

MAPEAMENTO DO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA PLANA DESVELADO NAS PRODUÇÕES CIENTÍFICAS NO BRASIL

 <https://doi.org/10.56238/arev6n3-226>

Data de submissão: 18/10/2024

Data de publicação: 18/11/2024

Kleber Conceição da Silva

Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGE

Universidade Estadual de Montes Claros – UNIMONTES

E-mail: klebercons@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9241-9113>

Edson Crisostomo

Doutor em Educação Matemática, Universidade de Granada, Espanha

Professor da Universidade Estadual de Montes Claros - UNIMONTES

E-mail: edson.crisostomo@unimontes.br

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7078-243X>

RESUMO

Esta pesquisa se debruça sobre a necessidade de responder à pergunta: como é apresentado/desenvolvido o processo didático-metodológico na formação inicial do professor e do ensino na Geometria Plana nas pesquisas de pós-graduação no Brasil? Nesse contexto, o objetivo é desvelar e mapear os processos de ensino e aprendizagem de geometria, no que se refere ao cálculo de áreas e perímetros de polígonos, a partir das produções acadêmicas empreendidas nos programas nacionais de pós-graduação. A pesquisa desenvolveu-se numa abordagem qualitativa, do tipo revisão bibliográfica, por meio de uma metodologia adotada em um mapeamento. Os procedimentos metodológicos escolhidos foram uma busca avançada de teses e dissertações na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD), com uso de filtros com características de inclusão e de exclusão, para a classificação e organização das produções científicas selecionadas. Para a análise dos dados, usou-se categorização quanto à formação do professor de matemática; teorias e métodos para o ensino da Geometria Plana; e interlocução da práxis pedagógica entre Instituição de Ensino Superior (IES) e escola. Entre os resultados, percebeu-se que, na região Sul do Brasil, cenário das produções encontradas após os filtros, há IES com programas de pós-graduação ativamente produzindo pesquisas sobre a temática do ensino e da aprendizagem da Geometria Plana. Já o estudo do cálculo de área e perímetro é uma pequena parte do que se pesquisa nos programas de pós-graduação com a linha de pesquisa em Educação Matemática; com interlocuções entre a formação do professor de Matemática e as teorias, os métodos e os processos de ensino da geometria. Vale destacar que a região Sul do país também contemplou na totalidade os programas de mestrados e doutorados com essa linha de pesquisa.

Palavras-chave: Conhecimento Didático-Matemático. Professor de Matemática. Geometria Plana. Teoria. Prática Pedagógica. Ensino.

1 INTRODUÇÃO

Esse estudo parte da premissa de que o pensamento matemático está intimamente ligado ao desenvolvimento humano, em cuja evolução e desenvolvimento, destacaram-se concepções quanto ao fazer matemático e ao ensino, conforme aponta Martins (2012), pois a Matemática originou-se da relação do homem com a natureza. A propósito, a Educação Matemática é um estudo recente no Brasil, já que, só na década de 1990, houve um número expressivo de produções científicas no Brasil. Diante da evolução didática e do ensino e da aprendizagem da Matemática, propõe-se a responder: como é apresentado/desenvolvido o processo didático metodológico na formação inicial do professor e do ensino na Geometria Plana nas pesquisas de pós-graduação no Brasil? Nesse sentido, a pesquisa objetiva desvelar os processos de ensino e aprendizagem de geometria, particularmente no que se refere ao cálculo de áreas e perímetros de polígonos, a partir do estado do mapeamento das produções acadêmicas empreendidas nos programas nacionais de pós-graduação *stricto sensu* no Brasil.

Na busca de resposta para a pergunta-problema, a pesquisa desenvolveu-se numa abordagem qualitativa, que, segundo Denzin e Lincoln (2006), envolve uma abordagem interpretativa do mundo, o que demonstra que seus pesquisadores estudam as coisas em seus cenários naturais, tentando entender os fenômenos pelos significados que as pessoas a eles conferem. Assim, para esta pesquisa, adotou-se uma metodologia fundamentada em um mapeamento das produções científicas. O mapeamento pode:

[...] contribuir de forma efetiva com os estudos teóricos de uma área de conhecimento específica, permitindo a identificação dos aspectos conceituais envolvidos no estudo, limitações e potencialidades, além de possibilitar a categorização das informações (Motta; Kalinke; Mocrosky, 2018, p. 69).

O mapeamento sistemático pode ainda levar à construção de uma revisão bibliográfica, a qual, segundo Falbo et al. (2017, p. 1), é “uma revisão ampla dos estudos primários existentes em um tópico de pesquisa específico que visa identificar a evidência disponível nesse tópico”. Vosgerau e Romanowski (2014) defendem que os trabalhos que seguem essa linha têm como foco principal observar vários trabalhos do tema escolhido e, posteriormente, elencar as possíveis lacunas existentes para que ocorram novas interpretações e pesquisas. Nesse sentido, o mapeamento de pesquisas se preocupa mais com a caracterização dos estudos do que com a realização de conjecturas e análises sobre as informações investigadas. Portanto, desvela as aproximações entre a formação do professor, as teorias e a interlocução com o ensino da Geometria Plana.

De início, como procedimento metodológico, fez-se uma busca no repositório da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD). A partir de uma busca avançada, em todos os

campos, por Geometria Plana, educação básica, formação de professor de matemática, ensino e aprendizagem, encontraram-se 37 (trinta e sete) produções científicas. Depois de organizadas e filtradas, foram categorizadas para uma análise descritiva e qualitativa, sendo 03 (três) dissertações e 03 (três) teses. Essa pesquisa na BDTD foi realizada no mês de janeiro de 2024.

Essas obras científicas serão apresentadas em quadros, conforme as categorias de análise: a formação do professor de matemática, teorias e métodos para o ensino da Geometria Plana e a Interlocução da práxis pedagógica entre IES e escola. Também serão mapeadas, quanto à região do país, os programas de pós-graduação em cada unidade federativa e sua historiografia.

2 METODOLOGIA

2.1 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta é uma pesquisa de abordagem qualitativa, que, para Gaskell (2002, p. 65), “fornece os dados básicos para o desenvolvimento e a compreensão das relações entre os atores sociais e sua situação”. Ainda define que “o objetivo é uma compreensão detalhada das crenças, atitudes, valores e motivação, em relação aos comportamentos das pessoas em contextos sociais específicos”. É uma pesquisa que adota uma metodologia do mapeamento sistemático. Fiorentini et al. (2016) assim definem mapeamento de pesquisa:

“[...] um processo sistemático de levantamento e descrição de informações acerca das pesquisas produzidas sobre um campo específico de estudo, abrangendo um determinado espaço (lugar) e período de tempo. Essas informações dizem respeito aos aspectos físicos dessa produção (descrevendo onde, quando e quantos estudos foram produzidos ao longo do período e quem foram os autores e participantes dessa produção), bem como aos seus aspectos teórico-metodológicos e temáticos” (FIORENTINI et al., 2016, p. 18).

Por isso, adotou-se, inicialmente, um procedimento metodológico que se valeu do repositório da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD). Com uma busca avançada, conforme a disposta na própria biblioteca digital, buscou-se consecutivamente em todos os campos e como critério de inclusão os temas *geometria plana; educação básica; formação de professor de matemática; e ensino e aprendizagem*. O resultado trouxe à tona 37(trinta e sete) produções científicas entre teses e dissertações, as quais, a posteriori, foram selecionadas por filtros com critérios de exclusão: modalidade diferente do ensino regular, publicação fora do período entre 2012 e 2022 e temática diferente de geometria plana. Tais critérios de exclusão/filtros adotados se justificam pela necessidade de organização dos dados, assim como melhor parâmetro para categorização e análise conforme a metodologia desse mapeamento.

Tendo em vista os critérios de exclusão, 11 (onze) estavam fora do período determinado de

2012 a 2022; excluíram-se 09 (nove) produções repetidas; 11(onze) contemplavam exclusivamente a modalidade de ensino para Jovens e Adultos (EJA) e a Educação Profissional e Tecnológica (EPT), as quais também foram excluídas por se tratarem de temas como a andragogia e heutagogia. Ainda se encontraram produções com temáticas diferentes da Matemática e da Geometria Plana – como o estudo da difração na Física e o estudo da Estatística –, além de produções com acessos indisponíveis para consulta e leitura no repositório, que também foram excluídas. Nessas condições de apreciação, retiraram-se 31 (trinta e uma) das 37 (trinta e sete) inicialmente selecionadas. Com isso, como objeto de pesquisa, houve uma seleção de 06 (seis) produções científicas, sendo 03 (três) dissertações e 03 (três) teses.

O desenvolvimento deste trabalho científico adotou um procedimento de categorização. Isso porque ajuda a definir um papel relevante de organização para o mapeamento, a descrição e a análise das produções científicas brasileiras já classificadas. Eis como se deu a organização categorizada: (i) a formação do professor de Matemática; (ii) teorias e métodos para o ensino da Geometria Plana; e (iii) a interlocução da práxis pedagógica entre IES e escola. As categorias podem nos conduzir ao alcance do objetivo da pesquisa, desvelando os processos de ensino e aprendizagem de geometria, com cálculo de áreas e perímetros de polígonos, por meio de uma análise de conteúdo nas produções acadêmicas desenvolvidas nos programas nacionais de pós-graduação *stricto sensu*. Por isso, a análise dos dados coletados debruçou-se não só sobre uma descrição, mas também sobre uma discussão qualitativa, analítica e dissertativa, com possíveis inferências significativas, com foco na resposta para o problema inicial desta pesquisa. Além de mapear, traz a lume as teorias e as metodologias desenvolvidas na formação inicial do professor de Matemática, analisando a relação entre a instituição de formação superior e as contribuições, diretas ou indiretas, na educação básica, apresentadas nas produções científicas, classificadas como objeto de pesquisa deste estudo. Convém sublinhar que a pesquisa, ao contemplar a educação básica, considerou todos os professores que ensinam Matemática, seja nos anos iniciais do ensino fundamental, seja nos anos finais do ensino fundamental, seja no ensino médio.

Nessa organização, a pesquisa objetivou analisar nas produções científicas a formação inicial e continuada do professor de Matemática, sua práxis e possíveis contribuições com o ensino da Geometria Plana. Buscou-se ainda conhecer as teorias, desvelar as tendências e os processos metodológicos relevantes nessas pesquisas publicadas nos programas de pós-graduação entre os anos de 2012 e 2022, momento que contemplou a fase do ensino remoto em todo o território nacional, quando se decretou estado de pandemia da covid-19. O período trouxe dados significativos e atualizados que podem direcionar e fomentar novos estudos nessa temática, pós-pandemia, assim como

um direcionamento para a organização e a adaptação de novas práticas após o ensino remoto.

3 RESULTADOS

3.1 APRESENTAÇÃO DAS PRODUÇÕES CIENTÍFICAS

As produções científicas selecionadas foram identificadas por letra e número. Usou-se a letra “D” quando for do tipo dissertação e “T” quando do tipo Tese. O número acompanhado de uma letra indica a ordem de seleção. Aqui, optou-se pela ordem crescente, de acordo com o ano de publicação, depois de classificadas, conforme busca avançada da própria BDTD, e filtradas pelo pesquisador por critérios de exclusão, adotados, descritos e definidos nos procedimentos metodológicos. Encontraram-se 06 (seis) produções científicas adequadas ao objetivo e à metodologia proposta na pesquisa, segundo apresenta o Quadro 01. As produções aparecem quanto ao seu tipo, identificadas com Tese (T) e Dissertação (D), tema, seu autor e orientador, ano da defesa e instituição superior.

Descrevendo o objeto de pesquisa adotado, foram 03 (três) dissertações e 03 (três) teses, todas produzidas em programas de pós-graduação brasileiros entre os anos de 2012 até 2022, apresentadas no Quadro 01 a seguir. O período temporal, constituído por um intervalo de 10 (anos), considerado um período relevante, abarcou as produções científicas anteriores e posteriores à pandemia de covid-19 e, principalmente, as pesquisas desenvolvidas durante o ensino remoto.

Quadro 01: Apresentação das pesquisas selecionadas

D	Tema	Autor	Orientador	Ano/ Instituição
1	A contribuição do origami na geometria: desenvolvendo habilidades e conceitos na formação dos professores de matemática	Elisane Strelow Gonçalves	Prof. Dr. Josias Pereira da Silva	2018/UFPel
2	Matemática sociocultural <i>versus</i> matemática acadêmica no contexto do futuro professor: um estudo etnomatemático	Paulo Policarpo Campos	Prof. Dr. Everton Lüdke	2018/UFRS
3	História da matemática em atividades de geometria: uma proposta para a formação inicial de professores	Kamila Gonçalves Celestino	Prof. Dr. Márcio André Martins	2020/Unicentro/PR
4	Aprender a formular para aprender a resolver: registros de representação semiótica e a criatividade na aprendizagem da geometria	José Luiz Rosas Pinho	Prof. Dr. Mércles Thadeu Moretti	2021/UFSC
5	Formação de professores para o ensino de matemática nos anos iniciais mediada por unidades de ensino potencialmente significativas (ueps)	Graziela Ferreira de Souza	Prof ^a . Dra. Nilcéia Aparecida Maciel Pinheiro	2021/FTFPR

6	Desenvolvimento do pensamento geométrico nos anos iniciais do ensino fundamental a partir da teoria de Van Hiele: contribuições de um curso de formação de professores	Marilda Delli Colli	Prof. ^a . Dra. Zenaide de Fátima Dante Correia Rocha	2022/UTFRS
---	--	---------------------	---	------------

Fonte: seleção de teses e dissertações na BDTD.

São as dissertações (D) produzidas nos programas de pós-graduação, como: Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, área de concentração em Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Estadual do Centro-Oeste, da cidade de Guarapuava, no estado do Paraná/PR; Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Física e Matemática da Universidade Federal de Pelotas/RS; Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnologia de Londrina/PR. Já as Teses (T) são do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina, em Florianópolis/SC; Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia de Ponta Grossa/PR; e Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, em Porto Alegre/RS. Coincidentemente, a seleção das teses e dissertações contemplou exclusivamente uma única região do Brasil. A região Sul foi contemplada com as instituições públicas de ensino superior nos seu 3 (três) estados: Paraná, Santa Catarina e Rio Grande do Sul.

Para a apresentação das dissertações e teses, a seleção envolveu produções científicas exclusivas da região Sul do Brasil. A plataforma Sucupira (2024), no campo *cursos avaliados e reconhecidos*, informa um *ranking* de programas de pós-Graduação, e a região está em 3º (terceiro) lugar, depois da região Sudeste e Nordeste. A referida plataforma informou um número de 1559 cursos de mestrado e doutorado - acadêmicos e profissionais – nas três unidades federativas - Paraná, Santa Catarina e Rio Grande do Sul – que compõem a região Sul do Brasil. Acredita-se ser um fator significativo para esse mapeamento, na seleção das produções científicas da pesquisa.

Diante disso, a pesquisa aqui retratada nos encaminha a analisar a formação inicial e continuada do professor de Matemática, sua práxis pedagógica e possíveis contribuições para o ensino da Geometria Plana. Buscou-se também conhecer as teorias, as tendências e os processos metodológicos relevantes por meio das pesquisas selecionadas. Por isso, recorreremos a uma base teórica que fundamenta e ilumina a construção textual, descritiva e interpretativa deste trabalho.

3.2 FUNDAMENTANDO AS CATEGORIAS DE ANÁLISE

Na procura pela resposta da pergunta de pesquisa, organizou-se uma revisão sistematizada de

literatura, denominada de Referencial Teórico. Essa denominação ocorreu para excluir toda e qualquer aspecto de estaticidade. Severino (2004) adverte que o quadro teórico serve como diretriz e orientação de caminhos de reflexão, e não como modelo e forma de pensamento. O autor destaca o papel dinâmico do referencial teórico e completa afirmando “o pensamento criativo não pode escravizar-se formalmente a ele” (Severino, 2004, p. 162). É reconhecendo a função, os seus limites e o dinamismo que se construiu o referencial teórico, crendo na possibilidade de tê-lo como “um filtro pelo qual se enxerga a realidade, sugerindo perguntas e indicando possibilidades”, como define Luna (2002, p. 32). Nesse sentido, intentou-se organizar um referencial teórico que fundamentasse a discussão e a reflexão sobre as teses e dissertações já selecionadas. As categorias adotadas para análise de conteúdo nesta pesquisa nortearão o referencial teórico.

A título de esclarecimento, o referencial teórico foi construído e organizado no concernente à sua temática, definida por categorias. Tem-se como categorias nesta pesquisa (i) a formação do professor de matemática; (ii) teorias e métodos para o ensino da Geometria Plana; e (iii) a interlocução da práxis pedagógica entre IES e escola. Juntas, trazem relações de proximidade nas produções classificadas para este estudo. Nesse sentido, a construção do referencial teórico apresenta e discorre teorias, na sua definição, nas suas características e nas inferências colaborativas ao processo de ensino e aprendizagem da geometria, correlacionadas a cada categoria.

Cumprе salientar que a revisão sistemática enriqueceu a análise dos dados e a organização por categorias embasou-se na temática de cada produção científica selecionada. Assim, a categoria *formação do professor de Matemática* (grifo do autor) veio como norte na compreensão das pesquisas D1, T2, D3 e T4, as quais se desenvolveram no campo da formação inicial e continuada, do professor que ensina Matemática e do professor formador da licenciatura em Matemática. A categoria *teorias e métodos para o ensino da Geometria Plana* (grifo do autor) orientou a compreensão de teorias relevantes na construção do conhecimento matemático em T5 e D6. A categoria *Interlocução da práxis pedagógica entre IES e a escola* (grifo do autor) contemplou e orientou a análise quanto aos métodos e às tendências de ensino da Matemática, às relações com os documentos oficiais vigentes e às contribuições para o ensino da Geometria Plana na educação básica em todas as produções científicas selecionadas.

Para discorrer sobre a formação de professor de Matemática, recorreu-se inicialmente à formação de professor, consoante Nóvoa (2022):

apesar de todas as dificuldades e todos os problemas enfrentados com a formação de professor, qualquer mudança na educação e na pedagogia só poderá vir de dentro da profissão/profissional docente, sempre com um forte apoio externo, nomeadamente dos acadêmicos e das universidades (Nóvoa, 2022, p. 3).

Com efeito, a formação de professores é fundamental para as transformações necessárias e urgentes na educação. Pode-se destacar que:

a formação de professores é um campo decisivo para as mudanças se se for capaz de evitar uma subalternização dos professores e contribuir para uma valorização e um reforço da profissão docente. É essa ligação entre formação e profissão [...] que tem como ponto central o conhecimento profissional docente (Nóvoa, 2022, p. 3).

Sabe-se das lutas históricas enfrentadas para as mudanças e transformações em prol da boa formação de professores e da qualidade da educação. Para Nóvoa (2022), desde a segunda metade do século XIX, a formação tem uma aparência puramente instrumental, sendo a prática como referencial da formação de professores. Essa é uma visão tradicionalista, enraizada até os dias atuais no campo da formação de professores. As tendências modernas e inovadoras vieram ao longo de muitos anos contestando a visão tradicionalista da formação de professores. A transformação torna-se mais evidente nas primeiras duas décadas do século XX, quando surgem “as disciplinas de pedagogia, de psicologia e de sociologia da educação, de história da educação, de organização dos sistemas de ensino, de educação ou de desenvolvimento curricular” (Nóvoa, 2022, p. 5). Passam a ocupar cada vez mais espaço nos programas de formação de professores na implementação da Escola Nova. Esta, consoante Nóvoa (2022), é o mais importante movimento educativo da modernidade pedagógica. Com esse movimento, surge - na França em 1960 - Ciências da educação, que “dá origem a uma verdadeira explosão das práticas inovadoras” (Houssaye, 1984, p. 47).

A formação do professor no Brasil foi norteada também pelas políticas públicas adotadas no sistema educacional no século XX. As políticas públicas destinadas à formação de professores no Brasil provocaram mudanças reais na educação em todo o território nacional: conta-se com a valorização da criança – a partir da Escola Nova, datado de 1930 – com a valorização da autonomia e o respeito à liberdade; a preocupação com a tecnologia educacional no ano de 1964; e, a partir de 1980, destaca-se a espontaneidade do movimento da Escola Nova, a qual fez minimizar os efeitos do tecnicismo. É um efeito oriundo da industrialização no Brasil, que trouxe novos contornos para a formação do professor de Matemática.

3.3 A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA NO BRASIL

Na metade do século XX, uma estratégia econômica voltada para o desenvolvimento industrial tardio do Brasil estimulou um crescimento significativo da educação primária. Isso resultou em uma necessidade crescente de professores de Matemática, gerando uma situação de grande demanda e importância.

Atualmente, a formação inicial do professor de Matemática é da responsabilidade das instituições de ensino superior (IES), e elas, por si sós, não são capazes de assegurar uma adequada formação profissional dos professores. Concordamos com Nóvoa quando afirma que as universidades:

são indispensáveis como espaços de conhecimento e de ciência, mas precisam da colaboração das escolas e dos professores da educação básica, e de outros atores. Essa colaboração não pode ser baseada em hierarquias de poder e em relações desequilibradas, nomeadamente entre os professores das universidades e das escolas (Nóvoa, 2022, p.13).

A transformação da universidade, no que diz respeito à formação do professor, pode ser identificada na sua organização atual, na busca de adequações nos Projetos Políticos de Cursos, seguidos dos Pareceres do CNE/CP nº 09/2001 e CNE/CES nº 1.302/2001. Basicamente, esses documentos orientadores delinearão e formataram um novo perfil de egressos dos cursos superiores, notadamente os das licenciaturas.

À luz dessas perspectivas propostas nos pareceres, documentos oficiais utilizados para fundamentar os avanços da formação inicial do professor de Matemática, emerge a figura do *professor especialista*, que, segundo define Nacarato (2006, p.132), é aquele professor de Matemática que atua nos anos finais do ensino fundamental e no ensino médio. É o docente egresso das licenciaturas em Matemática.

Como avanços, Nacarato (2006, p. 133) sublinha “o trabalho coletivo das instituições formadoras”; “o papel desempenhado pela prática de ensino e pelo estágio supervisionado” e o respeito, as considerações e as inovações trazidas pelos pareceres do CNE/CP 09/2001 e CNE/CES 1.302/2001. Por consequência, ocorre um processo de engajamento entre as instituições formadoras de professores no que tange à sua organização institucional para um Projeto Político de Curso (PPC) alinhado à proposta de uma licenciatura com equidade, comprometimento e foco na formação docente. A instituição formadora pode e deve assumir um papel de elo entre o acadêmico do curso de licenciatura em Matemática com a escola e outros espaços por meio da prática de ensino e do estágio supervisionado. Acredita-se que, valendo-se da prática e do estágio, pode-se oportunizar ao acadêmico um momento de discussão e reflexão sobre a construção da sua própria prática docente. Sem dúvidas, é de grande relevância, na formação inicial do professor de Matemática, esse momento de interação, afinal oportuniza “a constituição dos saberes docentes e a ressignificação dos saberes escolares durante a Prática de Ensino e o Estágio, tendo como eixo de formação a pesquisa e/ou a reflexão sistemática da prática” (Fiorentini et al., 2002, p.145).

A responsabilidade da instituição formadora é vultosa, sobretudo quando se leva em conta o perfil do egresso da licenciatura em Matemática, no futuro professor que ensina Matemática, destinado

a lecionar nos anos finais do ensino fundamental e no ensino médio. Além da prática de ensino, pensa-se no conhecimento de conteúdo e no conhecimento didático pedagógico construído na formação inicial. O elo entre o conhecimento de conteúdo específico da Matemática e as teorias e os métodos para o ensino deve estar contemplado no plano curricular da Licenciatura em Matemática, a fim de se alcançar “avanço” (Nacarato, 2006) em torno da construção de um conhecimento didático-matemático.

3.4 CONHECIMENTO DIDÁTICO-MATEMÁTICO DO PROFESSOR: TEORIAS E MÉTODOS PARA O ENSINO DA GEOMETRIA PLANA

Com vistas a conceituar o conhecimento didático-matemático do professor que ensina Matemática, assim como conhecer as teorias que estudam e desenvolvem esse tipo de conhecimento, criou-se um quadro teórico, a partir do conhecimento de conteúdo de Shulman (1996) e Ball et al. (2008). Os conceitos teóricos aqui descritos foram identificados nas produções científicas mapeadas. Além do conceito, apresentaram-se características teóricas e as relações pedagógica e metodológica do conhecimento didático-matemático, definido por Godino e Batanero (1994) e Godino, Batanero e Font (2007). No contexto da construção do conhecimento da Geometria Plana, fez-se uma caracterização do Pensamento Lógico-Matemático de Piaget (1964) e Kamii (1982; 1985), no intuito de refletir nas pesquisas, de forma epistemológica, o conhecimento do professor, conforme se propôs esta pesquisa. Acerca da fundamentação teórica do pensamento geométrico, valeu-se de Fischbein (1993), Duval (1995) e Pais (1996). E para entender o método, recorreu-se a Van Hiele (1957). Essa categoria se justifica para contemplar, principalmente, as análises das produções T5 e D6.

Sobre a definição e as características epistemológicas do conhecimento do professor de Matemática, Piaget (1985) afirma que o conhecimento emerge do homem. Superando a ideia dicotômica entre o conhecimento de conteúdo e a metodologia, crê-se na interação e diversidade de ideias, por meio das quais o professor deve construir um conhecimento próprio para lecionar. O processo de ensino precisa iniciar pela compreensão do saber docente, chegando ao saber para aprender e para ser ensinado, como afirma Shulman (1986,1987). É fulcral, então, que o trabalho do professor deva ser planejado basicamente em uma série de atividades que oportunizem a instrução específica, entre novas oportunidades de aprendizagem tanto para o aluno, quanto para o professor.

Um dos pioneiros nos estudos do conhecimento do professor, (Shulman, 1986) propôs um modelo em 3(três) categorias: *conhecimento do conteúdo*, *conhecimento pedagógico do conteúdo* (PCK) e *conhecimento curricular* (grifo do autor). Posteriormente, (Shulman, 1987) expande para 7 (sete) categorias, o que ele chama de *categorias de conhecimento base*. Das sete categorias, o *conhecimento pedagógico do conteúdo* (PCK) é de especial interesse, uma vez que identifica o *corpo*

distintivo de conhecimento para o processo de ensino (Shulman, 1987 apud Pino-Fan e Godino, 2015, p. 89). O *conhecimento pedagógico de conteúdo* (PCK) representa a combinação do conteúdo e da pedagogia na compreensão “de como um tópico específico, problema ou tema é organizado, representado e adaptado” (Pino-Fan e Godino, 2015, p. 90) para atender à diversidade de interesses, assim como as habilidades dos alunos.

Ainda com base nas ideias de Shulman (1987), no que tange às noções de conhecimento do conteúdo e conhecimento pedagógico do conteúdo, Debora Ball (2008) e colaboradores preconizam o conceito de *conhecimento matemático para o ensino* (MKT), definido como "o conhecimento matemático que o professor utiliza na sala de aula para produzir instrução e crescimento no aluno" (Hill, Ball e Schilling, 2008, p. 374 apud Pino-Fan e Godino, 2015, p. 89). E assim seguiram-se outros pesquisadores, construindo um processo relevante no campo da pesquisa do conhecimento do professor, na sua formação. Para Silverman e Thompson (2008), "Ainda que o conhecimento matemático para o ensino tenha começado a ganhar atenção como um conceito importante [...], há uma compreensão limitada [...] de como pode ser desenvolvido na mente dos professores" (p. 499).

Nesse contexto, ainda se pergunta, na comunidade de pesquisa, sobre a formação do professor: o que é? como pode ser reconhecido e como pode ser desenvolvido o conhecimento matemático para o ensino?

Na busca de respostas com novas pesquisas e, principalmente, com a diversidade de dimensões para a compreensão do conhecimento do professor de Matemática no âmbito das questões de reconhecimento e desenvolvimento do conhecimento, Pino-Fan e Godino (2015) asseveram que “não existe um acordo universal sobre um quadro teórico para descrever o conhecimento dos professores de matemática” (p. 95) e aduzem:

os modelos de conhecimento matemático para o ensino elaborados [...] em educação matemática incluem categorias muito amplas, [...] que permitam uma análise mais detalhada de cada tipo de conhecimento envolvido em um ensino eficaz de matemática. (Godino, 2009, p. 19)

Pelas observações de Godino (2009) e características dos estudos que já vinham sendo discutidos entre os pesquisadores da área da Educação Matemática, como a disciplina de Didática da Matemática¹, em toda Europa, emerge a teoria definida por Godino (2009) como Conhecimento Didático-Matemático do Professor, no enfoque Ontossemiótico.

Apoiado em um *refinamento*, de maior amplitude para a compreensão do conhecimento do

¹ Didática da Matemática é um termo atualmente em desuso no Brasil, porém, em respeito aos autores europeus, como Godino (espanhol) e seus colaboradores, citados, manteve-se a grafia original.

professor de Matemática, Godino (2009) propõe o modelo do conhecimento didático-matemático (CDM), que interpreta e caracteriza o conhecimento do professor em três dimensões: *dimensão matemática*, *dimensão didática* e *dimensão metadidático-matemática* (Pino-Fan & Godino, 2015, p. 96). A *dimensão matemática* inclui duas subcategorias de conhecimento, definidas por *conhecimento comum do conteúdo* e *conhecimento ampliado do conteúdo*, os quais se relacionam com o *conhecimento matemático* específico que se julga necessário, todavia não suficiente para a prática do ensino. Por isso, além do conteúdo matemático, o professor deve ter conhecimento sobre os diversos fatores que influenciam o planejamento e a implementação do ensino. A partir da *Dimensão didática* do CDM, tem-se subcategorias, também definidas por facetas e com características de análise para o conhecimento construído e desenvolvido pelo professor de Matemática.

As subcategorias ou facetas são a *faceta epistêmica*, um conhecimento especializado na *dimensão matemática*; a *faceta cognitiva* (grifo do autor), que deriva de um “conhecimento sobre os aspectos cognitivos dos estudantes”; a *faceta afetiva* é o “conhecimento sobre os aspectos afetivos, emocionais e atitudinais dos estudantes”; a *faceta interacional*, definida como o “conhecimento sobre as interações que ocorrem na sala de aula”. Seguindo, tem-se ainda o “conhecimento sobre os recursos e meios que podem aprimorar a aprendizagem dos estudantes”, estabelecido como a *faceta mediacional* e a *faceta ecológica*, que define o “conhecimento sobre os aspectos curriculares, contextuais, sociais, políticos, econômicos, que influenciam a gestão da aprendizagem dos estudantes” (p. 98).

Segundo Pino-Fan & Godino (2015, p. 99), a faceta epistêmica do CDM, em síntese:

permitirá aos professores ou futuros professores responderem perguntas do tipo: (i) Ademais de sua solução existe outra forma de resolver a tarefa? (ii) Como você explicaria a solução da tarefa a um estudante que não conseguiu resolvê-la por meio dos procedimentos desenvolvidos na sala de aula? (iii) Quais conhecimentos são mobilizados para resolver a tarefa? (Tradução nossa).

Nesse âmbito, é fundamental que o professor que ensina matemática e, em especial, a Geometria Plana mobilize os conhecimentos básicos, ampliados e didáticos do conteúdo específico que será ministrado nas aulas.

Para análise das pesquisas selecionadas neste estudo concernentes às teorias e aos métodos para o ensino da Geometria Plana, conforme as categorias, precisa-se discorrer e refletir sobre teóricos que pesquisaram desde a teoria do Pensamento Lógico-Matemático (Piaget, 1964) e o Pensamento Geométrico (Duval, 1995). Quanto ao método de ensino, a família (Hielly, 1957) conceitua e caracteriza um método de ensino.

3.5 RECORDANDO AS TEORIAS

Ao recorrer aos conceitos teóricos, parte-se, inicialmente, do conceito do Pensamento lógico matemático, considerado a partir de um discurso da Epistemologia genética de Piaget (1976), que enfatiza a relação entre a criança e o meio ambiente, da qual se constrói uma estrutura cognitiva.

É relevante para este estudo perquirir o processo de ensino e aprendizagem, assim como conhecer o tratamento das teorias e os métodos para a construção do conhecimento matemático no tange que ao ensino da Geometria Plana, no ensino básico, via pesquisas selecionadas. Isso demonstra a necessidade de considerar que o conhecimento lógico-matemático, segundo Piaget (1978), é uma construção gradual, resultante de uma ação mental da criança sobre o mundo. Piaget (1978) complementa que a evolução da lógica e da moral do ser humano pode ser resumida a quatro estágios de desenvolvimento mental: *sensório motor* – desenvolve a partir do nascimento por meio da *capacidade de perceber o mundo*, ou melhor, na capacidade evolutiva de coordenar as sensações e seus movimentos; *intuitivo ou simbólico* – a lógica infantil desenvolve (a partir dos 2 anos) e deriva da descoberta do símbolo, voltado para si mesmo no aspecto afetivo e no conhecimento; *operatório concreto* – “a lógica deixa de ser intuitiva e passa a ser operatória, o pensamento torna-se mais coerente, aproximadamente aos 12 anos” (Silva, 2014, p. 3); *Operatório formal* – é o estágio da adolescência, no qual o pensamento lógico atinge o pensar por hipótese, a partir das experiências anteriores, tornando-se capaz de refletir e organizar de forma autônoma as regras e de realizar deliberações.

É importante destacar que, para a construção do conhecimento lógico-matemático, considerando a psicogênese de Piaget (1978), faz-se crucial discutir o processo de formação do professor de Matemática.

Sobre o conceito teórico da Construção do Pensamento Geométrico, discorre-se a partir de Duval (1995), que faz uma análise das dificuldades valendo-se de uma abordagem cognitiva. Para o autor, no funcionamento cognitivo, o estudante pode desenvolver a compreensão, a operação e o controle da variedade de processos da matemática na sala de aula. O filósofo e psicólogo francês Duval (1995) elaborou a teoria dos Registros de Representação Semiótica, que “analisa o funcionamento da cognição vinculado, sobretudo, à atividade matemática e à problemática relacionada à sua aprendizagem” (Silva e Costa, 2020, p. 3). Sob essa perspectiva, o entendimento tem por base as dificuldades dos alunos da educação básica.

Tais representações são essenciais para a atividade cognitiva do pensamento e podem mostrar um mesmo objeto de diversas formas. De acordo com Duval (2003), as representações semióticas são elaborações produzidas pela aplicação dos signos pertencentes a um sistema de representações que possui intervenções próprias de signos e funcionamento. Assim, Silva e Costa (2020, p. 3 apud Duval,

1995) consideram que um objeto de natureza matemática pode ser representado por diversos registros de representação, pois “o contato e a vivência com vários registros favorecem ao processo de aprendizagem, à compreensão e à produção de conhecimentos em Matemática” (p. 4). E diante da diversidade de representações, o autor introduz duas importantes operações relacionadas à aprendizagem Matemática. São as operações de tratamento, definidas como uma transformação que ocorre dentro de um mesmo registro de representação semiótica, e a operação de conversão, que é a mudança que ocorre quando um objeto matemático muda de uma representação semiótica para outra. Um exemplo é a mudança da representação algébrica para a representação gráfica.

Com relação à geometria, Duval (1995) propõe um modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico, também definido por meio da noção de apreensões. O modelo está organizado em quatro grupo de apreensões geométricas: perceptiva, discursiva, operatória e sequencial.

Tem-se a caracterização de cada apreensão geométrica, conforme Costa e Santos (2020, p. 5-6). A Apreensão Perceptiva é aquela “que permite identificar ou reconhecer, imediatamente, uma forma ou um objeto no plano e no espaço”. Esse modelo de apreensão “tem a função epistemológica de identificação dos objetos em duas ou três dimensões e no espaço”. A identificação do objeto é realizada por meio de “tratamentos cognitivos efetuados automaticamente e inconscientemente”. Para Duval (1995), essa apreensão perceptiva está relacionada ao primeiro olhar do observador e à interpretação das formas geométricas do objeto.

As características da Apreensão Discursiva de Duval (1995, p.6) estão relacionadas a “[...] uma denominação, uma legenda ou uma hipótese”. Compreende uma justificativa (de natureza dedutiva) e as propriedades matemáticas do objeto/figura observado (Costa e Santos, 2020, apud Duval, 1995, p. 6).

Sobre a Apreensão Operatória, Costa e Santos (2020, p. 6) a entendem como a “capacidade de operar sobre as figuras”, compondo, transformando, reconfigurando, comparando objetos geométricos em prol de uma resolução de problema de geometria. Essa apreensão também é “centrada nas modificações possíveis de uma figura inicial e nas reorganizações possíveis que estas modificações possibilitam” (p. 6). Está centrada nas possibilidades de construir e desconstruir os objetos geométricos.

A Apreensão Sequencial de Duval (1995) surge ao desejar construir uma figura ou pela necessidade de descrever a sua construção. Diz respeito à ordem de construção da figura, o que não depende apenas de propriedade matemáticas, já que é necessário também a técnica de uso de ferramentas. Para a construção de figuras geométricas no plano, pode-se exemplificar o uso de réguas, transferidor, compasso ou algum software, conforme exemplificam Costa e Santos (2020).

As Apreensões Geométricas de Duval (1995) são fundamentalmente as primícias para a Construção do Pensamento Geométrico e perpassam pela observação, manipulação, construção e desconstrução de um objeto geométrico. Elas não demonstram a necessidade hierárquica para a Construção do Pensamento Geométrico e, por isso, diferem de outros autores que discorrem sobre a necessidade da organização hierárquica do pensamento geométrico.

A fim de melhor diferenciar os conceitos e as teorias que enfatizam na sua construção do pensamento geométrico a necessidade de organização hierárquica, destacamos o modelo de Van Hiele, o qual traz características opostas à de Duval, porém no mesmo objetivo de construção do pensamento geométrico.

A teoria criada pelo casal holandês Pierre Marie Van-Hiele e Gina Van-Hiele Geodolf (1957) surge das experiências da própria sala de aula, onde identificaram o problema: “Por que muitos estudantes, que dominavam a maioria dos conceitos matemáticos, apresentavam dificuldades na aprendizagem de Geometria?” (Costa e Santos, 2020, p. 6).

Nessa realidade, Van Hiele (1957), depois de analisar, percebeu uma diversidade de níveis de compreensão no processo de Construção do Pensamento Geométrico. Destaca que esses níveis devem ser graduais, de forma hierárquica, como o processo cognitivo. Afirma ainda que “o progresso do pensamento geométrico de um sujeito não depende de sua idade, nem de sua maturidade biológica” (Costa e Santos, 2020, p. 7).

Van Hiele (1957), que baseou sua pesquisa em Piaget e no desenvolvimento cognitivo a partir da psicogênese, vai além e define como primordial a função pedagógica, porquanto “o que possibilita esse desenvolvimento é a ação pedagógica” (Costa e Santos, 2020, p. 7). Conclui que a construção do pensamento geométrico não está ligada somente à maturação ontogenética, mas também às práticas educativas e justifica: “o que promove o desenvolvimento do pensamento geométrico é o contato com atividades adequadas” (p. 7). Quanto à contribuição para a construção do pensamento geométrico, respeitou-se a psicogênese de Piaget (1957) e considerou a adequação da prática pedagógica, de forma gradual e hierárquica, aos níveis de Construção do Pensamento Geométrico.

O modelo de Van Hiele (1957) está definido e caracterizado em 5 (cinco) níveis, os quais explicitam a estrutura do pensamento geométrico.

No nível 1, os alunos percebem os objetos geométricos com base na sua aparência física e justificam a sua produção/construção considerando aspectos visuais, sem usar explicitamente as propriedades do objeto observado. Pode-se exemplificar a representação de um quadrilátero por recortes “em grupos de quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos e trapézios” (Van Hiele, 1957, p. 7).

No nível 2, os alunos são capazes de reconhecer os objetos geométricos por meio de suas propriedades, ajustando ao conhecimento mais específico dos objetos geométricos. No entanto, eles usam um conjunto de propriedades necessárias para a identificação e a descrição desses objetos. Ainda usam uma gama de propriedades para a identificação do objeto. Pode-se exemplificar pela descrição de um quadrado, na qual usa as propriedades de “4 lados, 4 ângulos retos, lados iguais, lados opostos paralelos” (p. 7).

No nível 3 ou terceiro nível, o aluno, capaz de ordenar as propriedades de objetos geométricos, constrói definições abstratas, diferencia as propriedades necessárias e as propriedades suficientes na definição de um conceito. Também deve ser capaz de entender deduções simples, sem uso de demonstrações. Pode-se ter como exemplo desse nível quando o estudante “descreve um quadrado pelas propriedades mínimas: 4 lados congruentes e 4 ângulos retos” (p. 7), definindo ainda como caso especial de retângulo e de losango. Da mesma forma, quando, no caso de um quadrado, sabe que é um paralelogramo, pois possui os lados opostos paralelos.

No nível 4, os alunos “são capazes de entender o papel dos diferentes elementos de uma estrutura dedutiva e desenvolver demonstrações originais ou, pelo menos, compreendê-las” (p. 7). Constrói-se uma capacidade de entendimento estrutural da forma geométrica, identificando e qualificando as partes. Como exemplo dessa capacidade de compreensão, “O estudante demonstra as propriedades dos quadriláteros notáveis por meio da congruência de triângulos” (p. 7). É uma forma de autonomia na construção do conhecimento geométrico.

No nível 5, “Os alunos são capazes de trabalhar em diferentes sistemas axiomáticos e estudar várias geometrias na ausência de modelos concretos” (p. 7). Vê-se uma autonomia estruturada, consolidada de forma hipotética e dedutiva e com segurança. Pode-se exemplificar na seguinte situação: “o estudante estabelece e demonstra teoremas em uma geometria finita” (p. 7). Percebe-se a capacidade que o aluno adquire de inferir, explicar, construir e desconstruir, de forma segura, matematicamente, o que pode ainda levar a uma compreensão indutiva, intuitiva, segura e com autonomia.

Os níveis hierárquicos de construção do conhecimento geométrico de Van Hiele (1957) estão fundamentados no Pensamento Lógico-Matemático de Piaget. Os autores Costa e Santos (2020) discorreram os níveis de pensamento geométrico de Van-Hiele conforme a fonte de Jehin e Chenu (2000), na obra “Como avaliar o raciocínio geométrico?”, na qual apresenta os níveis em um quadro, garantindo a linearidade hierárquica.

O desenvolvimento do pensamento geométrico, nas percepções de Duval e Van Hiele, ocorre de forma processual. Essa construção acontece de forma mais abrangente na teoria de registros de

representação semiótica, que analisa o funcionamento da cognição vinculado, sobretudo, à atividade matemática e à problemática relacionada à sua aprendizagem (Duval, 1995). Tem-se, ainda, somando as percepções, a necessidade de uma prática adequada. Van Hiele (1957) aduz que o desenvolvimento do pensamento geométrico, respeitando uma hierarquia cognitiva, perpassa por níveis que se iniciam “com o reconhecimento dos objetos geométricos pelo seu aspecto global, finalizando com a análise de diferentes sistemas axiomáticos” (Costa e Santos, 2020, p. 7).

Certamente, as teorias supracitadas definem e caracterizam o processo de construção do pensamento geométrico e com possibilidades de bons resultados no processo de ensino e aprendizagem da Matemática na educação básica. O estudo dessas teorias, como pressupostos de referência para a formação inicial do professor de Matemática, orienta-o para o processo de ensino do aluno.

3.6 INTERLOCUÇÃO DA PRÁXIS PEDAGÓGICA ENTRE IES E ESCOLA

Como referência de documentos oficiais para educação no Brasil, pode-se citar a Constituição Federal de 1988, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), nº 9394/96, assim como a Resolução nº 02/2017 e a Resolução nº 04/2018. Esses arcabouços legislativos têm características em comum, já que são normas da educação em âmbito federal e definem uma gama de direitos e deveres.

Neste tópico, para a fundamentação teórica, dá-se enfoque à Resolução nº 02/2017 e à Resolução nº 04/2018, que, consecutivamente, define a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) da Educação Infantil aos anos finais do Ensino Fundamental e estabelece a Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio, também conhecido e descrito como Novo Ensino Médio (NEM).

Assim, para o estudo a que se volta esta pesquisa, notadamente na tentativa de entender a interlocução da práxis pedagógica entre IES e escola, buscar-se-ão aspectos dessa interlocução fundamentados, sobretudo, na BNCC. Também se examinarão, se apresentados nas pesquisas nacionais selecionadas, os aspectos oriundos da organização curricular dos cursos de formação inicial a partir do Parecer CNE/CES nº 1.302/2001. Esse parecer define as diretrizes curriculares nacionais para os cursos de Licenciatura em Matemática.

4 DISCUSSÃO

A análise dos dados desta pesquisa ocorreu pelo mapeamento, o qual será descrito a seguir. A sua descrição será obedecida conforme a fundamentação da especificidade da metodologia da pesquisa. Nesse sentido, compreendeu-se e adotou-se que o termo mapeamento da pesquisa se diferencia do estado da arte da pesquisa, pois o mapeamento se preocupa mais com os aspectos descritivos de um campo de estudo do que com seus resultados. O estado da arte, por sua vez, faz

referência à identificação, à localização e à descrição das pesquisas realizadas num determinado tempo, espaço e campo de conhecimento.

Entendeu-se por mapeamento da pesquisa um processo sistemático de levantamento e descrição de informações acerca das pesquisas produzidas sobre um campo específico de estudo, abrangendo um determinado espaço (lugar) e período. Tais informações dizem respeito aos aspectos físicos dessa produção (descrevendo onde, quando e quantos estudos foram produzidos ao longo do período e quem foram os autores e participantes dessa produção), bem como aos seus aspectos teórico-metodológicos e temáticos.

O mapeamento da pesquisa destaca a região Sul do Brasil, composta pelos estados do Paraná, de Santa Catarina e do Rio Grande do Sul. Reconhece-se sua importante participação na história da Educação Matemática no Brasil, em particular na criação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (Sbem), no ano de 1988, no II Encontro Nacional de Educação Matemática (Enem, Maringá/PR). A partir daí, o Sul tem se constituído em um celeiro de estudos e pesquisas na área, impulsionado pela expansão de programas de pós-graduação, com pesquisas que ultrapassam mil defesas desde a década de 1970, distribuídas em mais de 35 Instituições de Ensino Superior (IES) e 30 (trinta) PPG com estudos na área de Educação Matemática, como afirma Melo (2012).

A análise dos dados selecionados acontecerá pelas categorias já apresentadas nos procedimentos metodológicos. As categorias, mesmo apresentadas em tópicos separados, manterão, nesta análise, uma maior interlocução de proximidades, por isso nem todas elas serão apresentadas em quadros, mantendo a forma textual descritivo analítico.

Entretanto, há categorias neste trabalho que conseguem se destacar por produção, o que elucida a reflexão e a análise entre cada produção científica. O enfoque compreende os anos de publicações, entre 2012 e 2022, e os procedimentos metodológicos à luz da pandemia de covid-19. As produções científicas anteriores ao ano de 2020 desenvolveram-se de forma presencial nas diversas propostas metodológicas, enquanto as pesquisas desenvolvidas após 2020 assumiram procedimentos metodológicos com uso de técnicas e instrumentos adequados a um sistema virtual e/ou remoto.

Na categoria denominada formação inicial do professor de Matemática, consegue-se apontar separadamente as produções que trabalham esse tema, como apresentado no Quadro 2.

Todas as produções científicas estão associadas à formação do professor, seja na formação inicial, seja na formação continuada. Devido a esse panorama, no campo da pesquisa, optou-se por evidenciar, no quadro a seguir, a distinção, ou não, entre a tipologia da formação dos professores, principalmente entre a formação inicial na Licenciatura em Matemática e na Licenciatura em Pedagogia.

Quadro 2: Formação inicial e continuada de professores: aspectos relevantes

Tipo	Pesquisa	Tipo de formação	Aspectos acadêmicos do público-alvo	Modalidade
D1	A contribuição do origami na geometria: desenvolvendo habilidades e conceitos na formação dos professores de matemática	Inicial	Licenciatura em Matemática	EAD
D3	História da matemática em atividades de geometria: uma proposta para a formação inicial de professores	Inicial	Licenciatura em Matemática	Regular/presencial
T4	Aprender a formular para aprender a resolver: registros de representação semiótica e a criatividade na aprendizagem da geometria	Inicial	Licenciatura em Matemática e outros universitários	Regular/Presencial
D6	Desenvolvimento do pensamento geométrico nos anos iniciais do ensino fundamental a partir da teoria de Van Hiele: contribuições de um curso de formação de professores	Continuada	Professor formador no Ensino Superior, professor da educação infantil e dos anos iniciais	Virtual (via Meet)

Fonte: Organização do autor.

As pesquisas apresentadas no Quadro 2 têm em comum o tema formação de professor. Entretanto, no quadro, aparecem fatores distintos que convém destacar e refletir, como: formação inicial do professor na Licenciatura em Matemática e na formação inicial do professor em outras licenciaturas. Há, ainda, diferença de modalidades do curso de graduação e a formação continuada dos professores.

As dissertações D1 e D6 são duas pesquisas que foram desenvolvidas no âmbito da formação inicial do professor de Matemática, sendo que a D1 foi realizada em curso de Licenciatura em Matemática na modalidade regular e presencial e a D6 foi construída na formação inicial de professores na modalidade a distância (EAD). No Brasil, as bases legais para a modalidade de Educação a Distância (EAD) foram regulamentadas pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, Lei n.º 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que foi regulamentada pelo Decreto n.º 5.622, publicado em 20/12/05. A formação inicial do professor – mais precisamente as licenciaturas em Matemática na modalidade regular – é estabelecida pelo Parecer CNE/CES n.º 1.302/2001. A propósito, a organização curricular das licenciaturas em Matemática é comum para as duas modalidades de ensino, pois são orientadas pelo mesmo parecer do CNE/CES.

As pesquisas apresentadas no Quadro 3 são as que contemplam a categoria que deixam de forma explícita a teoria, a tendência de ensino, ou de pesquisa, assim como a tecitura com as linguagens matemáticas, dentro de uma unidade temática, especificamente da geometria. Ainda se pode analisar os procedimentos metodológicos de cada produção científica dessas dissertações.

As pesquisas D6 e T4, também no mesmo âmbito, foram pautadas na formação de professores, porém a pesquisa D6 foi desenvolvida na formação continuada de professores da educação infantil e dos anos iniciais do ensino fundamental. Já a pesquisa T4 empreendeu processos e métodos de

estímulos para a criatividade na resolução e formulação de problemas, durante a formação inicial do professor de Matemática e em outros cursos de graduação.

A formação inicial e a formação continuada de professores de Matemática não aparecem nas pesquisas selecionadas como o tema central dessas produções científicas ou mesmo como um problema de pesquisa. Mas aparecem como um campo de pesquisa, ou como contexto da pesquisa, o que corrobora a grande relevância do tema ainda presente nas atuais pesquisas dos programas de pós-graduação no Brasil.

A formação de professores é um campo de estudos relativamente novo no mundo ocidental (Zeichner, 2005). É um campo em que se tem a oportunidade de conhecer e desvelar inúmeros fatores e aspectos relacionados ao processo de ensino e aprendizagem. Tanto a formação inicial quanto a formação continuada de professores como campo de pesquisa possuem grande relevância, todavia ainda necessitam de novas pesquisas, pois é um campo em pleno dinamismo. Os dois tipos de formação conseguem conectar o professor (egresso) e o acadêmico (em formação) num processo de construção de conhecimento e adequação e melhoramento da prática pedagógica. Por isso, Nacarato et al. (2006) evidenciam as potencialidades desse perfil misto e afirmam que neles não apenas os professores acadêmicos se aproximam dos contextos escolares, mas os futuros professores aprendem colaborativamente com os professores em exercício. É uma interação necessária para a formação inicial do professor e pode produzir momentos de experimentação e consolidação na formação continuada dos professores em exercício.

Quadro 3: Teorias e métodos para o ensino da Geometria Plana

ID	Teoria e/ou métodos e Tendência de Ensino	Nível de discussão do conteúdo	Temática de estudo na geometria
D1	Origami	Anos finais do ensino fundamental e ensino médio	Conceitos básicos da geometria plana e espacial
D3	Tendência História da Matemática	Anos finais do ensino fundamental e ensino médio	Quadratura do círculo; altura da pirâmide; equivalência de áreas; semelhança de triângulo
D8	Teoria do Pensamento Geométrico de Van Hiele	Anos iniciais do ensino fundamental	Conceitos fundamentais da geometria plana

Fonte: Elaborado e organizado pelo autor.

As três dissertações selecionadas no Quadro 3 estão dentro do que se propôs esta pesquisa. Nota-se que o nível de discussão do conteúdo na temática do ensino da Geometria Plana na educação básica contempla desde os anos iniciais e finais do ensino fundamental até o ensino médio.

A pesquisa D8 aborda como teoria o modelo do Pensamento Geométrico de Van Hiele. Esse modelo ou teoria é desenvolvido a partir do desenvolvimento cognitivo apresentado por Piaget (1964).

O casal Pierre Marie van Hiele e Dina van Hiele-Geldof, professores e pesquisadores holandeses, partiram da experiência em suas salas de aulas, onde observaram que os estudantes aprendiam seguramente a aritmética e não aprendiam a geometria. Essa teoria, considerada um modelo de aprendizagem, “é uma possível estratégia para a reversão da problemática no ensino da geometria, pois, por ter sido originada em sala de aula, a teoria aliou os aspectos cognitivo e pedagógico do ensino da geometria” (Nasser, 1998 apud Silva, p. 2). A pesquisa D6 procedeu, metodologicamente, com uma formação pedagógica para professores que ensinam Matemática em diferentes níveis de escolaridade. O perfil dos professores participantes perpassa pela experiência com ensino da Matemática na educação infantil até os anos finais do ensino fundamental. Em seus resultados, a pesquisa D8 discorre sobre uma satisfação quanto ao alcance de seus objetivos e reconhece as contribuições para um novo significado do ensino da geometria. Ademais, frisa a valorização do conhecimento prévio e a utilização de materiais manipulativos, bem como ressalta a necessidade de ações voltadas para a formação continuada dos professores que ensinam Matemática. Para Fiorentini et al. (2002), além da formação inicial na adequação das licenciaturas, a formação continuada ainda é um agente transformador na formação do professor.

A pesquisa D1 identificou que a pesquisa enveredou por outras áreas do conhecimento para a construção dos conceitos básicos da Geometria Plana. A pesquisa debate a construção do conhecimento da geometria buscando nas artes a prática pedagógica da dobradura e do origami. De mais a mais, utiliza a construção de vídeos com demonstração de dobraduras na construção de alguns sólidos geométricos. O procedimento metodológico da pesquisa D1 está em concordância com a Brasil (2017), para quem o ensino da Geometria “envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento” (p. 226).

O ensino da Matemática vem se adaptando às mudanças da sociedade. Já é perceptível o surgimento das novas tendências do ensino e a Educação Matemática não “ficou de fora” (Cavalcanti, 2010). Nessa seara, a pesquisa D1 revela uma das novas tendências para o ensino da Matemática, que é o uso da História da Matemática como recurso pedagógico. História da Matemática pode ser um potente auxiliar no processo de ensino e aprendizagem com a finalidade de manifestar, de forma peculiar, as ideias matemáticas, situar temporalmente e espacialmente grandes ideias e problemas, junto com suas motivações e precedentes históricos e ainda enxergar os problemas do passado, bem como encontrar soluções para problemas abertos. Nas palavras de Fonseca, “o estudo da história é fundamental para perceber o movimento e a diversidade, possibilitando comparações entre grupos e sociedades nos diversos tempos e espaços” (2003, p. 40). É tão fundamental que a pesquisa sublinha

o uso da História da Matemática como um recurso pedagógico desde o PCN de 1997. Fonseca (2003) corrobora os resultados da pesquisa D1 de que a História da Matemática “permite que as experiências sociais sejam vistas como um constante processo de transformação; um processo que assume formas muito diferenciadas e que é produto das ações dos próprios homens” (p. 40).

As três pesquisas selecionadas no Quadro 3 enfatizam teorias, tendências de ensino da Matemática como potencializadores da construção do conhecimento da geometria na educação básica. As temáticas abordadas estão presentes como as habilidades matemáticas para a educação básica, conforme descritas em Brasil (2017). E como habilidades a serem construídas nas aulas de matemática, no período dos anos do ensino fundamental e ensino médio, tem-se as destacadas nas dissertações como conceitos fundamentais da Geometria Plana.

As pesquisas vêm demonstrando, a partir das análises, da leitura dos resumos, dos processos metodológicos – principalmente dos objetos de pesquisas – e dos problemas que norteiam essas produções científicas, uma interlocução entre as teorias e as habilidades normatizadas na BNCC (Brasil, 2017).

Nesse propósito, foram analisadas e mapeadas essas pesquisas, identificando, por meio das teorias e do processo metodológico, o que se torna relevante na interlocução e nas possíveis inferências transformadoras da prática docente – para o professor participante – e da prática discente – do acadêmico participante de cada pesquisa. Acreditamos numa interlocução consideravelmente importante na introdução, construção, fixação e consolidação das habilidades por ano de escolaridade.

No primeiro ano de escolaridade, considerando os objetos matemáticos em torno da localização e do reconhecimento, deve-se situar o indivíduo no espaço, com referências próprias ou associadas ao outro. As pesquisas T4 e D1 podem contribuir com seus participantes e, conseqüentemente, para uma melhor educação básica, já que oportunizam a discussão e as experiências por intermédio da formação continuada realizada nas pesquisas. A T4 fundamenta-se na teoria de Registro e Representação Semiótica (Duval, 1988) num contexto diverso de representação do objeto por meio de um processo de apreensão. Para Duval (1983, p. 40):

existe um paradoxo cognitivo do pensamento matemático: de um lado, a apreensão dos objetos matemáticos pode ser apenas uma apreensão conceitual e, de outro lado, só por meio de representações semióticas é que uma atividade sobre objetos matemáticos é possível.

É uma apreensão necessária ao estudante que se propõe a construir representação de objetivos para a construção do conhecimento geométrico. Na pesquisa D1, a prática pedagógica com a utilização de origamis é um recurso metodológico importante para além da representação, uma vez que a

construção dos sólidos geométricos, por meio de dobraduras, torna o objeto um material manipulativo.

No 2º ano de escolaridade, há a proposta do estudo do objeto matemático a partir da localização e representação precisa dos planos e sólidos geométricos, de modo a construir habilidades que tornem o aluno capaz de identificar, nomear e comparar aspectos estruturais de forma sistemática. As pesquisas que mais associam suas teorias à possível contribuição para uma prática docente adequada é a D3, que utiliza a História da Matemática para dar maior proximidade entre as habilidades matemáticas e a história da civilização. A pesquisa D6 confere visibilidade para a teoria de Van Hiele (1957), que valoriza o desenvolvimento cognitivo e o conhecimento prévio do aluno como relevantes em um processo de construção do pensamento geométrico por intermédio de 5 (cinco) níveis de aprendizagem. Semelhantemente, a T4 que pode contribuir partindo da compreensão dos níveis de apreensão de Duval (1995), haja vista que as representações semióticas são fundamentais para a comunicação das representações mentais e, também, para a atividade cognitiva do pensamento humano. Ora, a oportunidade que o professor participante da pesquisa T4 tem de conhecer e compreender o RRS e melhorar a sua prática docente pode gerar profícuos resultados para o ensino da geometria na educação básica.

No 3º ano de escolaridade, tendo em vista as habilidades EF03MA12 (Brasil, 2017, p. 287) e EF03MA16 (Brasil, 2017, p. 289), fica clara e inequívoca a necessidade de compreensão dos níveis de apreensão de Duval (1988), para que a representação das figuras planas e os sólidos geométricos sejam diversificados, ou não, porém de forma segura e autônoma pelo aluno. É o que o RRS pode proporcionar durante o processo de construção do conhecimento geométrico, como apresenta a pesquisa T4 e D6. Eles possibilitam ao professor a criatividade de elaborar práticas pedagógicas adequadas ao nível de conhecimento de forma hierárquica, conforme Van Hiele (1957).

No 4º e 5º ano, a par das habilidades, é relevante sistematizar, aprofundar e consolidar o objeto matemático. A Representação Semiótica e a teoria do Pensamento Geométrico, segundo Van Hiele, podem contribuir para a sistematização e consolidação dessas habilidades. O uso da oralidade e da arte como recursos pedagógicos pode oportunizar aos alunos uma construção do conhecimento geométrico de forma integral e segura.

São muitas as associações e interlocução das pesquisas selecionadas, que se aproximam por causa da teoria, dos métodos e das práticas pedagógicas adotadas nos procedimentos metodológicos. Além das apresentadas aqui, pode-se elevar o nível dos estudos quanto aos anos de escolaridade até os anos finais do ensino fundamental e o ensino médio e perceber maiores contribuições para o processo de ensino da Geometria Plana na educação básica.

5 CONCLUSÃO

Este foi um trabalho pautado na metodologia do mapeamento, em que se buscou objetivamente desvelar os processos de ensino e aprendizagem da Geometria Plana, no que se refere ao cálculo de áreas e perímetros de polígonos, a partir das produções acadêmicas desenvolvidas nos programas nacionais de pós-graduação. Nesse trajeto, buscou-se responder à pergunta norteadora, ou o problema desta pesquisa: como é apresentado/desenvolvido o processo didático metodológico na formação inicial do professor e do ensino na Geometria Plana nas pesquisas de pós-graduação no Brasil?

Considerou-se, em todo processo de construção desse mapeamento, desde a primeira busca por produções científicas nos programas de pós-graduação no Brasil até a análise das produções selecionadas, a construção da revisão sistemática de literatura e sua análise. Todo esse conjunto de informações delineou a resposta para o problema desta pesquisa.

Sobre a localização, mapeou-se a região Sul do país, com a presença de programas de pós-graduação, a saber: Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Estadual do Centro-Oeste do Paraná de Guarapuava (PR); Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Pelotas (RS); Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (PR); Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina, campus Florianópolis (SC); e o Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, campus Ponta Grossa.

Tendo atingido o objetivo da pesquisa nesse mapeamento, foram de grande relevância os resultados, haja vista que, apesar do pequeno número de pesquisas selecionadas e analisadas, conseguiu-se visualizar as principais instituições superiores com programas de pós-graduação ativamente produzindo pesquisas, sobretudo na temática ensino e aprendizagem da Geometria Plana na educação básica.

Ao longo deste estudo, ficou confirmado que a região Sul do Brasil é pioneira nas pesquisas em Educação Matemática, mantendo-se ativa, atuante mesmo nas adversidades do período pandêmico da covid-2019.

Entre as pesquisas, revelou-se a presente preocupação com a garantia dos direitos à formação inicial e continuada dos professores que ensinam Matemática nos anos iniciais, nos anos finais do ensino fundamental e ensino médio. Isso porque, para alavancar o letramento matemático dos estudantes das escolas brasileiras, perpassa-se primeiro pelos investimentos na capacitação contínua dos docentes.

Ademais, percebeu-se que a temática cálculo de área e perímetro é apenas uma pequena parte

do que se pesquisa no Brasil, nos programas de pós-graduação com a linha de pesquisa em Educação Matemática. Foi possível perceber que as produções científicas tiveram um olhar mais amplo para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, no que tange à construção do conhecimento do professor no concernente às teorias. Com isso, mapearam-se, nas produções selecionadas, as teorias *Conhecimento Lógico-Matemático*, de Piaget (1964); *Construção do Pensamento Geométrico*, de Van Hiele (1957); *Registro e Representação Semiótica*, de Duval (1988); e *Etnomatemática*, de D'Ambrósio (1970).

No tocante aos métodos e às tendências de ensino, mapeou-se a tendência teórico-metodológica *História da Matemática*, o uso da *dobradura de origami* e o *uso das tecnologias*. Esse mapeamento se justifica não somente pelo número de pesquisas produzidas na região Sul, mas pelas contribuições que os programas de pós-graduação em mestrados e doutorados levam até a educação básica.

É importante ressaltar que as mesmas instituições superiores, seus programas de pós-graduação vêm mantendo uma interlocução, por meio das pesquisas e da extensão, no espaço escolar, valendo-se da carga horária extracurricular. Na oportunidade, destacou-se o incremento dessas pesquisas mapeadas não só para a formação inicial, mas também para a formação continuada do professor e do acadêmico participante. Em outras palavras, nas instituições superiores, a interação do tripé pesquisa, extensão e ensino, alicerçada em uma Educação Matemática voltada à qualidade da educação básica, tem favorecido a construção do conhecimento matemático.

Nesse sentido, as teorias para a construção do conhecimento lógico-matemático e as tendências para o ensino da Matemática apresentadas são de grande relevância, principalmente para a construção do conhecimento do professor de Matemática e para o aluno, que precisa construir o conhecimento geométrico e se tornar letrado e autônomo.

Por fim, a realização desta pesquisa foi concluída parcialmente quanto ao alcance de seus objetivos e com grandes possibilidades de contribuições para a comunidade acadêmica, sobretudo por funcionar como aporte para novas pesquisas e discussões para além da região Sul do país.

REFERÊNCIAS

- BALL, Deborah Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey. Content Knowledge for Teaching: What make it special? *Journal of Teacher Education*, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.
- BRASIL, Ministério da Educação. Lei nº 9394/96. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional*. Brasília, 1996.
- BRASIL, Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Parecer CNE/ CES nº 1.302/2001. *Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura*. Brasília: MEC/SESu, novembro/2001.
- BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2017.
- CAVALCANTI, Almir Cesar F. *Educação matemática e cidadania: um olhar através da resolução de problemas*. Programa de Pós-Graduação em Educação. UFPB, João Pessoa, PB. 2010.
- COSTA, André Pereira da; SANTOS, Marilene Rosa dos. *O pensamento geométrico na licenciatura em Matemática: uma análise à luz de Duval e Van-Hiele*. *Educação Matemática Debate*, vol. 4, pp. 1-20, 2020.
- DENZIN, N. K. e LINCOLN, Y. S. *Introdução: a disciplina e a prática da pesquisa qualitativa*. In: DENZIN, N. K. e LINCOLN, Y. S. (Org.). *O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens*. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 15-41.
- DUVAL, Raymond. Graphiques et équations: l'articulation de deux registres. *Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives, Strasbourg*, v. 1, p. 235-253, 1988.
- FALBO, Ricardo de Almeida.; SOUZA, Érica Ferreira; FELIZARDO, Katia Romero. Mapeamento sistemático. In: FELIZARDO Katia; NAKAGAWA, Elisa; FABBRI, Sandra; FERRARI, Fabiano (Org.). *Revisão Sistemática da Literatura em Engenharia de Software: Teoria e Prática*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2017. p. 79-98.
- FIorentini, Dario. A formação matemática e didático-pedagógica nas disciplinas de licenciatura em Matemática. *Revista de Educação PUC-Campinas*, Campinas, SP: Programa de Pós-Graduação em Educação, p. 107-115, n. 18, jun. 2005.
- FIorentini, D. et al. O professor que ensina matemática como campo de estudo: concepção do projeto de pesquisa. In: FIorentini, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. (Org.). *Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática: período 2001-2012*. São Paulo: FE/UNICAMP, 2016. p.17- 41.
- FISCHBEIN, E. *The theory of figural concepts*. *Educational Studies in Mathematics*. 24: 139-162, 1993.
- FONSECA, Selva Guimarães. *Didática e prática de ensino de História*. Campinas, SP: Papyrus Editora, 2003.
- GASKELI, George. (2002). *Entrevistas individuais e grupais*. In: M. W. Bauer, & G. Gaskell (Org.),

Pesquisa qualitativa com texto, imagem e som: um manual prático (pp.64-89). Petrópolis: Vozes.

GODINO, Juan Dias. (2009). *Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas* [Categories for analysing the knowledge of mathematics teachers]. Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 20, p.13-31.

GODINO, Juan Dias. & Pino-Fan, Luiz. Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del professor. *Paradigma*, Vol. XXXVI, Nº 1, Junio de 2015 /87– 109.

GROENWALD, Cláudia Lisete Oliveira; SAUER, Lisandra de Oliveira; FRANKE, Rosita Fuelber. A história da matemática como recurso didático para o ensino da teoria dos números e a aprendizagem da Matemática no Ensino Básico. *Paradigma*. V. 26, n. 2. Maracay Dic. 2005.

HOUSSAYE, Jean. L'. *Esclave pédagogue et ses dialogues*. *Éducation et Recherche*, Paris, n. 1, p. 31-49.1984.

KAMII, Constance. *A criança e o número: implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação junto a escolares de 4 a 6 anos*. Trad. Regina A. de Assis. Campinas, SP: Papirus, 1982.

KAMII, Constance; DECLARK, Georgia. *Reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget*. Trad. Elenice Curt. Campinas, SP: Papirus, 1985.

LUNA, Sérgio. *O falso conflito entre tendências metodológicas*. In: FAZENDA, Ivani (Org.). *Metodologia da pesquisa educacional*. 8. ed. São Paulo: Cortez, 2002.

MARTINS, Ricardo Lisboa. *Concepções sobre a Matemática e seu Ensino na Perspectiva de Professores que Ensinam Matemática em Licenciaturas de Alagoas*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Pernambuco 2012. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/13034>. Acesso em: 23 set. 2022.

MELO, M. V. Relação de dissertações de mestrados (acadêmicos e profissionais) e teses de doutorado relativas ao Ensino/Educação Matemática produzidas no Brasil e elaboradas na última década. *Zetetiké – Cempem/FE*, Campinas, SP, v. 20, n. 38, 2012. Disponível em: <<https://www.fe.unicamp.br/revistas/ged/zetetike/article/view/4902>>. Acesso em: 20 jul. 2024.

MOROSINI, Marília Costa. Estado de conhecimento e questões do campo científico. *Revista da Educação*. Santa Maria, v. 40, n. 1, p. 101-116, jan./abr. 2015.

MOTTA, M. S.; KALINKE, M. A.; MOCROSKY, L. F. Mapeamento das dissertações que versam sobre o uso de tecnologias educacionais no ensino de Física. *ACTIO: Docência em Ciências*, Curitiba, v. 3, n. 3, p. 65-85, set./dez. 2018.

NACARATO, Adair M. et al. *Um estudo sobre pesquisas de grupos colaborativos na formação de professores de Matemática*. In: Sipem, 2., 2003, Santos. Anais... Santos: SBEM, 2003. 20 p.

NACARATO, Adair M.; GRANDO, Regina C.; TORICELLI, Luana; TOMAZETTO, Miriam. *Professores e futuros professores compartilhando aprendizagens: dimensões colaborativas em processos de formação*. In: NACARATO, A. M.; PAIVA, M. A. V. (Org.). *A formação do professor que ensina matemática: perspectivas e pesquisas*. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 197- 212.

NÓVOA, António. Conhecimento profissional docente e formação de professores. *Revista Brasileira de Educação*, v. 27, 2022.

COSTA, André Pereira da; ELOI, Quércia Carvalho; ANDRADE, Vladimir Lira Veras Xavier. O pensamento geométrico de professores de Matemática da educação básica: um estudo sob a luz da Análise de Similaridade. In: REGNIER, Jean-Claude; ANDRADE, Vladimir Lira Veras Xavier. (Org.). *A Análise Estatística Implicativa nas pesquisas no ensino de Ciências e Matemática*. Recife: Editora Universitária da UFRPE, 2017, p. 92-97.

PIAGET, Jean; SZEMINSKA, Alina. *A gênese do número na criança*. Trad. C.M. Oiticica. Rio de Janeiro: Zahar, 1964.

PIAGET, Jean. *A equilibrção das estruturas cognitivas: problema central do desenvolvimento*. Rio de Janeiro, Zahar, 1976.

QUEIROZ, José J. A importância e o lugar de teoria na pesquisa. *Caderno de pós-graduação*, v. 4, PUC, São Paulo, p.13-17. 2005.

SEVERINO, Antônio Joaquim. *Metodologia do trabalho científico*. 22. ed. São Paulo: Cortez, 2004.

SHULMAN, LS (1986). *Aqueles que entendem: crescimento do conhecimento no ensino*. *Pesquisador educacional*, 15(2), 4-14.

SHULMAN, Lee S.; SHULMAN, Judith H. Como e o que os professores aprendem: uma perspectiva em transformação. *Cadernos Cenpec*, São Paulo, v. 6, n. 1, p. 120-142, jan./jun. 2016.

SILVERMAN, J., & Thompson, P. W. (2008, October). *Investigating the relationship between mathematical understandings and teaching mathematics*. Paper presented at the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Roanoke, VA.

VALENTE, Ursula; SANTANA F. P. Luciana; ALVES, Madalena Torres, Alessandra; BARBOSA, Vera Lucia. *III Congreso Internacional de Investigación y Práctica Profesional en Psicología XVIII Jornadas de Investigación Séptimo Encuentro de Investigadores en Psicología del MERCOSUR*. Facultad de Psicología - Universidad de Buenos Aires, Buenos Aires, 2011.

ZEICHNER, Keneth. A research agenda for teacher education. In: COCHRAN-SMITH, Marylin; ZEICHNER, Kenneth (Ed.). *Studying teacher education: the report of the AERA panel on research and teacher education*. London: Lawrence Erlbaum, 2005. p. 737-759.