mais aprofundada das características e tendências demográficas da região. Este estudo mostrou que o modelo de Verhulst é mais adequado para prever o crescimento populacional de Barão de Grajaú-MA, já que leva em consideração a limitação de recursos e reflete uma estabilização futura da população.

Esses resultados podem ser úteis para o planejamento estratégico da cidade, principalmente no que se refere à alocação de recursos públicos.

Para estudos futuros, recomenda-se a inclusão de fatores como migração e políticas públicas de controle populacional, o que pode tornar o modelo ainda mais preciso.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, I. A. Aplicação dos Modelos de Malthus e Verhulst de Dinâmica Populacional à População do Brasil. Catalão – GO, 2003.

ZILL, D. G.; CULLEN, Michael R.. Equações diferenciais. Tradução: Antonio Zumpano. 3. ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 2001. 374 p.

BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C. Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno. Tradução: Valéria de Magalhães Iório. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2010. 604 p.

SANTOS, R. J. Introdução às equações diferenciais ordinárias. Belo Horizonte: Imprensa Universitária da UFMG, 2011. 734 p.

<https://search.app/roUf5LS9E68pRgrQA>

<https://brasilecola.uol.com.br/geografia/ibge.htm> Brasileiro de Geografia e Estatística"); Brasil Escola. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/geografia/ibge.htm>. Acesso em 20 de outubro de 2024.

GUITARRARA, Paloma. "IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística)"; Brasil Escola. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/geografia/ibge.htm>. Acesso em 20 de outubro de 2024.