

UMA EVOLUÇÃO PARA A AIDS COM OS MODELOS EPIDEMIOLÓGICOS BÁSICOS

AN EVOLUTION TOWARDS AIDS WITH BASIC EPIDEMIOLOGICAL MODELS

UNA EVOLUCIÓN DEL SIDA CON LOS MODELOS EPIDEMIOLÓGICOS BÁSICOS

 <https://doi.org/10.56238/arev7n12-351>

Data de submissão: 01/12/2025

Data de publicação: 31/12/2025

Silvana Martins Ferreira

Mestra em Modelagem Matemática e Computacional

Instituição: Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ)

E-mail: silvanaufrj@hotmail.com

RESUMO

O vírus HIV prejudica o sistema imunológico, propiciando o surgimento de doenças oportunistas. Esse sistema tem como missão defender o nosso corpo contra diferentes agentes. No caso da Aids, algumas das células de defesa do paciente são atacadas e destruídas. As terapias antirretrovirais atenuam este processo, permitindo com que tenham uma vida saudável. Diversos pesquisadores estão envolvidos na busca por um tratamento e controle mais eficaz, e alguns matemáticos têm desenvolvido modelos epidemiológicos. A modelagem matemática tem progredido na construção de modelos cada vez mais complexos, que atendam às especificidades de cada doença. Para compreendermos este processo é interessante partirmos de modelos mais simples. Iniciaremos com o modelo SI, construído para a cidade de Manaus, capital do Amazonas, entre 2009 e 2014. Para isso, realizamos um levantamento bibliográfico, sobre os modelos básicos SI, SIS, SIR, SEIR, SECIAR e apresentamos uma proposta de inclusão de uma vacina para suscetíveis. Com isso, nos tornamos capazes de fazer algumas previsões sobre as porcentagens de infectados, suscetíveis, recuperados, vacinados e outros, a partir dos gráficos construídos no Octave. Podemos perceber que quando incluímos uma possibilidade de recuperação, os infectados cresciam, porém atingiam um valor máximo e começavam a decrescer até desaparecerem após determinado período. Já com a vacinação, conseguimos diminuir a porcentagem máxima atingida pelos infectados.

Palavras-chave: Modelagens HIV. Evolução Temporal da Aids. Modelagens de Evolução para Aids.

ABSTRACT

The HIV virus harms the immune system, facilitating the onset of opportunistic diseases. This system's mission is to defend our body against different agents. In the case of AIDS, some of the patient's defense cells are attacked and destroyed. Antiretroviral therapies mitigate this process, allowing people to lead a healthy life. Numerous researchers are involved in the search for more effective treatment and control, and some mathematicians have developed epidemiological models. Mathematical modeling has advanced in building increasingly complex models that address the specific characteristics of each disease. To understand this process, it is useful to start with simpler models. We will begin with the SI model, developed for the city of Manaus, the capital of Amazonas, between 2009 and 2014. For this, we conducted a literature review on the basic models SI, SIS, SIR, SEIR, SECIAR and present a proposal to include a vaccine for susceptibles. With this, we became able to make some predictions about the percentages of infected, susceptible, recovered, vaccinated,

and others, based on the graphs built in Octave. We can see that when we include a possibility of recovery, the number of infected people grows, but reaches a maximum and then starts to decrease until they disappear after a certain period. With vaccination, on the other hand, we can reduce the maximum percentage reached by the infected.

Keywords: HIV Modeling. Temporal Evolution of AIDS. Evolutionary Modeling for AIDS.

RESUMEN

El virus VIH perjudica el sistema inmunológico, propiciando la aparición de enfermedades oportunistas. Este sistema tiene como misión defender nuestro cuerpo contra diferentes agentes. En el caso del SIDA, algunas de las células de defensa del paciente son atacadas y destruidas. Las terapias antirretrovirales atenúan este proceso, permitiendo que las personas tengan una vida saludable. Varios investigadores están implicados en la búsqueda de un tratamiento y control más eficaz, y algunos matemáticos han desarrollado modelos epidemiológicos. La modelización matemática ha progresado en la construcción de modelos cada vez más complejos, que respondan a las especificidades de cada enfermedad. Para comprender este proceso es interesante partir de modelos más simples. Comenzaremos con el modelo SI, construido para la ciudad de Manaos, capital del Amazonas, entre 2009 y 2014. Para ello, realizamos una revisión bibliográfica sobre los modelos básicos SI, SIS, SIR, SEIR, SECIAR y presentamos una propuesta de inclusión de una vacuna para susceptibles. Con esto, nos volvemos capaces de hacer algunas predicciones sobre los porcentajes de infectados, susceptibles, recuperados, vacunados y otros, a partir de los gráficos construidos en Octave. Podemos percibir que cuando incluimos una posibilidad de recuperación, los infectados aumentaban, pero alcanzaban un valor máximo y empezaban a decrecer hasta desaparecer después de un determinado período. En cambio, con la vacunación, logramos disminuir el porcentaje máximo alcanzado por los infectados.

Palabras clave: Modelos de VIH. Evolución Temporal del SIDA. Modelos de Evolución del SIDA.

1 INTRODUÇÃO

A aids é o agravamento da infecção pelo HIV, marcado por grande comprometimento do sistema imunológico do paciente, propiciando o surgimento de doenças oportunistas causadas por vírus, bactérias, protozoários, fungos e neoplasias. Devido aos avanços nas terapias antirretrovirais, pacientes que vivem com o HIV podem se manter saudáveis por muitos anos. (Campany et al., 2021, p. 375). Segundo a ONU (2018 apud Lopes; Prata, 2019, p. 70), no Brasil, o Amazonas aparece em terceiro lugar no ranking dos estados brasileiros com um dos maiores casos confirmados de HIV. E Manaus ocupa a quarta posição na lista das capitais brasileiras com os maiores números de infectados pelo vírus. Segundo o Ministério da Saúde (2019 apud Lopes; Prata, 2019, p. 69), os vírus HIV atacam as células fundamentais para a imunidade do corpo humano. De acordo com o Boletim Epidemiológico HIV/AIDS 2013 vivem no Brasil, hoje, cerca de 720 mil pessoas infectadas pelo vírus HIV (vírus da imunodeficiência humana), sendo que apenas 436 mil mantém vínculo a algum serviço de saúde.

A Aids é representada por um modelo denominado SI, onde só existem indivíduos suscetíveis e infectados, portanto há apenas dois compartimentos S e I. A evolução temporal deste modelo, irá nos mostrar que depois de um período, todos os suscetíveis, ou seja, todos os indivíduos que mantém algum tipo de relação íntima com os infectados, se tornam contaminados. Considere como relações íntimas, as relações sexuais desprotegidas, a utilização de seringas contaminadas, transfusão de sangue, instrumentos invasivos não esterilizados, de mãe para filho durante a gravidez e amamentação (Lopes; Prata, 2019). Em contrapartida, se os suscetíveis S se tornassem infectados I e após um período se recuperassem e passassem a ser saudáveis, voltando ao grupo de suscetíveis S, teríamos uma primeira evolução para este modelo da Aids.

Quando há a possibilidade de recuperação, temos o modelo denominado SIS. Segundo (Luiz, 2012), no modelo SIS, os indivíduos infectados ao se recuperarem, não adquirem imunidade e retornam à classe de suscetíveis.

A dinâmica entre os compartimentos dos indivíduos envolvidos no processo de evolução é estudada pelos matemáticos, com isso, são capazes de prever como se dará o desenvolvimento da doença ao longo do tempo e quais impactos devem esperar devido ao crescimento de infectados. Além de ser perceptível através dos gráficos, os casos de retrocesso, provocando uma redução em casos de infecção. É possível imaginar também qual categoria precisa passar por uma intervenção em determinado período.

A modelagem matemática em Epidemiologia, de acordo com Quadros (2013), é desenvolvida através do estudo de equações que descrevem a interação entre a população de uma região e o ambiente

em que ela vive, resultando numa análise detalhada a respeito da doença. A importância desse estudo se dá ao fato de que quanto mais se conhece a respeito da doença e o modo como ela se propaga, mais eficazes serão os métodos para impedir sua transmissão, e até mesmo o estudo de ações preventivas, como por exemplo, campanhas de vacinação. O que estamos propondo são modelos iniciais mais simplificados, avançando para modelos mais complexos, resultante da possibilidade futura de recuperação e inserção de uma vacina.

As medidas de controle tal como a vacinação, é uma maneira para controlar a transmissão de doenças? Ao diminuir o número de suscetíveis, imunizando-os, teremos por consequência a diminuição da incidência da doença? (Vieira, 2016). Acreditamos que sim, pois quando analisamos as evoluções temporais dos modelos com vacinação, reduzimos a possibilidade de suscetíveis se contaminarem, com isso, evitamos o crescimento dos infectados.

Para iniciarmos a nossa proposta de evolução, apresentamos a formulação dos modelos mais simples, avançando progressivamente para modelos mais complexos, até alcançarmos os modelos SIR, SEIR ou SECIAR. O que estamos propondo neste artigo, é a introdução de uma vacina para a Aids, ou então, uma outra forma de tratamento, que faça o paciente se recuperar, além dos medicamentos antirretrovirais que atenuam os efeitos da doença, porém não permitem que o paciente adquira imunidade, ou ao menos que retorne à situação inicial de suscetibilidade à doença.

2 EVOLUÇÃO DOS MODELOS

Iniciamos nossa evolução, partindo da situação-problema da Aids em Manaus entre os anos de 2009 e 2014. Faremos uma análise sobre a provável situação inicial da Aids neste estado. Para isso, as quantidades iniciais de suscetíveis e infectados necessárias para este estudo, foram obtidas pela média aritmética simples no grupo dos suscetíveis e em seguida, no grupo dos infectados. Foram registrados 3.998 infectados e 11.234.399 suscetíveis. Dividindo o somatório de cada grupo por seis, já que estes dados se referem a estes grupos num período de seis anos, temos os resultados das médias: $I_0 = 666,3$ e $S_0 = 1.872.399,8$. A população N é igual a 1873066,1, a fração $I_0/N = 0,00036$ e a fração $S_0/N = 0,99964$. O que significa que aproximadamente, 0,036% da população estava infectada, enquanto 99,964% estavam suscetíveis, no início da epidemia.

A taxa de contágio β representa uma porcentagem proporcional a esses encontros entre suscetíveis e infectados. De acordo com Lopes e Prata (2019), havia inicialmente, 0,036% da população de Manaus infectada, enquanto 99,964% estavam suscetíveis, além disso, a taxa de contágio obtida foi de 0,1454.

2.1 MODELO SI PARA O MODELO SIS

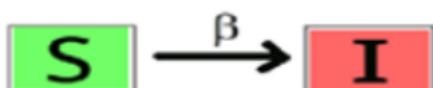
De acordo com Teles (2020), os modelos epidemiológicos, representados por compartimentos S, I são ferramentas matemáticas poderosas para a dinâmica de sistemas complexos e suas interações. Esses sistemas têm importantes aplicações em diferentes áreas científicas e são fundamentais para a tomada de decisões na área da saúde pública e da pesquisa biomédica.

Além disso, todos os sistemas podem ser transformados em sistemas de equações de diferenças, que envolvem apenas as operações básicas de Matemática. As iterações foram calculadas no Octave.

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\beta \cdot S \cdot I \\ \frac{dI}{dt} = \beta \cdot S \cdot I \end{cases} \quad (1)$$

Podemos descrever as equações do sistema diferencial (Equação (1)) do modelo SI, a partir dos dois compartimentos S e I (Figura 1). Esse é o sistema mais simplificado em nossa evolução. Segundo Quadros (2013, p. 24), “neste modelo não há recuperado e todos na população ou são suscetíveis para a doença ou infectados. Um indivíduo infeccioso, uma vez infectado, nunca se recupera da doença”.

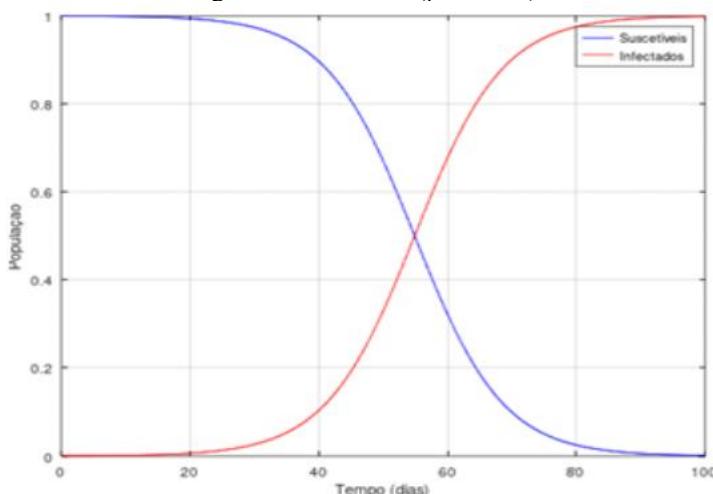
Figura 1. Diagrama do modelo SI



Fonte: Autora

Após 80 dias, ou seja, depois da octingentésima iteração, já que utilizamos um intervalo de tempo de 0,1, a população de suscetíveis diminui progressivamente, até passar a inexistir. Com isso, a população de Manaus, com algum tipo de contato com infectados, torna-se infectada, passando a causar infecções em outros indivíduos suscetíveis, como podemos observar na (Figura 2).

Figura 2. Gráfico SI ($\beta=0,1454$)



Fonte: Autora

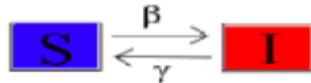
Agora, imagine se no caso da Aids houvesse uma possibilidade de recuperação γ para os indivíduos infectados, e estes voltassem a ser suscetíveis. Isso, por enquanto, não é verdade, trata-se apenas de uma suposição. Teríamos, neste caso, uma representação do modelo SIS ao invés do SI. Chamaremos essa nova doença imaginada, por Aids Idealizada, que pode representar modelos diferentes do modelo SI. Perceba que deverá aparecer um termo referente à taxa de recuperação, isso fará com que indivíduos sejam transferidos do compartimento I para o compartimento S.

No modelo SIS, precisamos ressaltar que após um período, os indivíduos infectados se recuperam e tornam-se saudáveis, voltando ao grupo de suscetíveis, o que não acontece no modelo SI. Teríamos, neste caso, uma representação do modelo SIS ao invés do SI, cujo sistema está representado na (Equação (2)).

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\beta \cdot S \cdot I + \gamma \cdot I \\ \frac{dI}{dt} = \beta \cdot S \cdot I - \gamma \cdot I. \end{cases} \quad (2)$$

Segundo Luiz (2012, p.31), “os indivíduos infectados, ao se recuperarem, não adquirem imunidade e retornam à classe de suscetíveis”. Portanto, quando há a possibilidade de recuperação, mas sem imunidade, temos o modelo denominado SIS (Figura 3).

Figura 3. Diagrama do modelo SIS

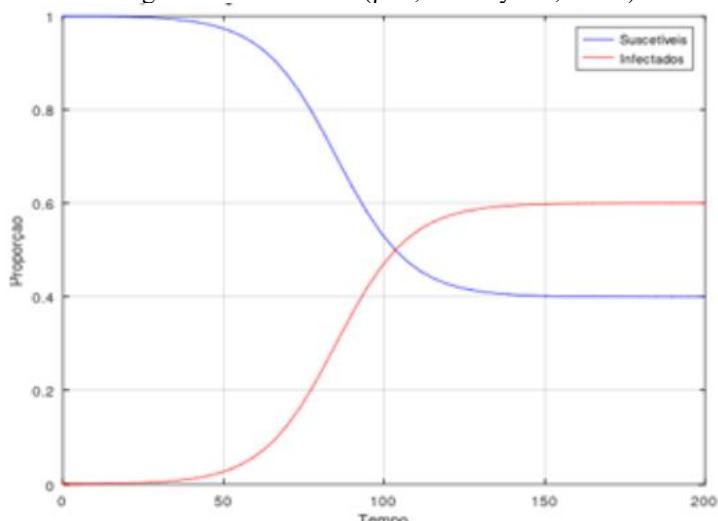


Fonte: Autora

A taxa de reprodutibilidade R_0 representa um valor médio de casos gerados por um único infectado em uma população suscetível. Para simularmos uma situação grave consideramos $R_0 = 2,5$, o que significará que haverá um crescimento da doença, já que $R_0 > 1$. Com isso, como R_0 se origina da razão entre a taxa de contágio e a taxa de recuperação, teremos que se $\beta = 0,1454$, então a taxa de recuperação será $\gamma = 0,05816$.

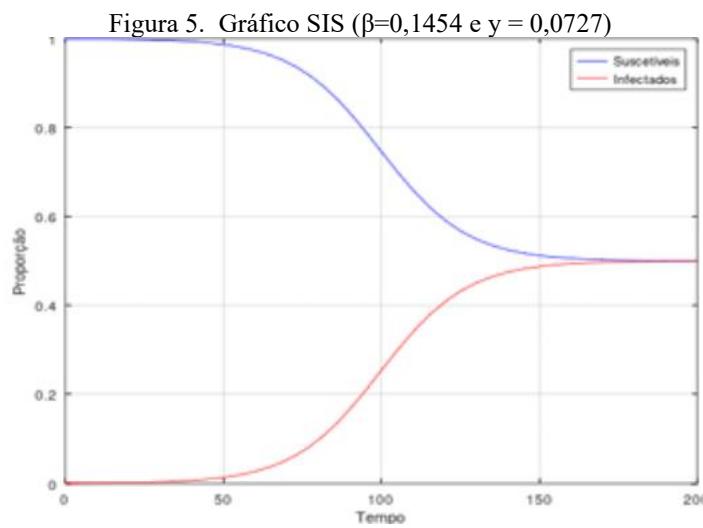
Após o centésimo dia, ou seja, após a milésima iteração, os infectados passam a assumir valores superiores aos de suscetíveis. Essa mudança de modelo do SI para o SIS, como pode ser observado na (Figura 4), significaria no caso da taxa de recuperação escolhida, uma estabilização da quantidade de infectados para 60% da população, onde os 40% restantes estariam suscetíveis após 150 dias, ao invés da população inteira, tornar-se contaminada em 80 dias, como no modelo SI. Há um decrescimento dos suscetíveis e um crescimento dos infectados, até a situação ser estabilizada.

Figura 4. Gráfico SIS ($\beta=0,1454$ e $\gamma = 0,05816$)



Fonte: Autora

Quanto menor for o R_0 , essa porcentagem de estabilidade, tende a diminuir. Por exemplo, se a taxa de recuperação γ sofrer um aumento e passar a ser igual a 0,0727, o coeficiente R_0 , torna-se igual a 2, com isso, as curvas dos infectados e suscetíveis atingem uma porcentagem estabilizante em torno de 50%, como observado na (Figura 5). O que significa que, quanto maior for a taxa de recuperação γ , menor será a porcentagem de infectados que se manterá constante em futuras iterações.



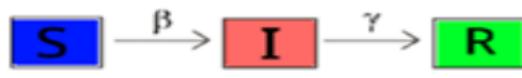
Fonte: Autora

2.2 EVOLUÇÃO DO MODELO SIR PARA SEIR E SECIAR

E se começássemos a imaginar que existe uma recuperação, através de um tratamento, onde o recuperado, não volte mais a ser suscetível? Teríamos então o modelo SIR, para uma Aids Idealizada. No modelo SIR, a população é formada por pessoas suscetíveis que contraem a doença infecciosa, tornando-se infectados, porém adquirem imunidade após um período, não restando nenhum indivíduo infectado. Com isso, passam a pertencer ao grupo dos recuperados. Este modelo é diferente dos modelos estudados anteriormente, pois existe a possibilidade de recuperação, ocorrendo a imunização. O mesmo acontece com os modelos SEIR e SECIAR.

Podemos representar o modelo SIR por meio do diagrama compartmental na (Figura 6), em que $\beta > 0$, representa a taxa de contato e $\gamma > 0$ a taxa de remoção. Vamos utilizar as mesmas taxas $\beta = 0,1454$ e $\gamma = 0,05816$ do SIS.

Figura 6. Diagrama do modelo SIR

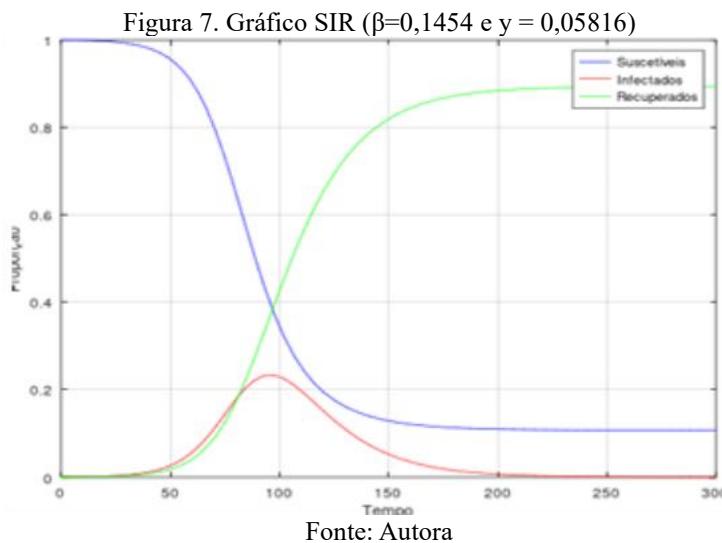


Fonte: Autora

No modelo SIR, de acordo com Luiz (2012), a população é formada por pessoas suscetíveis que contraem a doença infecciosa, tornando-se infectados, e após um período, adquirem imunidade, mas não são considerados períodos latentes nem isolamentos. Perceba que ainda não estamos tratando de nenhuma forma de vacinação. O sistema de equações diferenciais não lineares (Equação (3)), representa este modelo. Nas iterações iniciais, temos um crescimento dos infectados, o que provoca um aumento dos recuperados e uma diminuição dos suscetíveis.

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\beta \cdot S \cdot I \\ \frac{dI}{dt} = \beta \cdot S \cdot I - \gamma \cdot I \\ \frac{dR}{dt} = \gamma \cdot I. \end{cases} \quad (3)$$

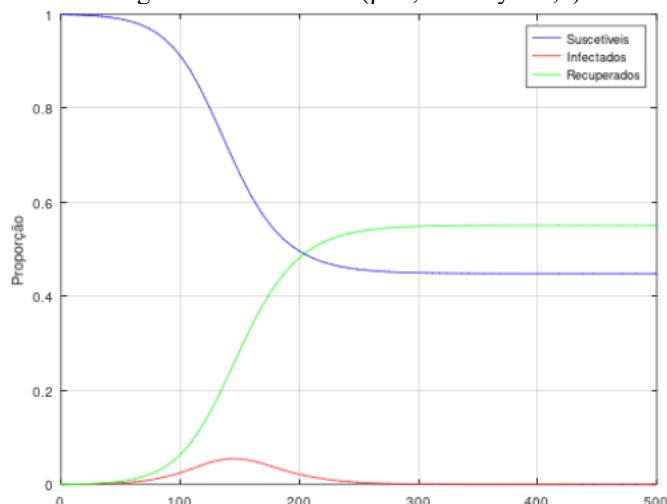
A porcentagem de infectados, atinge um pouco mais de 20%, em seu valor máximo. Verificamos que na iteração de número 959, ou seja, em 96 dias, temos a máxima parcela de infectados encontrada. Após 200 dias, a população de infectados desaparece, pois irão integrar o grupo dos recuperados. Esse grupo dos removidos cresce até atingir, aproximadamente, 89% da população. Já uma parcela de 11%, aproximadamente, mantém-se suscetível após 150 dias. Veja a (Figura 7).



Perceba que começamos num modelo SI, onde toda a população, tornava-se infectada, migramos para um modelo SIS, em que a porcentagem de infectados, apesar de poder indicar uma situação grave, estabilizava-se, em uma porcentagem inferior a 100%, depois de alguns dias, e agora, no modelo SIR, a parcela máxima de infectados, consegue ser inferior com relação ao modelo SIS, e após alguns dias, a população infectada é extinta.

O que acontece se tomarmos $\gamma = 0,1$? Se aumentarmos a taxa de recuperação, como pode ser observado na (Figura 8), conseguiremos uma porcentagem ainda menor de infectados, em torno de 6%. Já os recuperados estabilizam-se em torno de 55% e os suscetíveis por volta de 45%. Com isso, prosseguimos em nossa evolução.

Figura 8. Gráfico SIR ($\beta=0,1454$ e $\gamma=0,1$)

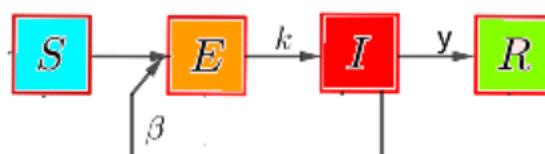


Fonte: Autora

Considere o diagrama compartimental do modelo do tipo SEIR (Suscetível-Exposto-Infectado-Recuperado) apresentado na (Figura 9). Neste modelo, consideramos a suposição de que uma parcela de indivíduos foi exposta ao vírus HIV, integrando a categoria E. Os expostos são indivíduos que contraíram a doença, mas ainda não são transmissores. O indivíduo suscetível não se torna imediatamente um ser contaminado e transmissor da doença, pois antes de se transformar em um ser infectante, ele é integrado à categoria dos expostos. Quando uma parcela dos expostos se torna infectante, passa a transmitir a doença ao entrar em contato com os suscetíveis.

Com este modelo poderíamos pensar em algum tratamento que permitisse que o indivíduo contaminado da classe E, não fosse capaz de se tornar um agente infeccioso ou que se diminuísse a taxa k de infecção. Além disso, ainda existiria uma possibilidade de recuperação γ para os indivíduos infectados. Perceba que estamos tratando de suposições, já que a realidade é diferente, sendo representada apenas pelo modelo SI. O sistema (Equação (4)) representa o modelo SEIR.

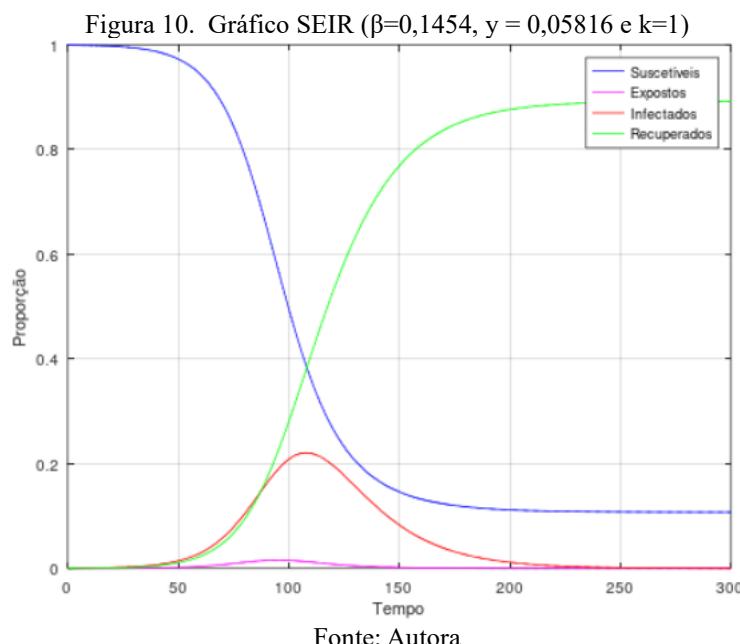
Figura 9. Diagrama do modelo SEIR



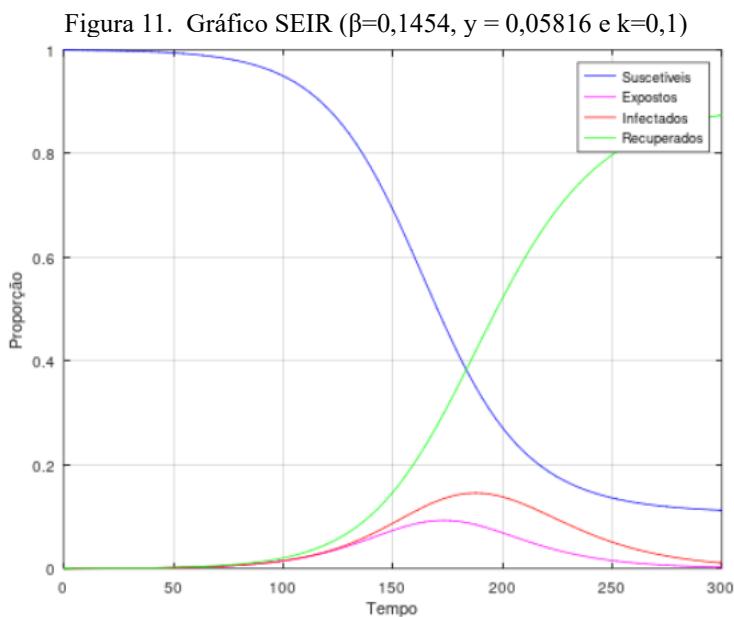
Fonte: Autora

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS(t)}{dt} = -\beta \cdot S \cdot I \\ \frac{dE(t)}{dt} = \beta \cdot S \cdot I - k \cdot E \\ \frac{dI(t)}{dt} = k \cdot E - \gamma \cdot I \\ \frac{dR(t)}{dt} = \gamma \cdot I. \end{array} \right. \quad (4)$$

Tomemos como condições iniciais $S_0 = 0,99964$, $I_0 = 0,00035$ e $E_0 = 0,00001$. As taxas $\beta=0,1454$, $\gamma=0,05816$ e $k=1$. O que significa que teremos 100% de expostos tornando-se infectados. O gráfico na (Figura 10) é semelhante ao gráfico da (Figura 7) do modelo SIR, onde temos uma porcentagem máxima de infectados um pouco acima de 20% e nenhum indivíduo exposto.



Ao diminuirmos a taxa k , considerando a taxa de infecção $k = 0,1$, ou seja 10% de expostos serão infectados. Com isso, conseguimos diminuir a porcentagem máxima de infectados e aumentar a porcentagem máxima de expostos. Isso pode ser observado na (Figura 11).

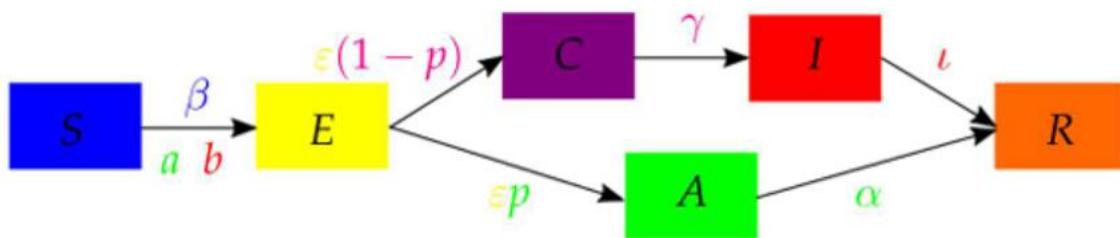


Fonte: Autora

Podemos concluir que aumentos na taxa k provocam acréscimos de infectados e aumentos na taxa de recuperação y provocam reduções no grupo de infectados. Portanto, neste modelo SEIR, é interessante intervir para diminuir os indivíduos expostos que se tornam infectados, além de propor um aumento na taxa de recuperação.

O modelo SECIAR é uma extensão do modelo SIR, onde se acrescentam três novos compartimentos (Patrão; Reis, 2020). Os suscetíveis ao se infectarem, são transferidos para o compartimento E dos expostos, o que significa que já possuem o vírus no organismo, mas ainda não são capazes de infectar outras pessoas e nem apresentaram sintomas da doença. Quando uma proporção p dos indivíduos do compartimento E dos expostos é incluído no grupo A dos assintomáticos, significa que a pessoa durante um determinado período não apresentou nenhum sintoma e consegue se recuperar, partindo para a categoria R. Enquanto uma proporção complementar $(1 - p)$ entra no compartimento C após saírem do grupo dos expostos pois começaram a apresentar sintomas. Ao se tornarem infectantes passam a integrar a categoria de infectados. Havendo a possibilidade de se recuperarem, migram para o grupo dos recuperados. O diagrama deste modelo está apresentado na (Figura 12).

Figura 12. Diagrama do modelo SECIAR



Fonte: (PATRÃO E REIS, 2020)

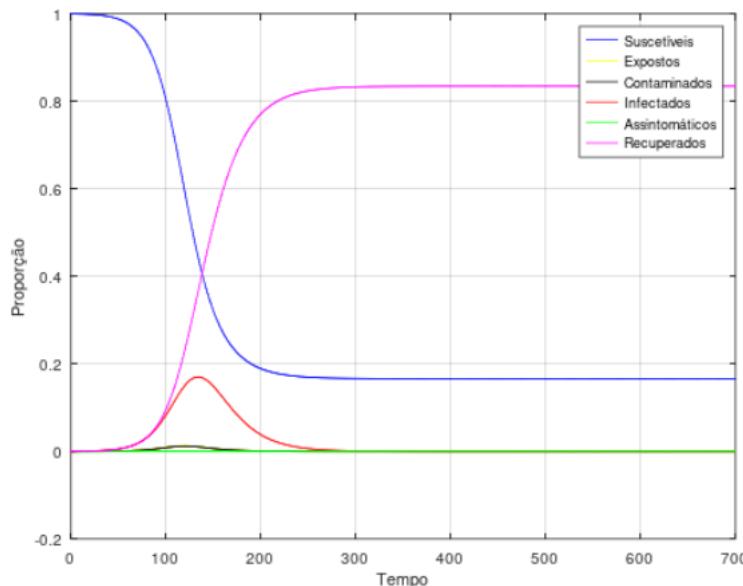
$$\left\{
 \begin{aligned}
 \frac{dS(t)}{dt} &= -\beta \cdot S \cdot C - \beta \cdot S \cdot b \cdot I - \beta \cdot S \cdot a \cdot A \\
 \frac{dE(t)}{dt} &= \beta \cdot S \cdot C + \beta \cdot S \cdot b \cdot I + \beta \cdot S \cdot a \cdot A - \epsilon \cdot E \\
 \frac{dC(t)}{dt} &= (1-p) \cdot \epsilon \cdot E - \gamma \cdot C \\
 \frac{dI(t)}{dt} &= \gamma \cdot C - \iota \cdot I \\
 \frac{dA(t)}{dt} &= p \cdot \epsilon \cdot E - \alpha \cdot A \\
 \frac{dR(t)}{dt} &= \iota \cdot I + \alpha \cdot A
 \end{aligned}
 \right. \quad (5)$$

Considere $S_0 = 0,99964$, $E_0 = 0,00036$, $C_0 = I_0 = A_0 = R_0 = 0$. Observe que mantivemos os valores iniciais representativos da Aids em Manaus, só que supomos que existisse naquele momento, um tipo de tratamento para uma parcela de expostos ao vírus não desenvolverem a doença. Além disso, tomamos a taxa de contaminação $\beta = 0,1454$, a taxa de infecção $\gamma = 0,95$, a taxa de suscetíveis assintomáticos $a = 0,6$, a taxa de suscetíveis infectantes $b = 0,8$, a taxa de expostos que saem da categoria igual a 0,9, a taxa de expostos assintomáticos $p = 1 \cdot 10^{-12}$ e as taxas de recuperação $\alpha = i = 0,05816$.

Observando o gráfico na (Figura 13), podemos perceber que os infectados atingem no máximo 17%. Além disso, os suscetíveis se estabilizam em 17%, recuperados em 84%, e não existem indivíduos expostos ou assintomáticos. O objetivo é aumentar a taxa p para diminuir $(1-p)$, além de diminuir a taxa γ relativa à possibilidade de o indivíduo contaminado tornar-se infectado, diminuir a taxa de expostos que deixam este grupo e aumentar a taxa de recuperação para os infectados. No nosso caso, não faremos nenhuma alteração na taxa i de recuperação. O sistema deste modelo SECIAR pode

ser observado na (Equação (5)).

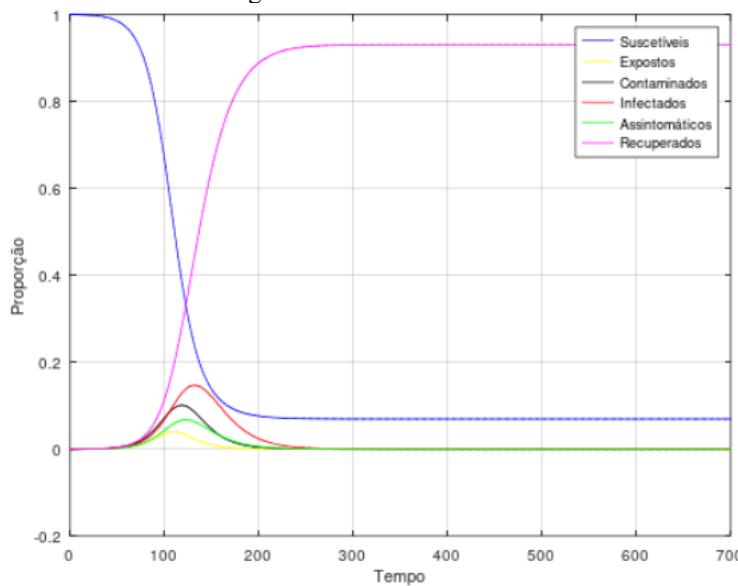
Figura 13. Gráfico SECIAR



Fonte: Autora

Para tentarmos melhorar a situação, diminuindo a porcentagem de infectados, faremos como exemplo, algumas alterações nas taxas: $p = 0,3$, $y = 0,1$ e a taxa dos expostos que deixam o grupo igual a 0,4. Obtemos o gráfico da (Figura 14). Conseguimos passar a porcentagem máxima de infectados para 15%. Os recuperados estabilizaram em 93% e os suscetíveis em 8%. Um máximo de 10% de contaminados, 7% de assintomáticos e 4% de expostos.

Figura 14. Gráfico SECIAR

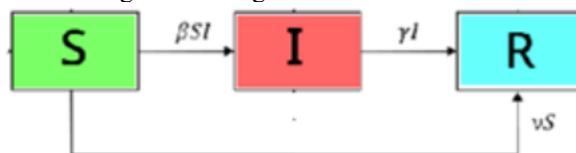


Fonte: Autora

2.3 EVOLUÇÃO DO MODELO SIRV PARA SEIRV

Retornando à realidade em que só existem suscetíveis e infectados, vamos supor que já foi criada uma vacina eficaz que seja capaz de imunizar as pessoas, além disso, existe a possibilidade de recuperação na categoria R para os infectados (modelo SIRV). Observe o diagrama na (Figura 15) e o sistema representativo deste modelo na (Equação (6)). Utilizaremos os mesmos valores para a taxa de contaminação 0,1454 e para a taxa de recuperação 0,05816. Neste caso, os indivíduos recuperados e vacinados estão armazenados na categoria R, porém nada impede que seja criada uma categoria V somente para os vacinados.

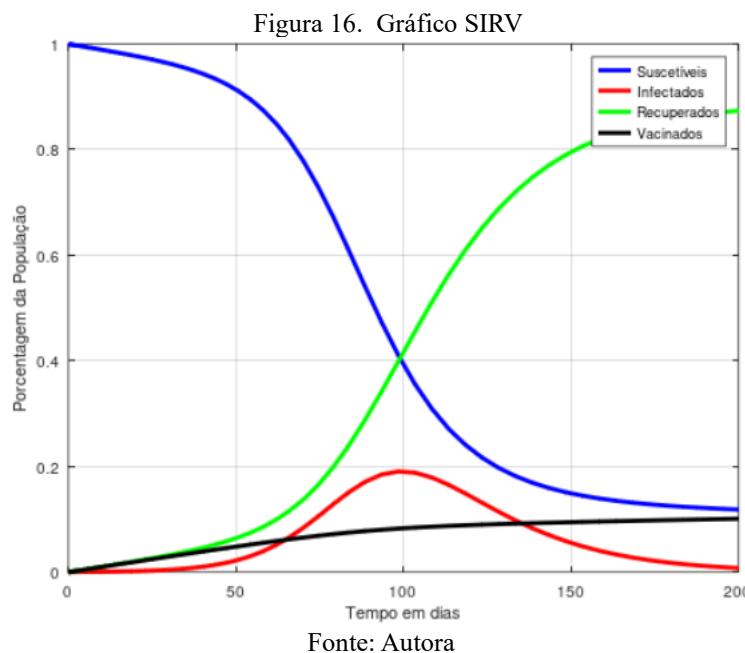
Figura 15. Diagrama do modelo SIRV



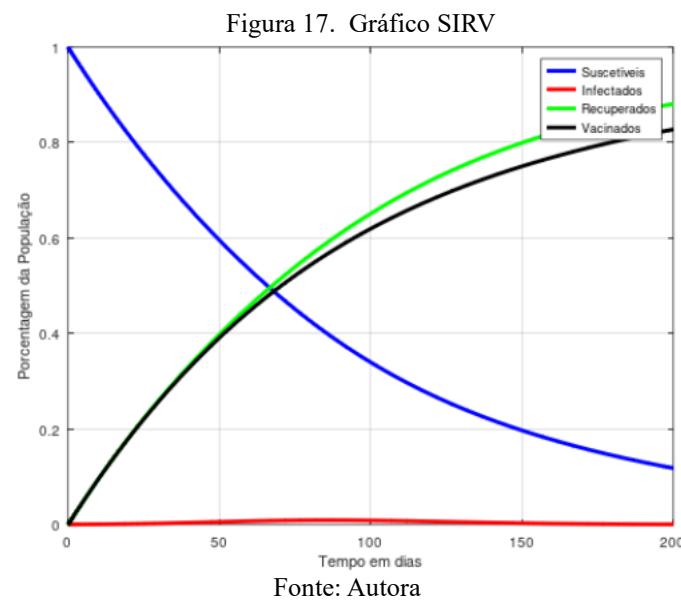
Fonte: Autora

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS(t)}{dt} = -\beta \cdot S \cdot I - \nu \cdot S \\ \frac{dI(t)}{dt} = \beta \cdot S \cdot I - \gamma \cdot I \\ \frac{dR(t)}{dt} = \gamma \cdot I + \nu \cdot S \\ \frac{dV(t)}{dt} = \nu \cdot S. \end{array} \right. \quad (6)$$

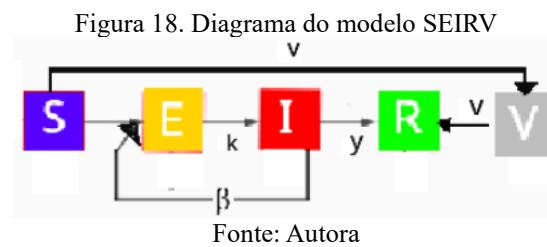
Utilizamos a taxa de vacinação igual a 0,001, ou seja, temos 0,1% dos suscetíveis, recebendo a vacina, e 99,9%, os que não serão vacinados. Devido a vários fatores, alguns suscetíveis podem evitar a vacinação. Quando os suscetíveis atingem a porcentagem de aproximadamente 40%, os infectados atingem o ponto máximo de aproximadamente 19% e começam a decrescer, até inexistir. Os recuperados se igualam aos suscetíveis e em seguida, ultrapassam. Nas iterações de número 2496 a 2500 os vacinados crescem e estabilizam-se em 11%, aproximadamente, assim como os suscetíveis, que decrescem e estabilizam-se na mesma faixa. Já os recuperados estabilizam-se em 89%, aproximadamente. É perceptível que no modelo SIR (Figura 7) tínhamos um pouco mais de 20% de infectados e com a introdução da vacina na (Figura 16), conseguimos reduzir esta porcentagem máxima.



Se tomarmos uma taxa de vacinação igual a 1% a curva dos infectados fica fixada sobre o eixo das abscissas, o que significa que não houve nenhum crescimento da categoria I. Isso pode ser observado na evolução temporal da (Figura 17).



Já no modelo SEIRV, obtemos o diagrama exposto na (Figura 18), onde uma parcela de suscetíveis é vacinada e os vacinados migram para o grupo dos recuperados. Portanto na categoria R está presente os infectados que se recuperaram e os que foram vacinados.



O sistema que representa o modelo SEIRV está representado na (Equação (7)).

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS(t)}{dt} = -\beta \cdot S \cdot I - \nu \cdot S \\ \frac{dE(t)}{dt} = \beta \cdot S \cdot I - k \cdot E \\ \frac{dI(t)}{dt} = k \cdot E - \gamma \cdot I \\ \frac{dR(t)}{dt} = \gamma \cdot I + \nu \cdot V \\ \frac{dV(t)}{dt} = \nu \cdot S - \nu \cdot V. \end{array} \right. \quad (7)$$

Considere que $\beta=0,1454$, $y = 0,05816$ e $k=1$, como fizemos inicialmente no modelo SEIR. Além disso, introduzimos uma porcentagem de vacinação de 0,1%. Comparando o gráfico obtido na (Figura 10) com o gráfico (Figura 19), podemos perceber que sem vacinação, a porcentagem máxima de infectados ficou em torno de 22% e com a vacinação, mesmo que ínfima, conseguimos uma parcela máxima na categoria I por volta de 17%.

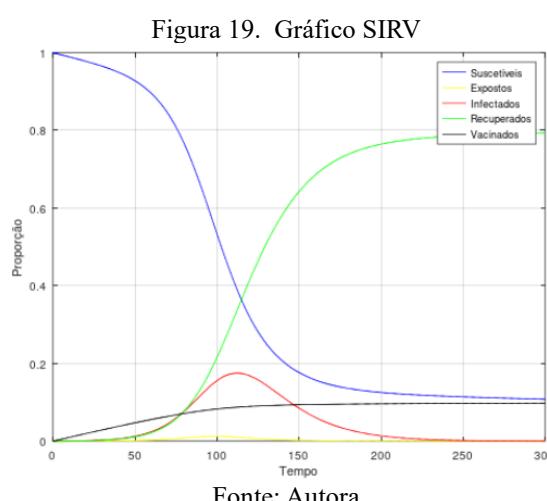
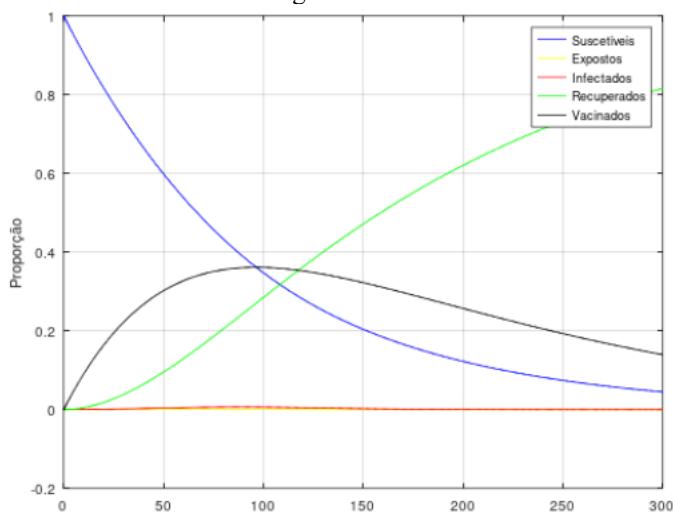


Figura 20. Gráfico SEIRV



Fonte: Autora

Se 1% dos suscetíveis forem vacinados (Figura 20) não teremos crescimento dos infectados e a curva da categoria I ficará fixa no eixo das abscissas. Com isso, conseguimos mostrar com exemplos que a vacinação é capaz de reduzir a parcela máxima obtida de infectados. Nestes modelos com recuperação, sabemos que a tendência é o desaparecimento dos infectados ao longo do tempo. Deixaremos a inclusão de uma vacinação para o modelo SECIAR, como sugestão para o leitor.

3 RESULTADOS

Em nossa evolução para a Aids, partindo do modelo SI, onde todos os suscetíveis se tornam infectados com o passar do tempo, percebemos que ao aumentarmos a taxa de contágio β , a contaminação de toda a população ocorria mais rapidamente. Além disso, observamos que, enquanto a quantidade de infectados aumentava até se estabilizar em 100%, quando atingia toda a população, os suscetíveis diminuíam até inexistir. Quando supomos que infectados poderiam retornar à situação de vulnerabilidade no modelo SIS, conseguimos estabilizar esta classe contaminada em uma porcentagem menor que 100% e observamos que quanto maior fosse a taxa de recuperação, menor seria essa porcentagem.

Agora, quando consideramos que a taxa de recuperação dos modelos SIR, SEIR e SECIAR, tornava uma parcela dos infectados imunizada, conseguimos diminuir, ainda mais, a quantidade de infectados, pois apesar da possibilidade de crescimento dessa classe, atingiam uma porcentagem máxima e começavam a decrescer, até inexistir. Através dessa modificação, houve o aparecimento da categoria dos recuperados, onde os antigos infectados passaram a ser imunes. Além disso, quanto maior fosse a taxa de recuperação, menor seria a parcela máxima de infectados. Fizemos algumas

alterações nas taxas sempre com o objetivo principal de diminuir a porcentagem máxima de infectados, apesar de sabermos que esta categoria desaparece ao longo do tempo.

Para concluirmos a evolução com o SECIARV em trabalhos futuros, podemos introduzir uma vacinação para os suscetíveis, provocando uma diminuição na quantidade máxima de infectados, já que uma parcela menor de suscetíveis ficará doente. Para isso acontecer mais rapidamente, a parcela de não vacinados, precisa ser a menor possível. Com isso, pode ser que não haja nenhum infectado. Portanto, espera-se que a taxa de vacinação, esteja sempre próxima ou seja igual a 1, para o caso da Aids Idealizada. Temos então, com a proposta de vacinação, uma nova categoria, a dos vacinados.

4 DISCUSSÕES

Apesar de existirem os medicamentos antirretrovirais, o que permite com que os infectados tenham uma vida saudável, muitos pesquisadores e empresas de tecnologia médica, trabalham incessantemente em busca de um imunizante, que possa trazer segurança e seja eficaz no tratamento e recuperação desses indivíduos. Porém, existem registros de diversas tentativas frustradas de busca por essa vacina. Portanto, a obtenção de uma vacina que imunize a população, ainda constitui um grande desafio.

Todas as pessoas diagnosticadas com HIV, devem iniciar imediatamente o tratamento com antirretrovirais. Assim, o vírus ficará impedido de se replicar dentro da célula, o que impedirá a diminuição na imunidade e o agravamento dos sintomas. Só que esse tratamento, após décadas de epidemias, já não é mais suficiente. A nossa proposta é que sejam desenvolvidas outras formas de tratamento, além dos tratamentos antirretrovirais. Para isso, descrevemos algumas das etapas de cada modelo onde uma intervenção no aumento ou na diminuição de determinada taxa seria primordial. Além disso, criamos uma suposta recuperação para a Aids, onde o infectado estaria imunizado. Precisamos ressaltar que a criação de uma vacina é de extrema importância para os vulneráveis, mas existem outras possibilidades.

5 CONCLUSÃO

O estudo da modelagem é muito importante para a compreensão dos dados obtidos e previsão da evolução, ao longo do tempo, de doenças infecciosas, assim como a Aids. Conseguimos visualizar e intervir em situações no presente ou no futuro, causadas pelas doenças. Esses modelos contêm sistemas de equações diferenciais ordinárias não lineares, para descrever a dinâmica da propagação.

O que se espera com mais este artigo é a construção de uma proposta para evolução da Aids, utilizando algumas das modelagens básicas, que estão sendo aplicadas no estudo de algumas doenças.

Tendo em vista, que evoluir pode significar apenas um avanço da situação em que representa a nossa realidade, para outra que produza melhores resultados com relação ao decrescimento de infectados.

Por isso, desejamos que novos tratamentos e vacinas para a Aids, sejam testados e futuramente possam ser implementados, beneficiando a população brasileira e mundial, que almeja por novas investigações e estudos. Além disso, buscamos contribuir para a contextualização da Matemática a nível superior, através da utilização de um problema real. Além de despertar a vontade de aprender a modelar, enriquecendo o estado da arte. Essa busca por soluções para situações reais, traz inúmeros benefícios para a sociedade. Espera-se que esses dados, possam contribuir para a reflexão sobre o tema, bem como para a orientação ou direcionamento das ações. Esperamos despertar o desejo de estudar essas e outras modelagens envolvidas, assim como, contribuir com a investigação desses processos.

AGRADECIMENTOS

À Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ) e ao meu orientador do PPGMMC, Carlos Andrés Reyna Vera Tudela.

REFERÊNCIAS

BECK, Caroline. **Análise de sobrevida e perfil epidemiológico de casos de AIDS em Porto Alegre/RS: limitações e potencialidades da vigilância epidemiológica.** Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 2014.

CAMPANY, Luciana Narciso da Silva. et.al. **HIV/aids no Brasil: feminização da epidemia em análise.** Revista Bioética, Fundação Oswaldo Cruz e Universidade Estácio de Sá, v.29, n.2. 2021.

LOPES, Luís Eduardo da Silva.; PRATA, Roberto Antônio Costa. **Modelo epidemiológico para a aids em Manaus-AM com a solução interativa fuzzy.** Biomatemática Imecc, Unicamp, 29, 69-80. 2019.

LUIZ, Mônica Helena Ribeiro. **Modelos matemáticos em epidemiologia.** Universidade Estadual Paulista. 2012.

MINISTÉRIO DA SAÚDE (2019). **Aids/HIV: o que é, causas, sintomas, diagnóstico, tratamento e prevenção.** URL: <http://portalsms.saude.gov.br>.

PATRÃO, Mauro.; REIS, Manoel. **Analizando a pandemia de COVID-19 através dos modelos SIR e SECIAR.** Biomatemática Imecc, Unicamp, 30, 111-140. 2020.

QUADROS, Alessandra Sena. **Modelos epidemiológicos para propagação de informação.** Universidade Federal do Rio de Janeiro. 2013.

TELES, Pedro. **Modelos compartimentais e aplicações.** Revista Ciência Elementar, v. 8, n. 2. 2020.

TURAN, Bulent. et al. **How does stigma affect people living with HIV? The mediating roles of internalized and anticipated HIV stigma in the effects of perceived community stigma on health and psychosocial outcomes.** AIDS and Behavior, v. 21, p. 283-291, jun. 2016. URL: <https://doi.org/10.1007/s10461-0161451-5>.

VIEIRA, Aline de Oliveira. **Estudo sobre modelos matemáticos aplicados à epidemiologia: modelo SIR, SIR com vacinação e SIRS.** IFSP. 2016.