

ESTUDO DOS RUÍDOS PRODUZIDOS POR AEROGERADORES UTILIZANDO A EQUAÇÃO DA ONDA E O MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS

STUDY OF THE NOISE PRODUCED BY WIND TURBINES USING THE WAVE EQUATION AND THE FINITE DIFFERENCE METHOD

ESTUDIO DE LOS RUIDOS PRODUCIDOS POR AEROGENERADORES UTILIZANDO LA ECUACIÓN DE LA ONDA Y EL MÉTODO DE LAS DIFERENCIAS FINITAS

 <https://doi.org/10.56238/arev8n3-131>

Data de submissão: 26/02/2026

Data de publicação: 26/03/2026

Gabriele de Azevedo Batista

Mestranda em Modelagem Matemática e Computacional
Instituição: Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ)
Endereço: Rio de Janeiro, Brasil
E-mail: 20231007864@ufrj.br

Carlos Andres Reyna Vera Tudela

Instituição: Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ)
Endereço: Rio de Janeiro, Brasil
E-mail: Carlosr.reyna.veratudela@gmail.com

RESUMO

O crescimento da matriz energética brasileira, composta por diferentes fontes renováveis, demonstra o compromisso do Brasil com as soluções sustentáveis. Nesse contexto, a energia eólica se destaca em relação ao potencial de crescimento, no entanto, o ruído gerado pelas pás dos aerogeradores em contato com o vento surge como uma das consequências desse modo de geração de energia, podendo causar impactos à população residente nas proximidades dos parques eólicos. Para que a poluição sonora não gere malefícios à população, é necessário que haja legislações mais rígidas quanto ao local de instalação dos aerogeradores. Diante disso, este trabalho tem como objetivo analisar a propagação do ruído produzido por aerogeradores, compreendendo sua intensidade. Para tanto, realizei o estudo da propagação sonora por meio da equação da onda, empregando o Método das Diferenças Finitas (MDF) para a obtenção de soluções numéricas. A modelagem computacional foi implementada em Python, permitindo a simulação do comportamento da onda e a análise da pressão sonora. Os resultados obtidos possibilitaram a comparação entre a solução analítica e a solução numérica, evidenciando boa concordância entre os métodos e erros reduzidos em determinados casos. Conclui-se que o MDF constitui uma ferramenta eficiente para a resolução da equação da onda, contribuindo para estudos sobre a propagação do ruído e seus possíveis impactos.

Palavras-chave: Ruído. Equação da Onda. Método das Diferenças Finitas.

ABSTRACT

The growth of the Brazilian energy matrix, composed of different renewable sources, demonstrates Brazil's commitment to sustainable solutions. In this context, wind energy stands out in terms of its expansion potential. However, the noise generated by the blades of wind turbines interacting with the wind emerges as one of the consequences of this mode of energy production, potentially causing

impacts on populations living near wind farms. To prevent noise pollution from harming nearby communities, stricter regulations regarding the installation sites of wind turbines are necessary. In light of this, the objective of this work is to analyze the propagation of noise produced by wind turbines, seeking to understand its intensity. To this end, the study of sound propagation was carried out using the wave equation, employing the Finite Difference Method (FDM) to obtain numerical solutions. The computational modeling was implemented in Python, allowing the simulation of wave behavior and the analysis of sound pressure. The results enabled a comparison between the analytical and numerical solutions, showing good agreement between the methods and reduced errors in certain cases. It is concluded that the FDM is an efficient tool for solving the wave equation, contributing to studies on noise propagation and its potential impacts.

Keywords: Noise. Wave Equation. Finite Difference Method.

RESUMEN

El crecimiento de la matriz energética brasileña, compuesta por diferentes fuentes renovables, demuestra el compromiso de Brasil con las soluciones sostenibles. En este contexto, la energía eólica se destaca por su potencial de expansión; sin embargo, el ruido generado por las palas de los aerogeneradores en contacto con el viento surge como una de las consecuencias de este modo de generación de energía, pudiendo causar impactos en la población que reside en las proximidades de los parques eólicos. Para que la contaminación acústica no genere perjuicios a la población, es necesario que existan legislaciones más estrictas en cuanto a la ubicación de instalación de los aerogeneradores. Ante esto, el presente trabajo tiene como objetivo analizar la propagación del ruido producido por aerogeneradores, comprendiendo su intensidad. Para ello, se realizó el estudio de la propagación sonora mediante la ecuación de la onda, empleando el Método de las Diferencias Finitas (MDF) para la obtención de soluciones numéricas. La modelización computacional fue implementada en Python, permitiendo la simulación del comportamiento de la onda y el análisis de la presión sonora. Los resultados obtenidos posibilitaron la comparación entre la solución analítica y la solución numérica, evidenciando buena concordancia entre los métodos y errores reducidos en determinados casos. Se concluye que el MDF constituye una herramienta eficiente para la resolución de la ecuación de la onda, contribuyendo a los estudios sobre la propagación del ruido y sus posibles impactos.

Palabras clave: Ruido. Ecuación de la Onda. Método de las Diferencias Finitas.

1 INTRODUÇÃO

A atual situação da crise ambiental global é alarmante. Encontros recentes entre diferentes nações buscaram definir e acelerar medidas globais para o planeta, buscando soluções diante da crescente exploração de recursos naturais, consumismo exagerado e poluição global. De frente a um contexto que clama por soluções sustentáveis, surge a necessidade de implementar técnicas que envolvam novas formas de exploração, controladas e com impacto ambiental mínimo.

Ao analisar as principais metas que envolvem a implementação dos 17 Objetivos de desenvolvimento sustentável, formulados pela ONU em 2015, a geração de energia limpa surge como uma importante ferramenta de implementação com baixa exploração ambiental. A transição energética se destaca pois engloba todas as 169 metas que visam ser implementadas para que os 17 objetivos sejam alcançados.

O Brasil tem se destacado na geração de energia limpa. Os dados mostram avanços consideráveis na matriz energética brasileira, sobretudo na implementação de aerogeradores. O crescimento exponencial da energia eólica se destaca pelo fato de não haver emissão de gases poluentes, gerar baixo impacto ambiental e pela existência de ventos propícios para a geração em boa parte de algumas regiões do país.

Apesar da simplicidade de implementação de uma turbina eólica, o problema do ruído tem se tornado uma dor de cabeça constante que, literalmente, assola pessoas próximas aos locais de instalação das turbinas. Há muitos relatos de moradores que convivem com os barulhos das turbinas e se queixam de problemas de saúde, resultando em uma pesquisa que descobriu a síndrome da turbina eólica, doença causada pelo ruído dos aerogeradores.

O estudo do ruído implica diretamente na necessidade de analisar as características e impactos da onda sonora, de modo a compreender melhor o fenômeno e sua potencialidade. A modelagem matemática torna possível mudar a dimensão do problema físico para um problema matemático, provendo um entendimento mais aprofundado sobre a temática em questão.

A equação da onda, utilizada para modelar o ruído que se propaga pelo ar, torna viável a análise do problema matemático. Através da aplicação dos métodos numéricos, em especial o método das diferenças finitas, utilizado para calcular a pressão sonora em dados momentos, é possível considerar um estudo adequado do fenômeno, servindo de base para geração de legislações mais consistentes acerca da localização e distância de uma turbina, viabilizando maior qualidade de vida à população e permitindo o desenvolvimento da geração de energia limpa.

A modelagem do ruído sonoro proposto nessa pesquisa propõe uma análise matemática utilizando métodos numéricos computacionais que sejam capazes de calcular a pressão sonora e

analisar os erros encontrados, demonstrando a importância do método para obtenção de resultados matemáticos quando estes não podem ser encontrados na forma analítica.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 EXPLORAÇÃO AMBIENTAL E TRANSIÇÃO ENERGÉTICA

A análise histórica de sociedades pré-industriais ou pré-capitalistas permite concluir que a exploração de recursos naturais ocorria de maneira menos exacerbada, comparada aos dias de hoje, uma vez que a produção em massa era incomum. Para Santos (2017, p. 2) a economia capitalista baseada no acúmulo de riquezas e extração de recursos naturais de forma predatória, moldou e transformou a relação homem-natureza, rompendo com a harmonia que outrora existia nesta relação.

Com o crescimento da produção em massa, o aumento exponencial do consumo de matéria prima começou a tornar inviável a regeneração do meio ambiente em certos locais de exploração, houve também a poluição química, contribuindo para agravamento da destruição do meio ambiente, gerando grande preocupação com degradação a ambiental é crescente e latente devido a ameaça à existência humana.

Segundo Santos (2009), nos últimos 60 anos, os recursos naturais renováveis e não renováveis foram explorados com uma intensidade e extensão incomparáveis com os de qualquer outro período da história, em consequência a isso, os ecossistemas estão sendo perturbados, alterados ou destruídos em um ritmo jamais atingido para satisfazer a grande demanda da população mundial, pautada não somente na sociedade, mas com forte foco no consumismo.

Antes de meados da década de 80, no Brasil, os problemas ambientais eram nacionais, regionais ou locais; eram discretos e se relacionavam à contaminação dos rios, ao desmatamento, à poluição ambiental urbana, à depredação de espécies animais e vegetais, aos efeitos de produtos químicos sobre a saúde, etc. A partir de meados dos anos 80, a mudança climática tornou-se o denominador comum de toda a problemática ambiental, e o aquecimento global, o réu principal (Sarewitz e Pielke 2001).

Ao longo dos anos, encontros internacionais buscaram frear os danos ambientais e recuperar as áreas já afetadas. Esses eventos tiveram grande impacto ao inserir os problemas ambientais na agenda política mundial. Suas pautas alertavam para questões como a industrialização acelerada, o crescimento populacional descontrolado, a crescente insuficiência na produção de alimentos, o esgotamento dos recursos naturais não renováveis e a degradação irreversível do meio ambiente.

A palavra sustentabilidade, presente no cotidiano social da maioria da sociedade, surge na década de 1970, diante de um cenário que anseia por desenvolvimento econômico, mas com respeito

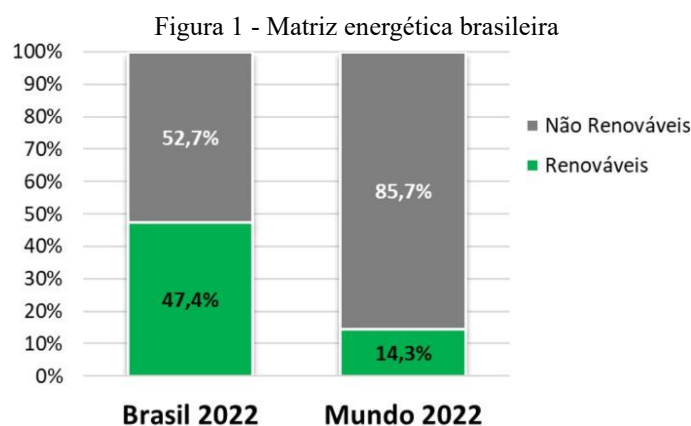
ao meio ambiente. De acordo com Romeiro (2012, p. 68), o conceito de desenvolvimento sustentável surgiu com o nome de ecodesenvolvimento nos anos 1970, procurando ultrapassar os constrangimentos surgidos de visões opostas. Por um lado, os desenvolvimentistas e por outro os defensores do crescimento zero.

Com o passar do tempo a busca por sustentabilidade ganha novos adeptos e a preocupação faz com que a sociedade comece a observar as mudanças climáticas e lutar pela preservação ambiental com leis mais rígidas e campanhas de conscientização ambiental, que visam promover conservação ambiental, consumo consciente, evitar poluição e desastres, zelar pela responsabilidade socioambiental empresarial, entre várias outras ações.

Dentro do campo da sustentabilidade, a produção e o consumo de energia elétrica têm gerado preocupação, afinal, as fontes não renováveis de energia são as maiores responsáveis pela emissão de gases de efeito estufa. Dentre as energias renováveis mais conhecidas e com maior potencial de expansão estão a energia solar e a energia eólica.

Com o objetivo de minimizar as consequências da exploração de fontes não renováveis de energia, surge a campanha pela transição energética. Transição energética é passar, no que for possível, do uso de combustíveis de fontes fósseis — como petróleo e carvão — para alternativas que emitem menos gases de efeito estufa. As fontes de energia mais utilizadas no mundo ainda não são sustentáveis, mas o Brasil tem se destacado em relação ao mundo devido a aderência a fontes renováveis de energia.

Através de pesquisas divulgadas pelo Empresa de Pesquisa Energética (EPE), observa-se que a busca por fontes de energia em 2022 já era bem mais explorada no Brasil do que no restante do mundo, ressaltando o compromisso brasileiro em busca de fontes de energias inesgotáveis e de baixo impacto.



Fonte: EPE – Empresa Brasileira de energia elétrica, 2022.

O país é referência mundial em relação à geração de energia limpa. Segundo dados da empresa de pesquisa energética (EPE), enquanto a geração mundial de energia limpa em 2021 alcançou 28,1 %, a produção de energia limpa através de fontes renováveis no Brasil alcançou 84,8%. Recentemente o Balanço Energético Nacional (BEM) emitiu um relatório demonstrando que em 2023 a participação brasileira de renováveis na matriz elétrica ficou em 89,2% e vem demonstrando grande potencial de expansão ao longo dos últimos anos.

Dentro do amplo cenário das fontes de energia limpa, a energia eólica se destaca entre uma das mais promissoras. É possível observar que ela ocupa o segundo lugar na geração de energia limpa no Brasil, mas o percentual atual tende a crescer graças à abundância e regularidade dos ventos em algumas regiões. Assim, os ventos se consolidam como aliados estratégicos na transição energética brasileira rumo a uma matriz mais sustentável.

É impossível ignorar a potencialidade da geração de energia através dos ventos. Em 2010, a participação da energia eólica na matriz energética brasileira era de apenas 1,3 %. Estimativas feitas pelo Ipea, tendo por base o Plano Decenal de Energia (PDE) 2019 e o Plano Nacional de Energia 2030, apontaram que a estrutura da matriz chegaria em 2030 com cerca de 2,1% de geração através das eólicas, no entanto, a realidade superou a expectativa e atualmente compõe 14,8% da matriz.

2.2 O RUÍDO COMO QUESTÃO DE SAÚDE PÚBLICA

Apesar de superar as expectativas, o crescimento da energia eólica ainda é considerado baixo, tendo em vista a falta de políticas de incentivo ao longo dos anos. O potencial já foi demonstrado, nota-se claramente que novos parques estão sendo instalados e a porcentagem de composição da matriz tende a crescer, no entanto, são necessários regulamentações, pesquisas e incentivos que possam agregar à temática, proporcionando um entendimento maior acerca dos desafios, benefícios e consequências da implementação das turbinas eólicas.

O potencial eólico é crescente e de excelência, mas é necessário reconhecer que a construção dos parques eólicos também traz malefícios, como os ruídos das turbinas eólicas, por exemplo. Segundo Ilda (1995), o ruído é uma mistura complexa de diversas vibrações, medido em uma escala logarítmica em uma unidade chamada decibel (dB). O ruído gerado por aerogeradores tem sido um dos impactos ambientais mais estudados da tecnologia (EWEA, 2009).

Por possuir diversos componentes mecânicos, é natural que a estrutura dos aerogeradores gere algum tipo de ruído. As formas de ruídos mais comumente encontrados nas estruturas de geradores eólicos são os ruídos mecânicos e os ruídos aerodinâmicos, na qual os ruídos mecânicos são oriundos do funcionamento das partes mecânicas, como engrenagens e rotores; e os ruídos aerodinâmicos são

provenientes do funcionamento das pás em contato com o ar (ROGERS, MANWELL, WRIGHT, 2006).

O impacto sonoro, relatado em relação as turbinas eólicas, reside no fato de que, apesar de não ser tão alto, o zumbido produzido é constante. Segundo Barros (2000), a capacidade de causar danos à audição não depende somente do seu nível, mas depende também do tempo de exposição. Segundo Zannin (2013), o ruído pode ser compreendido como uma mistura de vibrações, medidas em uma escala logarítmica, e o mesmo pode produzir danos ao aparelho auditivo quando emitido acima do limiar da percepção dolorosa. O impacto sonoro, a ser analisado, causado pelos aerogeradores é decorrente do som do vento que bate nas pás, produzindo um ruído constante 43dB(A) .

A Organização Mundial da Saúde (OMS) define o limite de 65 dB como tolerável ao ouvido humano. O ruído dos aerogeradores, especificamente, caracteriza-se por ser um zumbido constante, mesmo que não seja excessivamente alto, o que gera o incômodo. Um ruído constante de 43 dB(A) já é suficiente para causar perturbação.

A exposição contínua ao ruído pode levar a uma série de problemas de saúde, que vão muito além da perda auditiva. Estudos registraram que pessoas expostas ao ruído de parques eólicos relatam distúrbios do sono, náuseas, dores de cabeça, zumbidos, tonturas, taquicardia, irritabilidade e problemas de concentração e memória. Segundo o Ministério do Trabalho do Brasil, as manifestações incluem alteração da qualidade do sono, modificação da frequência cardíaca, sudorese, reações musculares, problemas gastrointestinais, lesões nos rins e fígado, aumento na produção de hormônios como a adrenalina, queda da resistência a doenças e disfunções no sistema reprodutor.

Recentemente, pesquisas realizadas pela Fundação Oswaldo Cruz e pela Universidade de Pernambuco identificaram a existência de uma doença vibroacústica específica, a Síndrome da Turbina Eólica, causada pela exposição prolongada aos ruídos e infrassons (sons de baixa frequência) dos aerogeradores.

A legislação atual diz que as habitações mais próximas deverão estar, no mínimo a 200 m de distância (TOLMAS- QUIM, 2003), no entanto, em alguns casos de turbinas já instaladas, não houve o cuidado com a distância, o que tornou-se uma perturbação para os moradores locais que buscam fugir da doença ocasionada pelos ruídos.

No Brasil, aplica-se a norma ABNT NBR 10151, que estabelece limites de pressão sonora para áreas rurais de 40 dB(A) (diurno) e 35 dB(A) (noturno). A Resolução CONAMA nº 462 de 2014 exige distância mínima de 400 metros entre um aerogerador e residências. Contudo, estudos demonstram que, mesmo respeitando essa distância, a maioria das residências pode estar exposta a valores superiores aos recomendados pela NBR 10151. Internacionalmente, o Reino Unido recomenda

distâncias de até 1.500 metros para torres de 50 a 100 metros de altura. Nota-se avanços na legislação brasileira, mas ainda é preciso analisar melhor os impactos para que seja possível promover desenvolvimento sem grandes impactos sociais.

2.3 FUNDAMENTOS DA MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL PARA ANÁLISE DO RUÍDO

Nachbin e Tabak (1997) afirmam que a base da modelagem matemática e computacional é transformar problemas descritos em linguagem comum em linguagem matemática, e depois fazer o caminho de volta. Para isso, ao resolver um problema de matemática aplicada é preciso analisar algo como um "tradutor simultâneo". Esse processo envolve escolher e formular hipóteses ligadas à física, química ou biologia que sejam importantes para o problema. De acordo com a definição apresentada por Bassanezi (2014, p.24), entende-se que:

Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências (...) consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas em linguagem usual.

A transição do modelo físico, através das suposições sobre a natureza do problema, para o modelo matemático, o objeto matemático que o representa, é proposto através de uma análise investigativa e interpretativa. A escolha da melhor formulação matemática depende fortemente do contexto do problema (Nachbin e Tabak, 1997).

Um modelo matemático é uma representação da realidade através de equações e expressões matemáticas. Muitos preceitos que regem o comportamento do mundo físico são modelos matemáticos que envolvem a taxa de variação segundo a qual as coisas acontecem. Expressas em linguagem matemática, as relações são equações e as taxas são derivadas. Equações funcionais contendo derivadas são chamadas equações diferenciais. De modo geral, toda equação que contém as derivadas ou diferenciais de uma ou mais variáveis dependentes, em relação a uma ou mais variáveis independentes, chama-se equação diferencial.

As equações diferenciais são fortemente importantes devido à potencialidade de modelar problemas nas mais diversas áreas do conhecimento, seja ela na economia, na previsão do tempo, na condução de calor em sólidos, na propagação de ondas ou na indústria (BOYCE; DIPRIMA, 2017; KREYSZIG, 2013). Porém, dependendo da aplicação, o seu resultado pode se tornar muito complexo, o que dificulta ou até mesmo impossibilita sua solução exata por meio de métodos analíticos.

A necessidade de se resolver problemas cujas modelagens resistiam às técnicas analíticas impulsionou o estudo e aplicação de técnicas numéricas avançadas que buscassem substituir a solução analítica por aproximações extremamente eficientes (BOYCE; DIPRIMA, 2017). Atualmente, sabe-se que a solução de uma equação diferencial pode ser de diferentes tipos, incluindo modelos analíticos, com solução exata; modelos numéricos, com solução aproximada; e modelos qualitativos, com análise do comportamento geométrico das soluções e os aspectos das curvas integrais descritos por meio de campos de direções (BOYCE; DIPRIMA, 2017; KREYSZIG, 2013).

Os fundamentos dessas abordagens remontam ao desenvolvimento histórico do Cálculo Diferencial no século XVII, especialmente aos trabalhos de Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz, cujas contribuições estabeleceram as bases teóricas para a formulação e resolução das equações diferenciais (ROCHA, 2002; BOYCE; DIPRIMA, 2017; KREYSZIG, 2013). A formulação matemática das leis da mecânica por Newton, particularmente a segunda lei do movimento, constitui um dos exemplos clássicos de modelagem por meio de equações diferenciais (ROCHA, 2002; BOYCE; DIPRIMA, 2017).

O desenvolvimento de métodos para classificação e resolução de equações diferenciais de primeira ordem, bem como técnicas como separação de variáveis, redução de equações homogêneas e resolução de equações lineares, foi posteriormente ampliado por estudiosos como Leibniz e os membros da família Bernoulli (ALITOLEF, 2011; SIMÕES, 2014; ALBRECHT et al., 2014). Tais contribuições históricas consolidaram as bases metodológicas que, atualmente, sustentam tanto os métodos analíticos quanto os numéricos empregados na resolução de equações diferenciais (BOYCE; DIPRIMA, 2017; KREYSZIG, 2013).

Com o objetivo de solucionar equações diferenciais que envolvam problemas reais, surgem os métodos numéricos, definidos por Cherri et al. (p. 2) como um conjunto de regras escritas sob a forma de uma sequência de operações elementares (soma, adição, multiplicação e divisão) que levam a uma solução do problema. A esse conjunto de regras denomina-se algoritmo. Os métodos e técnicas computacionais são cada vez mais explorados na resolução de problemas reais, principalmente quando as soluções manuais são inviáveis ou muito custosas em relação ao tempo de execução.

O avanço da tecnologia computacional, aliado à crescente demanda por soluções de problemas considerados complexos, impulsionou o desenvolvimento dos métodos numéricos. A principal característica desses métodos é transformar um problema contínuo, que envolve um número infinito de variáveis, em um problema discreto, com número limitado de variáveis, permitindo assim a sua resolução por meio de recursos computacionais.

Apesar de sua importância histórica, as soluções analíticas são limitadas a problemas ideais. Quando as condições iniciais ou de contorno são complexas, torna-se inviável obter expressões fechadas para a solução. Para contornar essas limitações, surgiram os métodos numéricos que fornecem soluções aproximadas. Técnicas como diferenças finitas e elementos finitos passaram a ser fundamentais no estudo aplicado de equações diferenciais parciais.

O ponto inicial para o surgimento dos métodos numéricos foi o Método de Euler, que utiliza a reta tangente para aproximações iniciais. Para elevar a precisão, o Euler Melhorado introduziu o uso da média de inclinações. Avanços levaram à família Runge-Kutta, que utiliza avaliações ponderadas sem derivadas de alta ordem. Dentre estes, o RK4 destaca-se pela alta eficiência e quarta ordem de convergência numérica. Métodos de passos múltiplos como Adams-Bashforth otimizaram o esforço computacional via dados anteriores.

É perceptível através da análise da evolução dos métodos numéricos que os avanços no campo de estudo das equações diferenciais permitiram técnicas que se aproximavam cada vez mais da solução exata, permitindo a solução aproximada de forma satisfatória e com erros ínfimos. Nas últimas décadas, o crescimento do poder de processamento dos computadores revolucionou a modelagem matemática. Problemas que antes exigiam meses de cálculos manuais hoje podem ser resolvidos em questão de minutos.

2.4 EQUAÇÃO DA ONDA E O MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS

A equação da onda em uma única direção é uma equação diferencial parcial de segunda ordem. Sua classificação baseia-se no sinal do discriminante, sendo do tipo hiperbólica por ser maior que zero. Essa equação é amplamente utilizada para representar perturbações de pressão e oscilações acústicas. Modelar a onda permite prever o comportamento físico ao resolver o sistema diferencial correspondente. Ela descreve precisamente a dinâmica temporal e espacial do som que se propaga pelo ar.

Modelar uma onda sonora com o objetivo de analisá-la é uma tarefa simples, já que ao resolver a equação diferencial, ou um sistema de equações diferenciais, que caracteriza o processo de propagação da onda, torna-se possível prever o seu comportamento. Sendo assim, a modelagem de um sistema de propagação de onda em um conjunto de equações diferenciais fornecerá uma descrição aproximada e simplificada do processo real (THOMAS, 2013). A formulação que expressa a equação geral da onda, descrevendo a propagação da onda acústica em todas as direções, considerando que o meio possua uma densidade constante ou com poucas variações, é possível obter a equação:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \nabla^2 p = S(x, y, t).$$

Na expressão em questão, c é a velocidade de propagação do meio, p é o campo de pressão, t é o tempo, ∇ é o gradiente e $s(x, y, t)$ representa a fonte do ruído. De acordo com Saliba (2011), matematicamente o nível de pressão sonora é o que determina a intensidade do som e representa a relação do logaritmo entre a variação da pressão (P) provocada pela vibração e a pressão que atinge o limiar da audibilidade.

Através da modelagem matemática e computacional é possível analisar melhor o ruído e compreender características essenciais com o objetivo de prover melhor entendimento, tornando possível uma melhor análise em relação as leis e/ou minimizar o impacto sonoro.

Ao considerar o comportamento de ondas em apenas um meio de propagação, é possível utilizar o método de diferenças finitas para discretizar esta equação já que a equação da onda em uma única direção é caracterizada como uma equação diferencial parcial linear de segunda ordem, e sua solução geral é composta pelo conjunto de funções $y(x, t)$ que satisfazem a igualdade na equação. A resolução da equação da onda pelo método das diferenças finitas consistirá em quatro etapas fundamentais. A primeira etapa é a construção da malha, a segunda na construção do problema discreto, a terceira na resolução do problema discreto e a quarta na visualização e interpretação dos resultados.

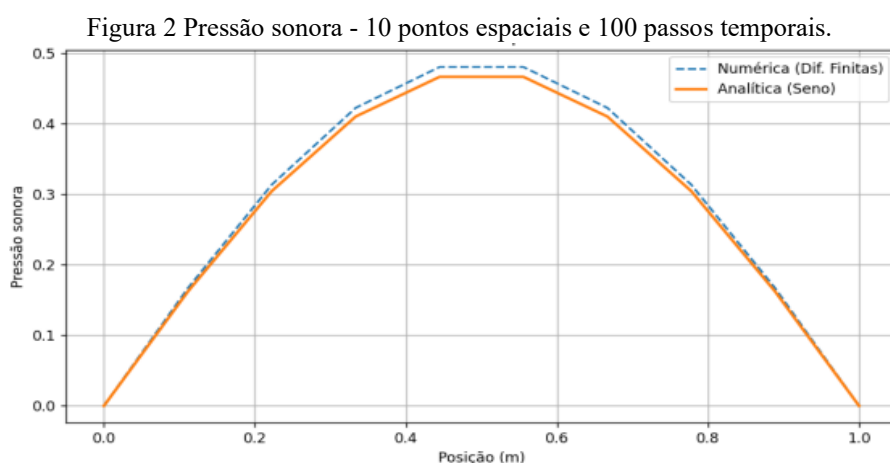
O método das diferenças finitas (MDF) é um método numérico que transforma problemas de equações diferenciais em equações algébricas e permite resolver a equação da onda. Ele visa discretizar o domínio e substituir as derivadas por aproximações numéricas da função. Sua base matemática reside no Teorema de Taylor para aproximar valores em pontos vizinhos. No processo, o domínio contínuo é dividido em uma malha de pontos discretos igualmente espaçados. Essa técnica permite obter soluções para problemas reais que não possuem solução analítica viável.

A estabilidade garante que pequenas perturbações não causem grandes desvios na solução aproximada. Para sistemas hiperbólicos, a estabilidade explícita é regida pelo Critério de Courant-Friedrichs-Lewy. O critério CFL impõe que o número de Courant seja inferior à unidade em todo o domínio. A não satisfação desta condição transforma o esquema numérico em instável, gerando divergência.

Inicialmente, visando a obtenção de um código computacional, é preciso analisar e estabelecer parâmetros iniciais. O primeiro passo é criar a malha, onde considerando parâmetros físicos e numéricos. A malha é criada através da escolha de um inteiro positivo N , que dividi o intervalo $[a, b]$

em $N+1$ subintervalos. A construção do problema discreto envolve a montagem do sistema matricial linear de ordem $N \times N$, resultante da aproximação discretizada da equação diferencial. A resolução do problema acontece através do esforço computacional para encontrar as aproximações, por último, é possível visualizar o gráfico, encontrar os resultados e analisar a tabela de erros.

A validação do modelo ocorre comparando a solução numérica com a analítica, o que é essencial para verificar a convergência e a precisão do Método das Diferenças Finitas. Essa análise quantifica a eficácia da aproximação e atesta a estabilidade do algoritmo aplicado à Equação da Onda. As tabelas e gráficos gerados em Python a seguir comprovam a baixa margem de erro e a confiabilidade dos resultados para o estudo da pressão sonora.



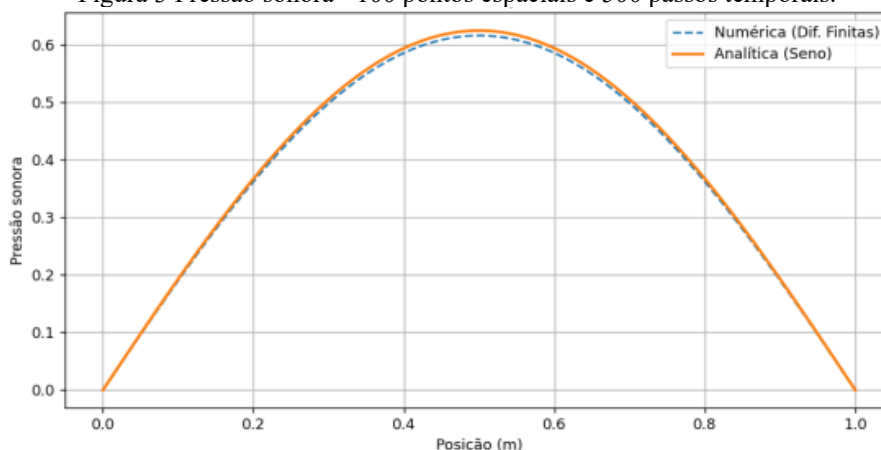
Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

Tabela 1 Tabela de erros - 10 pontos especiais e 100 passos temporais

i	x	Numérica	Analítica	Erro
0	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
1	0.11111	0.16678	0.16193	0.00485
2	0.22222	0.31346	0.30434	0.00911
3	0.33333	0.42232	0.41003	0.01228
4	0.44444	0.48025	0.46628	0.01397
5	0.55555	0.48025	0.46628	0.01397
6	0.66666	0.42232	0.41003	0.01228
7	0.77777	0.31346	0.30434	0.00911
8	0.88888	0.16678	0.16193	0.00485
9	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000

Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

Figura 3 Pressão sonora - 100 pontos espaciais e 500 passos temporais.



Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

Figura 4 - Tabela de erros - 100 pontos espaciais e 500 passos temporais

i	x	Numérica	Analítica	Erro
0	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
1	0.01010	0.01956	0.01983	0.00027
2	0.02020	0.03910	0.03965	0.00054
3	0.03030	0.05861	0.05943	0.00081
4	0.04040	0.07806	0.07915	0.00108
5	0.05050	0.09742	0.09878	0.00135
6	0.06060	0.11669	0.11832	0.00162
7	0.07070	0.13585	0.13774	0.00189
8	0.08080	0.15486	0.15702	0.00216
9	0.09090	0.17372	0.17615	0.00242

Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

Percebe-se que, ao aplicar o método, é possível verificar que quanto maior a quantidade de passos e pontos no espaço e no tempo, mais as soluções se aproximam e o erro gerado é bem pequeno, porém há maior esforço computacional. Os dados tabulados abaixo reforçam que, mesmo sendo uma aproximação, as soluções se aproximam significativamente e o erro gerado é consistente e pequeno, o que atesta a precisão e a eficácia do Método das Diferenças Finitas para a resolução da equação da onda neste estudo. Essa baixa margem de erro é fundamental para a validade do modelo na análise da pressão sonora e para a base de futuras regulamentações sobre a instalação de turbinas eólicas.

3 METODOLOGIA

A proposta inicial era analisar a equação da onda presente no ruído, representá-la e propor uma solução através do método das diferenças finitas. Para obter os resultados esperados, esta pesquisa bibliográfica foi realizada com base em artigos e estudos sólidos e desenvolvimento de um algoritmo

em python que permitiu tirar conclusões e apresentar uma análise mais detalhada do caso, gerando imagens e gráficos para a equação da onda em 1D, contribuindo para futuras pesquisas em prol da legislação referente à instalação de turbinas eólicas.

Esta pesquisa foi embasada por artigos e leis relacionados à evolução da energia eólica ao longo dos anos. Buscou-se primeiramente fundamentar a parte teórica acerca das fontes renováveis, mostrando a evolução histórica e a importância de novas fontes de geração de energia elétrica baseada em energia limpa. Posteriormente a revisão bibliográfica se aprofundou em demonstrar como o ruído se manifesta na sociedade, gerando as doenças vibroacústicas, por exemplo, seguido de um forte aprofundando na modelagem matemática do problema e na linguagem computacional, através do estudo detalhado da equação da onda e de sua resolução analítica e numérica.

A investigação buscou analisar o ruído produzido por aerogeradores. A revisão de literatura permitiu uma análise da perspectiva histórica que demonstra a importância do estudo e sua contribuição para o momento atual, destacando a relevância de pesquisas como a que descobriu a síndrome da turbina eólica, fundamentando a relevância do tema.

A pesquisa relacionada com a modelagem matemática foi realizada com foco em palavras chaves como: "Equação da onda", "Ruídos" e "Métodos numéricos". A contextualização da temática envolveu palavras chaves como: "sustentabilidade", "energia eólica" e "consequências dos ruídos". Ainda há pouca literatura relacionado à modelagem matemática de ruídos gerados por aerogeradores, mas a reflexão se faz cada vez mais necessária diante da crescente expansão da geração de energia eólica e sua regulamentação.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A verificação e comparação do erro no método das diferenças finitas são importantes, pois, a análise de erro na perspectiva da estabilidade não apenas verifica a precisão final, mas confirma que a relação entre o tamanho dos passos e a quantidade de pontos no espaço e no tempo foi corretamente estabelecida, o que impede que o processo de discretização transforme pequenos erros locais em uma solução globalmente inválida.

A definição de condições adequadas, especialmente a estabilidade, é fundamental para que a solução numérica da equação da onda permaneça limitada, previsível e não amplifique pequenas perturbações ou erros de arredondamento. Isso garante que a solução se comporte de forma razoável ao longo do tempo, resultando em uma representação confiável e significativa do fenômeno físico estudado. Essas descobertas reforçam a importância de uma relação bem estabelecida entre o tempo e

o espaço para a precisão do código, garantindo que a solução numérica permanecesse limitada, previsível e fisicamente coerente.

É notório que a estabilidade, em particular, é uma propriedade fundamental que assegura que a solução aproximada permaneça limitada e previsível. Ela impede que erros locais, sejam eles provenientes do truncamento inerente à discretização ou dos erros de arredondamento resultantes da aritmética de precisão finita do computador, sejam amplificados de forma ilimitada ao longo dos passos de cálculo, o que causaria a divergência da solução ou o aparecimento de oscilações.

Conforme estabelece o Teorema de Equivalência de Lax, para um problema bem-posto, a convergência do esquema é equivalente à sua consistência e estabilidade. Portanto, a análise de estabilidade é o teste prático da robustez do algoritmo.

Para EDPs que descrevem fenômenos de transporte ou propagação de ondas, classificadas como hiperbólicas, a estabilidade de esquemas numéricos explícitos é regida pelo Critério de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL). Este critério, uma condição necessária para a convergência de esquemas explícitos, estabelece uma restrição física e matemática na relação entre o passo temporal e o passo espacial.

O critério CFL reside na relação entre o passo temporal, o espaçamento espacial e a velocidade de propagação do fenômeno físico. O critério CFL impõe que o domínio de dependência numérico deve incluir o domínio de dependência físico. Isso se traduz na exigência de que o Número de Courant em cada volume da malha seja inferior à unidade em todo o domínio. A não satisfação da Condição CFL transforma o esquema em instável, impossibilitando a garantia da estabilidade, e se esta condição for violada, a solução numérica irá divergir.

A baixa margem de erro observada nas tabelas apresentadas, resultado do refinamento da malha, atesta não apenas a precisão, mas também a estabilidade e convergência bem-sucedidas do Método das Diferenças Finitas aplicado. A observância implícita do critério CFL na escolha dos passos temporais e espaciais é o fator determinante que permitiu manter a solução numérica fiel ao comportamento físico da Equação da Onda.

A comparação entre a solução analítica e a solução numérica no contexto da Equação da Onda (que modela a propagação do ruído) serve como o pilar de validação do Método das Diferenças Finitas (MDF), expondo claramente as forças e fraquezas de cada abordagem no domínio da modelagem matemática e computacional. Conclui-se que o fenômeno físico pode ser analisado matematicamente, alinhando-se a pesquisas recentes sobre doenças vibroacústicas e demonstrando que a análise numérica, quando estável e convergente, se torna uma potente ferramenta para antecipar situações críticas de dispersão da onda acústica em torno das instalações das turbinas.

O uso de métodos numéricos é recomendável sobretudo diante da limitação mais crítica da solução analítica, dada a sua inviabilidade para a vasta maioria dos problemas de interesse prático, restringindo-se geralmente a geometrias simples, condições de contorno ideais e domínios de baixa dimensão, tornando-se, para casos complexos da física, muito custosa ou até impossível de ser determinada. Em contraste, a solução numérica, obtida por meio da discretização da EDP em um sistema algébrico, no caso do MDF, é sempre uma aproximação. Sua maior vantagem é a versatilidade e a capacidade de fornecer resultados satisfatórios, soluções aproximadas, para problemas que resistem à solução analítica, lidando com condições complexas e geometrias de alta dimensão.

Apesar da sua potencialidade, a solução numérica possui limitações inerentes relacionadas à presença de erros, principalmente o erro de truncamento, decorrente da substituição das derivadas contínuas por quocientes de diferenças finitas, frequentemente baseada no truncamento da Série de Taylor, e o erro de arredondamento, que resulta da aritmética de precisão finita do computador.

A compreensão dos erros é essencial para análise geral do problema. A validade da solução numérica depende diretamente da estabilidade do método; se o método for instável, os pequenos erros inerentes podem ser amplificados, resultando em oscilações espúrias ou divergência, invalidando o resultado.

A comparação direta entre os valores da solução numérica e os da solução analítica, apresentada nas tabelas de erro, é o meio de quantificar a precisão da aproximação e de atestar a convergência e a estabilidade do MDF aplicado à Equação da Onda, comprovando que o método cumpre o Teorema de Equivalência de Lax ao produzir uma aproximação fiel e controlada do fenômeno físico.

As normas brasileiras de ruído sonoro devem ser mais críticas e a modelagem matemática e computacional pode ser usada para viabilizar estudos que demonstrem o alcance dos ruídos. A comparação com recomendações internacionais mais conservadoras, que indicam distâncias próximas de 1.500 metros, reforça a necessidade de revisão técnica dos parâmetros regulatórios à luz de análises matemáticas mais refinadas.

Para estudos futuros, embora o MDF 1D tenha validado a precisão do ruído com margens de erro bem baixas, a extensão para domínios 2D e 3D é importante para modelar a propagação acústica em todas as direções e reafirmar o alcance sonoro, tornando-se ainda mais vital para que haja revisões normativas.

5 CONCLUSÃO

O objetivo da modelagem matemática desse estudo foi avaliar a aplicação do Método das Diferenças Finitas na modelagem da propagação acústica descrita pela Equação da Onda, verificando sua precisão, estabilidade e confiabilidade numérica. Os resultados demonstraram que o método apresentou elevada concordância com a solução analítica, com erros reduzidos ao longo do domínio espacial, confirmando a consistência do esquema adotado.

O Método das Diferenças Finitas constitui uma abordagem numérica robusta para a análise da propagação sonora, especialmente em situações nas quais soluções analíticas se tornam limitadas ou inviáveis. Como contribuição ao campo, o estudo reforça a importância da análise de erro e estabilidade como critérios centrais de validação computacional em problemas governados por equações diferenciais parciais.

Do ponto de vista prático, os resultados oferecem suporte quantitativo para estudos sobre dispersão acústica em aerogeradores, podendo subsidiar avaliações técnicas mais fundamentadas. Em termos teóricos, reafirma-se que consistência, estabilidade e convergência são pilares indispensáveis para a confiabilidade de modelos numéricos aplicados a fenômenos físicos reais.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Ivan Miranda. *Método de diferenças finitas para a equação da onda acústica em meios heterogêneos*. 2021.

ARAÚJO, A. A.; MARTINS, J. F.; SILVA, R. *Poluição sonora: um estudo de caso do Parque Eólico*. Disponível em: <https://abeeolica.org.br/wp-content/uploads/2018/04/Boletim-Anual-de-Geracao-2017.pdf>. Acesso em: 08 jul. 2024.

ARCENO, B. F. *Trabalho acadêmico*. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/h1>. Acesso em: 10 abr. 2025.

CORREIA, R. V. *Impacto ambiental da geração eólica de energia*. Dissertação de Mestrado – Universidade do Porto, Porto, 2011.

CEPEL. *Atlas do Potencial Eólico Brasileiro*. Disponível em: <https://cresesb.cepel.br/publicacoes/download>. Acesso em: 08 jul. 2024.

COTOMACIO, André Carrara. *Caracterização de poluição sonora e perturbação do sossego em uma fonte tonal: o caso da sirene da lanchonete*. Revista Brasileira de Criminalística, v. 11, n. 1, p. 7-14, 2022.

EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA. *Balanço Energético Nacional: Síntese 2024*. 2024. Disponível em: https://www.epe.gov.br/sites-pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao-819/topico-715/BEN_S%C3%ADntese_2024.pdf. Acesso em: 08 jul. 2024.

EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA. *Relatório Final do Plano Decenal de Expansão de Energia 2024*. 2024. Disponível em: <https://www.epe.gov.br/sites-pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao-45/topico-79/Relatório%20Final%20do%20PDE%202024.pdf>. Acesso em: 08 jul. 2024.

EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA. *Dados de entrada para modelos. Nota Técnica EPE DEE-011-2021-R3*. Disponível em: <https://www.epe.gov.br/sites-pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao-836/NT%20EPE-DEE-011-2021-R3Dados%20de%20entrada%20para%20modelos.pdf>. Acesso em: 08 jul. 2024.

EVEN3. *Processos de Diferenças Finitas*. Disponível em: <https://static.even3.com/processos/58fa79f7986>. Acesso em: 08 jul. 2024.

FAUSTINO, Manuel; AMADOR, Filomena. *O conceito de "sustentabilidade": migração e mudanças de significados no âmbito educativo*. Indagatio Didactica, v. 8, n. 1, jul. 2016.

FOLADORI, Guillermo; TAKS, Javier. *Um olhar antropológico sobre a questão ambiental*. Mana, v. 10, p. 323-348, 2004.

LIU, Andy; DE SOUZA, Beatriz; FERRARETTO, Tânia Rita Gritti. *Impactos negativos para a saúde humana ocasionados pelo ruído dos geradores eólicos*. In: IX JORNACITEC – Jornada Científica e Tecnológica, 2020.

MONTESANO, B. E. M. *Dissertação de Mestrado*. Disponível em: <https://cresesb.cepel.br/pub>. Acesso em: 08 jul. 2024.

NAÇÕES UNIDAS. *Transformando Nosso Mundo: A Agenda 2030 para o Desenvolvimento Sustentável*. 2020. Disponível em: <https://brasil.un.org/sites/default/files/2020-09/agenda2030-pt-br.pdf>. Acesso em: 08 jul. 2024.

OLIVEIRA, D. R. *Especificação Semântica de LaND - Uma Linguagem para o Método das Diferenças Finitas*. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Alagoas, 2012.

PORTO, Dayvenne Lorraine Batista. *Uma simulação numérica da equação da onda unidimensional pelo método das diferenças finitas: formulação explícita*. 2020.

PEREIRA, R. R. S. *Método das Diferenças Finitas: Aplicações e Casos de Estudo*. Anais da ERAD-NE 2013, IFBA, 2013.

PIRES, R. L. *Impactos de ruídos na geração de energia eólica*. Trabalho Científico, 2010.

ROMA, Júlio César. *Os objetivos de desenvolvimento do milênio e sua transição para os objetivos de desenvolvimento sustentável*. Ciência e Cultura, v. 71, n. 1, p. 33-39, 2019.

SANTANA, R. R. S. *Método das Diferenças Finitas: Aplicações e Casos de Estudo*. Anais da ERAD-NE 2013, IFBA, 2013.

SCHMIT, R. *TCC II – Rubem Schmit*. Disponível em: <https://repositorio.unipampa.edu.br/js%20RUBEM%20SCHMIT.pdf>. Acesso em: 08 jul. 2024.

SOUSA, Franceilton Damião Marques de. *Licenciatura em Física: Trabalho de Conclusão de Curso*. 2021. Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2021. Disponível em: <https://dspace.sti.ufcg.edu.br/bitstream/riufcg/20691/1/DAMI%C3%83O%20FRANCEILTON%20MARQUES%20DE%20SOUSA%20-%20TCC%20LICENCIATURA%20EM%20F%C3%8DSICA%20CES%202021.pdf>. Acesso em: 02 dez. 2025.

SILVA, Adilson Costa da; HELAYËL NETO, José Abdalla. *Rediscutindo soluções numéricas de equações de onda*. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 41, p. e20190064, 2019.

WAGNER, W. *Cálculo Numérico - Método das Diferenças Finitas*. Universidade Federal do Paraná, 2014.