Revista ARACÊ
ISSN: 2358-2472

RELAÇÕES DE VOLUMES ENTRE CILINDRO, CONE, PIRÂMIDE E PRISMA: UMA ABORDAGEM DE MODELAGEM COM MATERIAIS CONCRETOS NO ENSINO MÉDIO

VOLUME RELATIONS BETWEEN CYLINDER, CONE, PYRAMID AND PRISM: A MODELING APPROACH WITH CONCRETE MATERIALS IN HIGH SCHOOL

RELACIONES DE VOLÚMENES ENTRE CILINDRO, CONO, PIRÁMIDE Y PRISMA: UN ENFOQUE DE MODELIZACIÓN CON MATERIALES CONCRETOS EN LA ENSEÑANZA SECUNDARIA

https://doi.org/10.56238/arev7n11-265

Data de submissão: 20/10/2025 **Data de publicação:** 20/11/2025

Davi Willams de Paiva Alcântara
Mestrando em Matemática
Instituição: Instituto Federal do Piauí (IFPI)
E-mail: davialcantara18@gmail.com
Lattes: http://lattes.cnpq.br/3031266146682178

Genilson Soares da Silva
Mestrando em Matemática
Instituição: Instituto Federal do Piauí (IFPI)
E-mail: genilsondida@gmail.com
Lattes: http://lattes.cnpq.br/1074607678593074

Guilherme Gonçalves Holanda
Mestrando em Matemática
Instituição: Instituto Federal do Piauí (IFPI)
E-mail: guylhermeholanda96@gmail.com
Orcid: https://orcid.org/0009-0001-5594-9569
Lattes: https://lattes.cnpq.br/9701123308216685

Janiel Aureliano de Lima
Mestrando em Matemática
Instituição: Instituto Federal do Piauí (IFPI)
E-mail: janielmatematica7@gmail.com
Orcid: https://orcid.org/0009-0000-3505-3514
Lattes: http://lattes.cnpq.br/5159650551446682

Laés de Castro Cavalcante
Mestrando em Matemática
Instituição: Instituto Federal do Piauí (IFPI)
E-mail: laescastrocavalcante@gmail.com
Orcid: https://orcid.org/0000-0002-2456-4666
Lattes: https://lattes.cnpq.br/0684444586153280

Revista ARACÊ
ISSN: 2358-2472

Marcos Vivian da Rocha Tolentino
Mestrando em Matemática
Instituição: Instituto Federal do Piauí (IFPI)
E-mail: marcosvivianrt@gmail.com
Lattes: http://lattes.cnpq.br/9811862038180397

Roberto Arruda Lima Soares
Doutor
Instituição: Instituto Federal do Piauí (IFPI)
E-mail: ronaldocampelo@ifpi.edu.br
Orcid: https://orcid.org/0000-0003-1892-7499
Lattes: http://lattes.cnpq.br/1879372586397379

Ronaldo Campelo da Costa
Doutor
Instituição: Instituto Federal do Piauí (IFPI)
E-mail: ronaldocampelo@ifpi.edu.br
Orcid: https://orcid.org/0000-0001-6576-1837
Lattes: http://lattes.cnpq.br/1879372586397379

RESUMO
O presente artigo apresenta uma experiência de ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio por meio de uma abordagem prática e lúdica, utilizando materiais concretos e a modelagem matemática como estratégias de aprendizagem significativa. A pesquisa, de caráter experimental e exploratório, foi desenvolvida com estudantes da 3ª série do Ensino Médio de uma escola pública do município de Palmeirais-PI, envolvendo a construção de prismas, pirâmides, cilindros e cones com materiais simples e acessíveis. A partir das atividades, buscou-se comprovar empiricamente a relação de que o volume do prisma é três vezes o da pirâmide de mesma base e altura, e o volume do cilindro é três vezes o do cone correspondente. Os resultados evidenciaram que o uso de metodologias ativas e materiais concretos potencializa a compreensão de conceitos abstratos, estimula o raciocínio lógico, o trabalho em equipe e o protagonismo estudantil. Além disso, a prática demonstrou ser uma boa alternativa de modelagem matemática e de baixo custo para o ensino da matemática, especialmente em contextos de escolas públicas com poucos recursos, favorecendo a integração entre teoria e prática e promovendo uma aprendizagem mais duradoura.

Palavras-chave: Ensino. Geometria Espacial. Material Concreto. Modelagem Matemática. Volume.

ABSTRACT
This article presents a teaching experience in Spatial Geometry at the high school level through a practical and playful approach, using concrete materials and mathematical modeling as strategies for meaningful learning. The experimental and exploratory research was conducted with third-year students from a public school in the municipality of Palmeirais, Piauí, Brazil, involving the construction of prisms, pyramids, cylinders, and cones using simple and accessible materials. The activities aimed to empirically verify that the volume of a prism is three times that of a pyramid with the same base and height, and that the volume of a cylinder is three times that of a cone with the same dimensions. The results showed that the use of active methodologies and concrete materials enhances the understanding of abstract concepts, stimulates logical reasoning, teamwork, and student protagonism. Furthermore, the practice proved to be an effective and low-cost alternative for

Revista ARACÊ
ISSN: 2358-2472

mathematics teaching, especially in public school contexts with limited resources, favoring the integration between theory and practice and promoting more meaningful and lasting learning.

Keywords: Teaching. Spatial Geometry. Concrete Material. Mathematical Modeling. Volume.

RESUMEN
El presente artículo presenta una experiencia de enseñanza de geometría espacial en la educación secundaria mediante un enfoque práctico y lúdico, utilizando materiales concretos y modelización matemática como estrategias de aprendizaje significativo. La investigación, de carácter experimental y exploratorio, se llevó a cabo con alumnos de 3.º de secundaria de una escuela pública del municipio de Palmeirais (Piauí), y consistió en la construcción de prismas, pirámides, cilindros y conos con materiales sencillos y accesibles. A partir de las actividades, se buscó demostrar empíricamente la relación de que el volumen del prisma es tres veces el de la pirámide de la misma base y altura, y el volumen del cilindro es tres veces el del cono correspondiente. Los resultados evidenciaron que el uso de metodologías activas y materiales concretos potencia la comprensión de conceptos abstractos, estimula el razonamiento lógico, el trabajo en equipo y el protagonismo estudiantil. Además, la práctica demostró ser una buena alternativa de modelización matemática y de bajo costo para la enseñanza de las matemáticas, especialmente en contextos de escuelas públicas con pocos recursos, favoreciendo la integración entre la teoría y la práctica y promoviendo un aprendizaje más duradero.

Palabras clave: Enseñanza. Geometría Espacial. Material Concreto. Modelización Matemática. Volumen.

Revista ARACÊ
ISSN: 2358-2472

1 INTRODUÇÃO

Em cada canto de nosso planeta é possível visualizar a importância da geometria para a construção da civilização humana. Desde que surgiu no Egito Antigo, ela vem servindo de base para compreensão, representação e visualização do meio em que vivemos e da evolução das áreas tecnológicas, desenvolvendo uma ligação direta entre espaço e forma, mais precisamente entre a Geometria Plana e Espacial (Santino, Sousa e Araújo, 2023).

Apesar de milênios de sua existência e descobertas e a sua relevância na transformação coletiva, o ensino de matemática nas escolas brasileiras ainda possui um grande déficit em metodologias práticas e lúdicas de forma a criar bases sólidas no processo de aprendizagem. Segundo D'Ambrósio (2007), muitas vezes a metodologia adota torna a matemática uma "ciência morta", pois é tratada de forma isolada, sem conexão com as vivências dos alunos e a interdisciplinaridade.

Muitos professores ainda insistem em aulas exclusivamente baseadas em exposição de fórmulas e regras mecânicas, sem o espaço democrático de opiniões, reflexões, troca de conhecimentos e situações práticas viáveis (alinhado ao conteúdo planejado), tornando a grande maioria dos estudantes em meros cidadãos sem a capacidade crítica de lidar com as situações-problemas reais, até mesmo básicas, à sua volta (Cotrim e Silva, 2023).

No que tange o estudo da Geometria, é algo ainda mais desafiador. Apesar de, ao longo dos anos, os livros e materiais didáticos que envolvem conteúdos de Geometria, alinhados a BNCC (Base Nacional Comum Curricular), evoluírem no formato de exposição de conteúdos abordados, ainda há um forte viés de algebrização (definição, fórmula e propriedades), extinção ou moderação sobre construções e extensas demonstrações alicerçadas em raciocínio lógico-dedutivo (Silva et al, 2023), deixando de lado as construções e experimentações lúdicas.

Devido a falta de instrumentos matemáticos na maioria das escolas brasileiras, o concreto muitas vezes passa despercebido, tornando as aulas enfadonhas e cansativas, tanto para os professores, como para os alunos. Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (Brasil, 1999), bem como a BNCC (Brasil, 2017), destacam que habilidades como argumentação lógica, percepção, visualização, desenho, construção, planificação e aplicação prática na busca de solução de problemas geométricos bem elaborados, são formas de interações concretas que possibilitam para o aluno usar e comprovar o conteúdo adquirido em sala e trocar conhecimentos com a própria turma.

Ao aliar geometria, material concreto, trabalho coletivo e exemplo-aplicações cotidianas, é esperado que haja uma compreensão mais relevante dos conteúdos abordados, bem como de outras situações-problemas, concursos e olimpíadas, através do estímulo no interesse dos estudantes, tornando agora este um ser ativo no processo de ensino-aprendizagem. Afinal, quando este consegue

Revista ARACÊ
ISSN: 2358-2472

“ver” e “tocar” a geometria, algo abstrato torna-se visual e compreensível, algo fundamental para o desenvolvimento do raciocínio matemático e do mundo tridimensional vivenciado (Oliveira, 2025).

É nesse contexto de busca por essas metodologias de modelagem matemática que este artigo se insere, apresentando como objetivos desta aplicação, em oficina de teoria e prática, no ensino de sólidos e volumes (com estudantes da 3ª série do Ensino Médio de uma escola pública no município de Palmeirais-PI): construir prismas, pirâmides, cilindros e cones, usando materiais simples como cartolina ou papel A4, tesoura sem ponta, cola e marcadores; descobrir experimentalmente as relações entre seus volumes, usando areia arroz; medir e calcular volumes usando as fórmulas correspondentes; e desenvolver a noção espacial, o trabalho em equipe e o pensamento lógico dos estudantes.

A justificativa deste estudo reside na necessidade de diminuir o déficit de metodologias práticas e lúdicas no ensino de Geometria para o Ensino Básico, especialmente o Ensino Médio, recompondo a aprendizagem destes alunos. Ao propor a utilização de materiais concretos — como papel e arroz para simular o volume — e o trabalho em equipe, a oficina visa transformar a abstração do livro didático (bem como do ensino) em uma experiência visual e tátil. Assim, ao construírem, medir e comparar os volumes dos sólidos citados, preenche a lacuna deixada pela algebrização excessiva e pela falta de investimentos e construção de instrumentos matemáticos nas escolas.

Para cumprir tais propósitos, o artigo está estruturado em quatro seções principais, além desta introdução e das considerações finais. A seção a seguir aborda a relevância da Geometria Espacial no currículo escolar e a importância da metodologia lúdica no ensino de matemática. A segunda traz uma viagem na história da matemática, aos conceitos e as formulações algébricas. Na terceira, detalharemos os materiais necessários e a metodologia de trabalho abordado, explicitando as etapas de construção, experimentação e aplicação das fórmulas de volume e a relação entre elas. Concluindo, serão apresentadas as reflexões e conclusões sobre os resultados obtidos com a aplicação da atividade.

2 A LUDICIDADE E O CONCRETO NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL

Na contemporaneidade, sobretudo nos grandes centros urbanos, cada vez mais é possível, em apenas um clique, visualizar grandes construções da engenharia, tais como edifícios, pontes estaiadas e arranha-céus, sendo estas verdadeiras fontes de riquezas da arquitetura tridimensional, sem falar dos carros de luxo e as fortes descobertas tecnológicas.

Com este mercado tão competitivo e globalizado, o domínio da Geometria Espacial torna-se uma ferramenta essencial para o desenvolvimento profissional de diversas áreas. O ensino básico, deve ser essa ponte de conhecimentos e práticas, de teorias ao lúdico, do abstrato ao concreto. Segundo a BNCC, a educação básica, sobretudo ainda no ensino fundamental:

> [...] precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas. Assim, espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações (Brasil, 2017, p. 265).

Calcular quantos litros de água há em uma piscina padrão, através de seu volume e dimensões, ou saber a altura de um prédio para determinar quantos baldes de tinta um pintor irá necessitar para renovar a sua pintura, através semelhança e/ou trigonometria, são aplicações que tornam o aprendizado ainda mais significativo, preparando os alunos para o futuro profissional escolhido. Além disso, através da utilização de formas geométricas palpáveis, os discentes colocam a mão na massa para construí-los, através de sua planificação, associam as propriedades teóricas e práticas e o abarcam o entendimento de dimensões (Oliveira, 2025).

Segundo Souza e Rendeiro (2023), faz-se necessário que o docente realize uma reflexão diária e um estudo aprofundado sobre qual metodologia ele deve utilizar em sua sala de aula. A pergunta deveria ser, "qual método/abordagem devo utilizar para que o aluno consiga atrelar o estudo de geometria espacial ao seu espaço de vivências, de forma que ele consiga medir, desenhar, visualizar, comparar, classificar e transformar seu campo de visão tridimensional?"

No que se trata de espaço e forma, os discentes evoluem, segundo Vital, Martins e Souza (2016) (apud Smole, Diniz e Cândido, 2000) em 3 etapas importantes: o espaço vivido, percebido e concebido. Dessa maneira:

> A primeira está ligada ao espaço físico em que o aluno vive, através do seu movimento e deslocamento, e é aprendido através de atividades que permitam organizar seu espaço. O espaço é aquele no qual o aluno não necessita mais de algo físico para que possa lembrar dele, já o espaço concebido "surge quando existe a capacidade de estabelecer relações espaciais entre elementos somente através de suas representações, como é o caso de figuras geométricas" (Smole; Diniz; Cândido, 2000, p.16)
>
> A união desses três espaços desenvolve as habilidades que compõem a percepção espacial, habilidades estas que estão ligadas ao controle do esquema corporal e as relações de posição, tamanho e forma de objetos. Através delas que se dá o desenvolvimento e a percepção de espaço do aluno, fazendo com que o sujeito compreenda melhor o ambiente a sua volta.
> (Vital, Martins e Souza, 2016, p. 3)

Além disso, mesmo os alunos já estarem nos últimos anos do ensino básico, o desenvolvimento motor e cognitivo deve ser constante ainda na fase de adolescência e início da vida adulta, sobretudo ao realizarem recortes, colagens e comparações, além do debate de resultados ao final da análise dos volumes sólidos, a partir de suas bases e alturas correspondentes. Dessa forma, todo o processo contribui para um aprendizado significativo.

Revista
ARACÊ
ISSN: 2358-2472

Portanto, o ensino, através deste tipo de modelagem matemática, integrado a ludicidade e o material concreto transcende a simples memorização de fórmulas. Ao incentivar o aluno a construir, manipular e experimentar as relações volumétricas (como a proporção de 1/3 entre o cone e o cilindro, ou a pirâmide e o prisma de mesma base e altura), o docente proporciona uma ponte direta entre o conhecimento abstrato (fórmula) e a realidade tridimensional (objeto palpável).

É essa abordagem baseada em projeto de descobertas e comparações, estimulado pelo debate e pela resolução de problemas práticos, que o aprendizado se torna significativo, garantindo que o estudante não seja um mero receptor, mas sim o protagonista de seu próprio desenvolvimento cognitivo e espacial.

3 A RELAÇÃO DE VOLUME ENTRE PRISMA E PIRÂMIDE, CILINDRO E CONE

Antes mesmo de definir o conceito de volume, é importante realizar um passeio pela história da humanidade. Os primeiros registros históricos, alusivo ao estudo de volume, no que tange a geometria, foram datados entre os séculos XX e XIV a.E.C (era comum - a partir do ano I do calendário gregoriano) na civilização babilônica, posteriormente pela grega e egípcia (Leão e Bittar, 2023).

Foi na Grécia que viveu um grande matemático platônico, professor e escritor, chamado Euclides de Alexandria. Considerado o pai da Geometria e autor da célebre coleção matemática “Os Elementos”. Nesta obra, Euclides já compilava todo o conhecimento geométrico de sua época, incluindo o cálculo de volume de sólidos no Livro XII (Pombo, 2025). Outro matemático, astrônomo e engenheiro grego que deixou sua contribuição para a compreensão de volume foi Arquimedes de Siracusa. Ele é famoso por seu Princípio da Hidrostática, que estabelece que o volume de fluido deslocado por um objeto é diretamente proporcional à intensidade da força de empuxo (Helerbrock, 2025).

Em séculos posteriores, surgem figuras matemáticas como Cavalieri, padre e matemático italiano, com o Princípio de Cavalieri; Leibniz (polímata e filósofo alemão) e Newton (matemático, físico, teólogo e astrônomo inglês), com o cálculo infinitesimal, o cálculo da área e volume por meio de integrais (Leão e Bittar, 2023).

Frente a nosso estudo, definimos **volume** como sendo o espaço tridimensional ocupado por um corpo (ou sólido) e a sua capacidade interna de comportar uma substância, onde associamos esse quantitativo de espaço com um número, recorrendo-se a uma unidade de medida (Lima et al, 2006).

Vale também muito a pena, neste estudo de volume, relembrar o Princípio de Cavalieri, que, segundo Dolce e Pompeo (2013), diz “dois sólidos, nos quais todo plano secante, paralelo a um dado

Revista ARACÊ
ISSN: 2358-2472

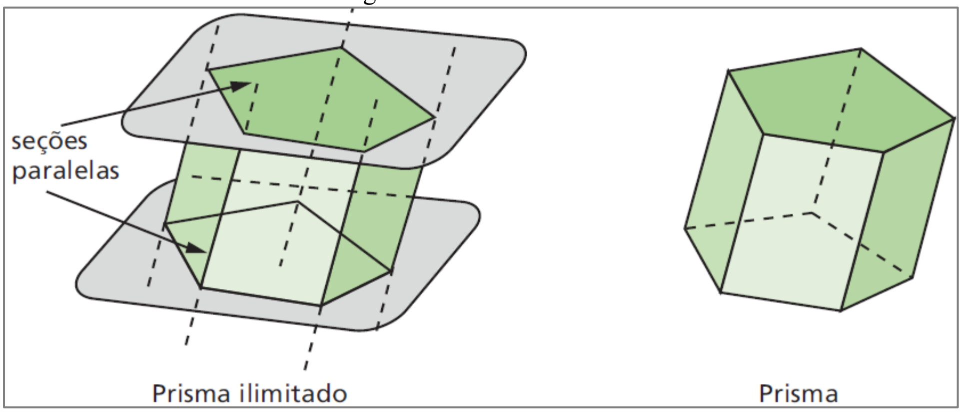
plano, determina superfícies de áreas iguais (superfícies equivalentes), são sólidos de volumes iguais (sólidos equivalentes)". Um princípio valioso, com diversas aplicações, no estudo de Geometria.

Prisma, pirâmide, cilindro e cone são sólidos geométricos já bem conhecidos no estudo de geometria espacial, de forma que é possível ver vários exemplos de representações concretas e que são trabalhados desde o ensino fundamental - anos iniciais, e, para bem aprimorarmos nossa pesquisa, faz-se necessário o conhecimento de suas definições e elementos, além da área de figuras planas.

> Prisma convexo limitado ou prisma convexo definido ou **prisma convexo** (Figura 2) é a reunião da parte do prisma convexo ilimitado, compreendida entre os planos de duas seções paralelas e distintas, com essas seções. [...] Pirâmide convexa limitada ou *pirâmide* convexa definida ou **pirâmide convexa** (veja figura 3) é a parte da pirâmide ilimitada que contém o vértice quando se divide essa pirâmide pelo plano de uma seção, reunida com essa seção. (Dolce, Pompeu, 2013, p. 136, p. 178, grifo nosso).

O prisma convexo possui 2 bases congruentes, n faces laterais (paralelogramos), $n + 2$ faces, n arestas laterais, 3n arestas, 2n vértices, 3n diedros e 2n triedros. Sua altura h é a distância entre os planos das bases, cujo volume V_1 será o produto entre a área da base B e a altura h. Noutras palavras, $V_1 = B.h$.

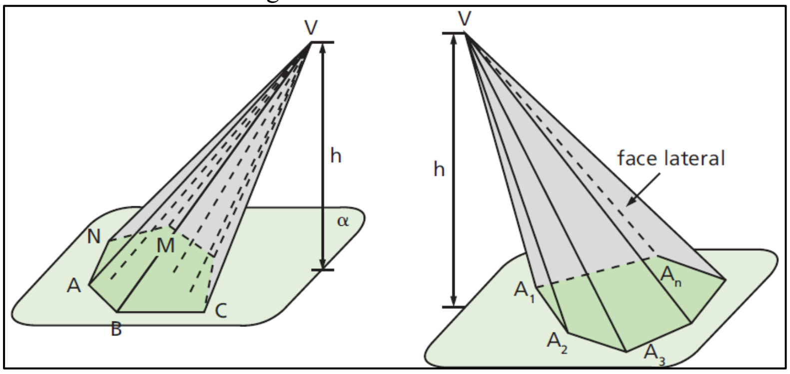
Figura 1: Prisma Convexo



Fonte: Dolce e Pompeo, 2013, p. 136

Revista ARACÊ
ISSN: 2358-2472

Figura 2: Pirâmide Convexa



Fonte: Dolce e Pompeo, 2013, p. 178

A pirâmide convexa possui 1 base (seção), n faces laterais (triângulos), n + 1 faces, n arestas laterais, 2n arestas, n + 1 vértices, 2n diedros, n + 1 ângulos poliédricos e n triedros. Sua altura h é a distância entre o vértice e o plano da base.

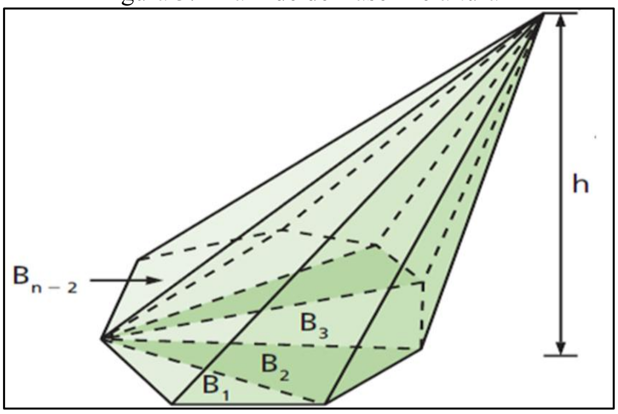
Observe que, todo prisma triangular é a soma de três tetraedros de mesmo volume, segundo Dolce e Pompeu (2023), o que pode ser visto através de semelhança e do princípio de Cavalieri. Tomando um tetraedro qualquer de n lados, com B sendo a área de sua base e h a medida de sua altura, segue-se que tal pirâmide será a soma de (n – 2) tetraedros. Daí, com o desenvolvimento das equações (1), (2) e (3) o volume V_2 da pirâmide será:

$$\mathrm{V_2 = V_{T_1} + V_{T_2} + \cdots + V_{T_{n-2}} = \frac{1}{3}B_1h + \frac{1}{3}B_2h + \cdots + \frac{1}{3}B_{n-2}h} \quad (1)$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{1}{3}(B_1 + B_2 + \cdots + B_{n-2})h \quad (2)$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{1}{3}B.h \quad (3)$$

Figura 3: Pirâmide de Base B e altura h



Fonte: Dolce e Pompeo, 2013, p. 185

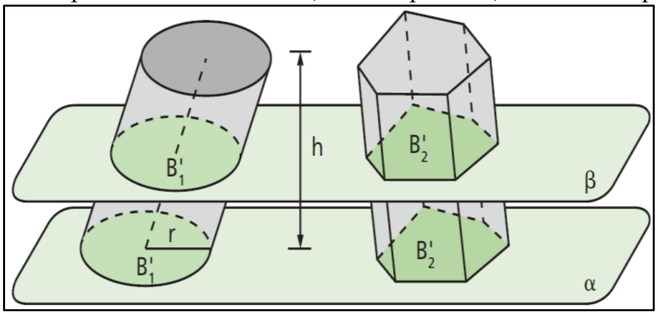
Definamos ainda:

Revista ARACÊ
ISSN: 2358-2472

> **Cilindro** *(veja figura 5)* é a reunião da parte do cilindro circular ilimitado, compreendida entre as seções circulares formadas por dois planos paralelos e distintos. [...] **Cone** *(veja figura 7)* é a parte do cone ilimitado que contém o vértice quando se divide este cone pelo plano de uma seção circular, reunida com esta seção (Dolce, Pompeu, 2013, p. 209, p. 227).

O cilindro possui 2 bases circulares congruente, situadas em planos paralelos; geratrizes, ou seja, segmentos de reta que lidas as bases circulares do cilindro e sendo paralelas ao eixo central; *r* o raio da base e a altura h, sendo a distâncias entre os planos que contêm as bases. Note que, ao tomarmos um cilindro e um prisma de mesma área da base, sob um plano α, e seccionando ambos por um plano β, paralelo a α, pelo princípio de Cavaliere, o cilindro e o prisma terão o mesmo volume. Logo, o volume do cilindro será $V_3 = B \cdot h$.

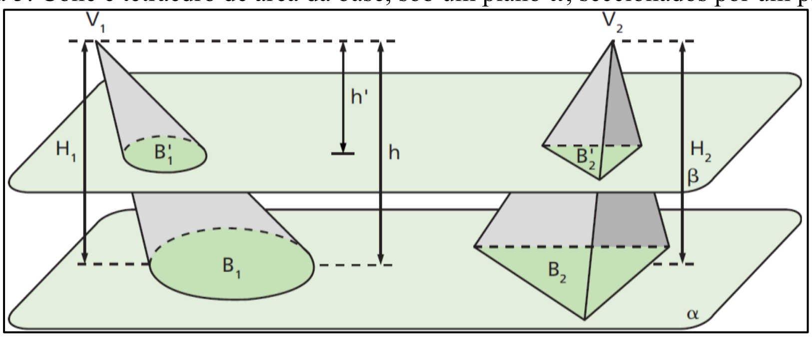
Figura 4: Cilindro e prisma de área da base, sob um plano α, seccionados por um plano β



Fonte: Dolce e Pompeo, 2013, p. 212.

Por fim, o cone possui uma base circular, de centro *O* e raio *r*; geratrizes, que são segmentos com uma extremidade no vértice *V* e a outra nos pontos da circunferência da base; o vértice *V* e a altura h, sendo a distância entre o vértice e o plano da base. Note que, ao tomarmos um cone e um tetraedro de mesma área da base, sob um plano α, e seccionando ambos por um plano β, paralelo a α, pelo princípio de Cavaliere, o cone e o tetraedro terão o mesmo volume. Logo, o volume do cone será $V_4 = \frac{1}{3} B. h.$

Figura 5: Cone e tetraedro de área da base, sob um plano α, seccionados por um plano β



Fonte: Dolce e Pompeo, 2013, p. 212

Revista ARACÊ
ISSN: 2358-2472

Após toda essa análise geométrica e algébrica, concluímos então que o volume de um prisma será 3 (três) vezes o volume de uma pirâmide de mesma base e mesma altura, bem como o volume do cilindro será 3 (três) vezes o volume de um cone de mesma base e mesma altura. Certos de uma base de conhecimentos bem aprimorada e bem definida, podemos prosseguir para nossa mão na massa, na próxima sessão.

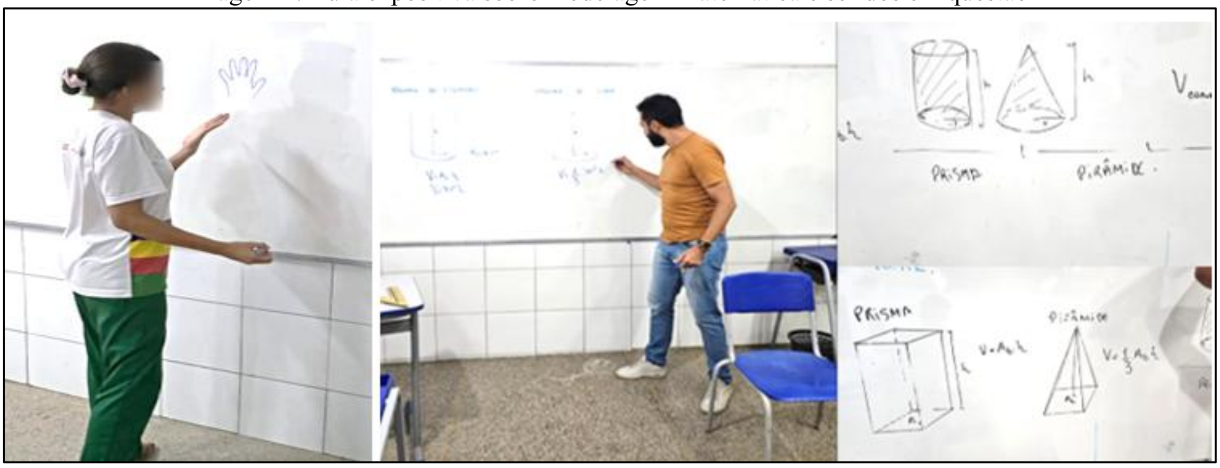
4 METODOLOGIA

A pesquisa foi organizada como pesquisa de campo, com abordagem experimental e caráter exploratório, uma vez que os participantes estarão ativamente envolvidos em todas as etapas desta, através do uso de metodologias ativas, especificamente a Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP), visando a transformação da realidade educacional por meio da participação crítica dos sujeitos.

Ela foi realizada com estudantes do Ensino Médio, em ambiente escolar, no município de Palmeirais – PI, cujo objetivo era analisar a veracidade da relação entre os volumes de um prisma com uma pirâmide e do cilindro com o cone. A instituição de ensino escolhida possui 12 turmas, sendo dez em tempo integral e duas no formato EJATEC. A turma escolhida para realizar o experimento foi o 3º Ano do Ensino Médio, pois já que um dos pesquisadores leciona na mesma.

Para a realização do experimento, o planejamento foi dividido em cinco aulas de 60 minutos, correspondente a 3 etapas. Na primeira etapa, correspondente a uma aula, foi feita uma explanação sobre modelagem matemática ressaltando os conceitos principais e a importância para matemática. Além disso, foram apresentados os conceitos fundamentais do cilindro, cone, prisma e pirâmide, ressaltando as áreas de suas bases e alturas, como mostramos nas imagens abaixo.

Imagem 1: Aula expositiva sobre modelagem matemática e sólidos em questão



Fonte: Autores.

Revista ARACÊ
ISSN: 2358-2472

A segunda etapa foi equivalente a duas aulas. Na primeira aula foram realizadas oficinas em grupos formados entre cinco a seis estudantes, com o objetivo de confeccionar moldes de cilindros, cones, prismas e pirâmides de vários tamanhos diferentes e com todos os cálculos previamente realizados para chegarmos em uma relação mais fiel possível, como demonstra na tabela abaixo.

Tabela 1: Cilindro, Cone, Prisma e Pirâmide já definidos.

Poliedros		**Corpos redondos**	
PRISMA	PIRÂMIDE	CILINDRO	CONE
Base quadrada com 5 cm de lado 5 cm de altura		Raio do círculo igual a 3 cm 10 cm de altura	
Base pentagonal com 6 cm de lado 8 cm de altura		Raio do círculo igual a 5 cm 8 cm de altura	
Base hexagonal com 5 cm de lado 16 cm de altura		Raio do círculo igual a 4 cm 9 cm de altura	

Fonte: Autores.

Para fazer o experimento utilizamos materiais de baixo custo encontrados com facilidade, inclusive em ambientes escolares, como vistos na tabela a seguir:

Tabela 2: Lista de Materiais

Materiais Necessários
Cartolinas
Régua
Compasso
Transferidor
Arroz
Pote
Concha
Cola
Tesoura Sem Ponta

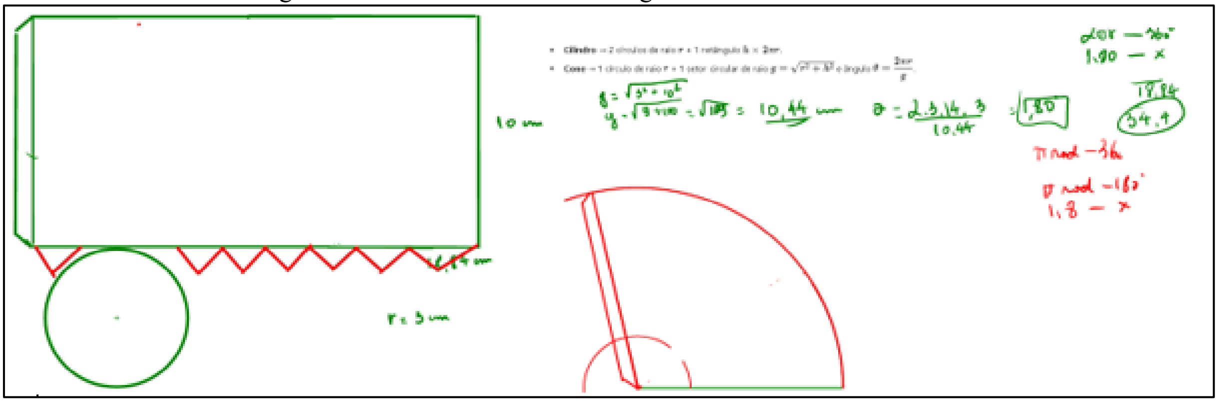
Fonte: Autores.

Para chegarmos nas pirâmides e prismas com a mesma área da base e com a mesma altura, foi feito um alinhamento para correlacionar as fórmulas do apótema da base e a geratriz que é altura das faces laterais, para garantir a altura e base exata para a pirâmide. Já para o caso do cilindro usamos a fórmula do comprimento da circunferência (relacionando com o comprimento do retângulo) e do cone,

Revista ARACÊ
ISSN: 2358-2472

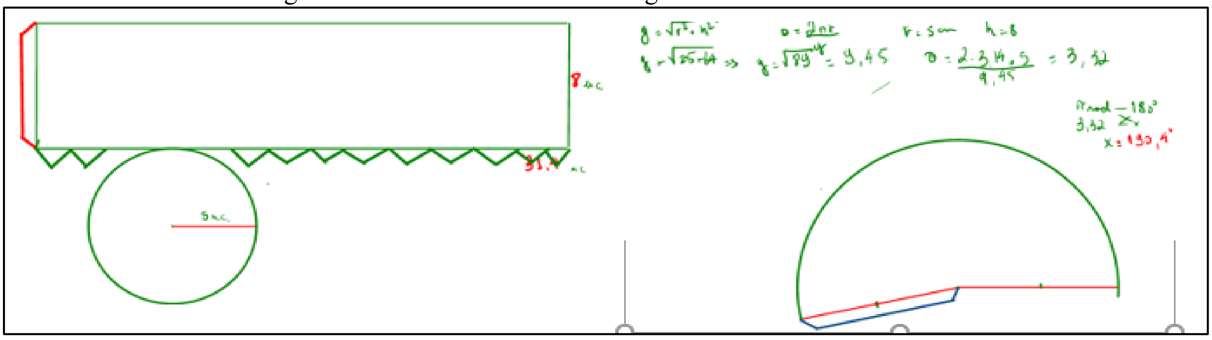
a fórmula da geratriz que é a medida do segmento de reta que liga o vértice do cone a qualquer ponto da circunferência da base e o cálculo do ângulo central do setor circular.

Figura 6: Cilindro e cone com raio igual a 3 cm e 10 cm de altura.



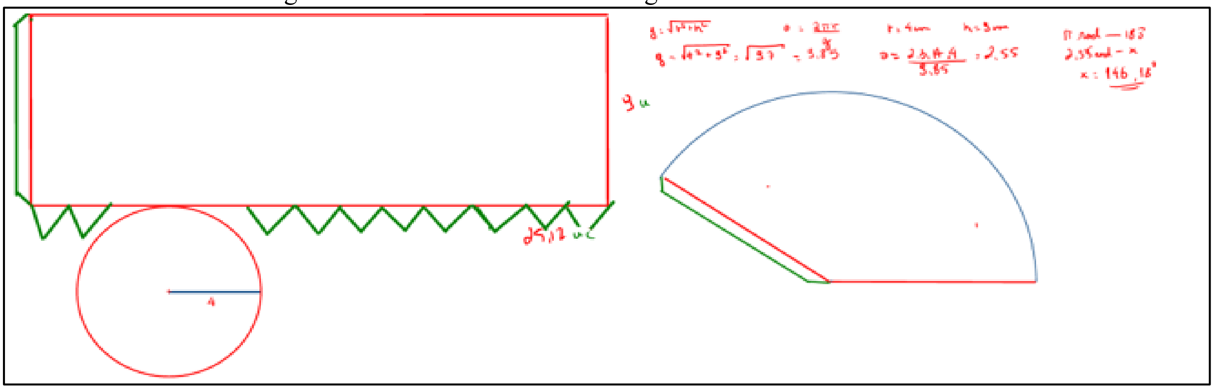
Fonte: Autores.

Figura 7: Cilindro e cone com raio igual a 5 cm e 8 cm de altura.



Fonte: Autores.

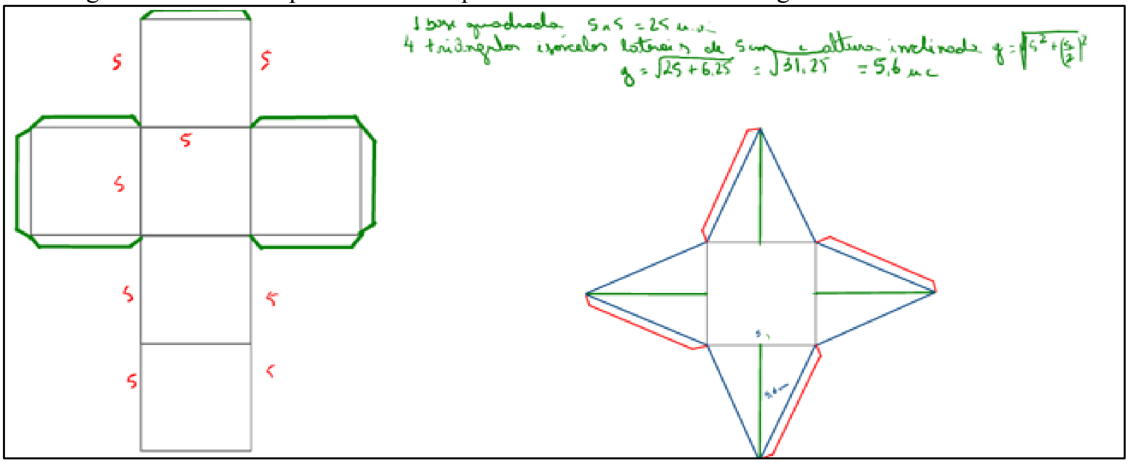
Figura 8: Cilindro e cone com raio igual a 4 cm e 9 cm de altura.



Fonte: Autores.

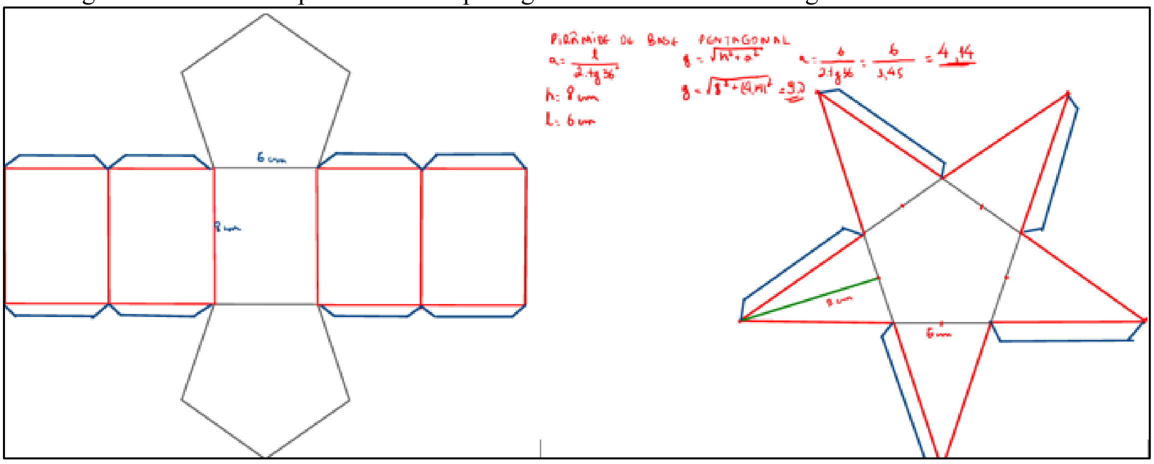
Revista ARACÊ
ISSN: 2358-2472

Figura 9: Pirâmide e prisma de base quadrada com o lado da base igual 5 cm e 5 cm de altura.



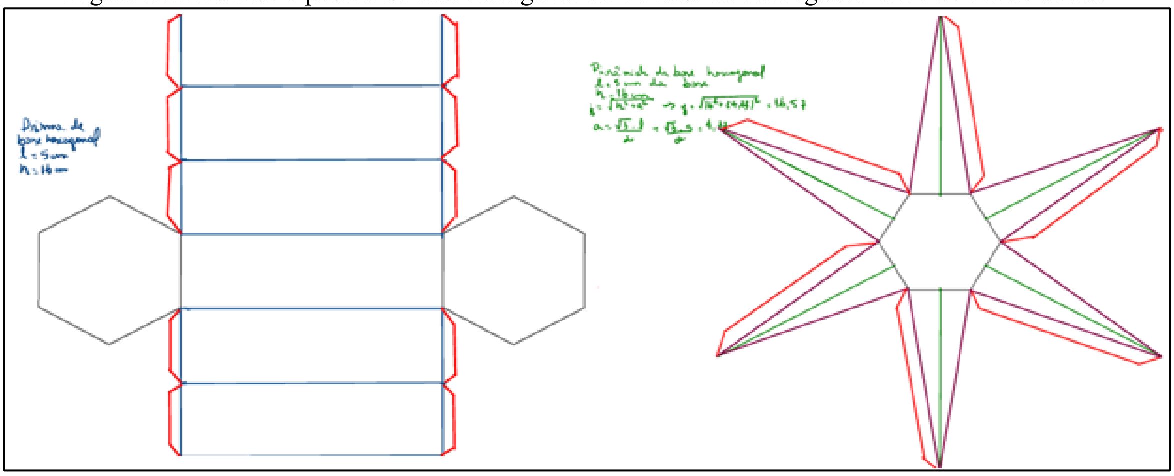
Fonte: Autores.

Figura 10: Pirâmide e prisma de base pentagonal com o lado da base igual 6 cm e 8 cm de altura.



Fonte: Autores.

Figura 11: Pirâmide e prisma de base hexagonal com o lado da base igual 5 cm e 16 cm de altura.

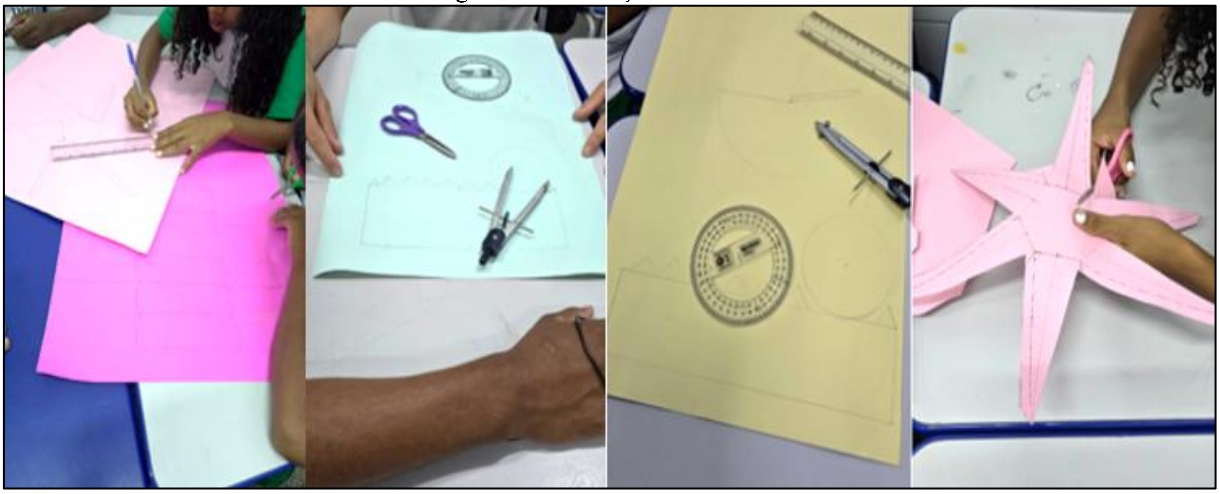


Fonte: Autores.

Com os moldes prontos, partimos para a segunda aula da segunda etapa, que foi o recorte, as dobras e colagem dos sólidos geométricos.

Revista
ARACÊ
ISSN: 2358-2472

Figura 2: Construção dos sólidos



Fonte: Autores.

Por fim, a terceira e última etapa foi mostrar que o volume dos cilindros, cones, prismas e pirâmides com mesma área da base e mesma altura possuem uma relação importante: o volume do sólido reto é três vezes o volume do sólido pontiagudo e um questionário sobre modelagem matemática com a comparação de volumes. No próximo tópico mostraremos como foram os resultados e as análises com as discussões dos experimentos com os sólidos.

5 RESULTADO E DISCUSSÃO

Os experimentos foram feitos exclusivamente pelos estudantes, garantindo o processo fidedigno e real. Todo este processo, os resultados dos sólidos após a montagem, a dobragem e a colagem comprovam a importância da modelagem matemática para o desenvolvimento do aluno e está devidamente alinhada com a habilidade EM13MAT504, que destaca em seu texto.

> "Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras" (Brasil, 2018, p. 545)

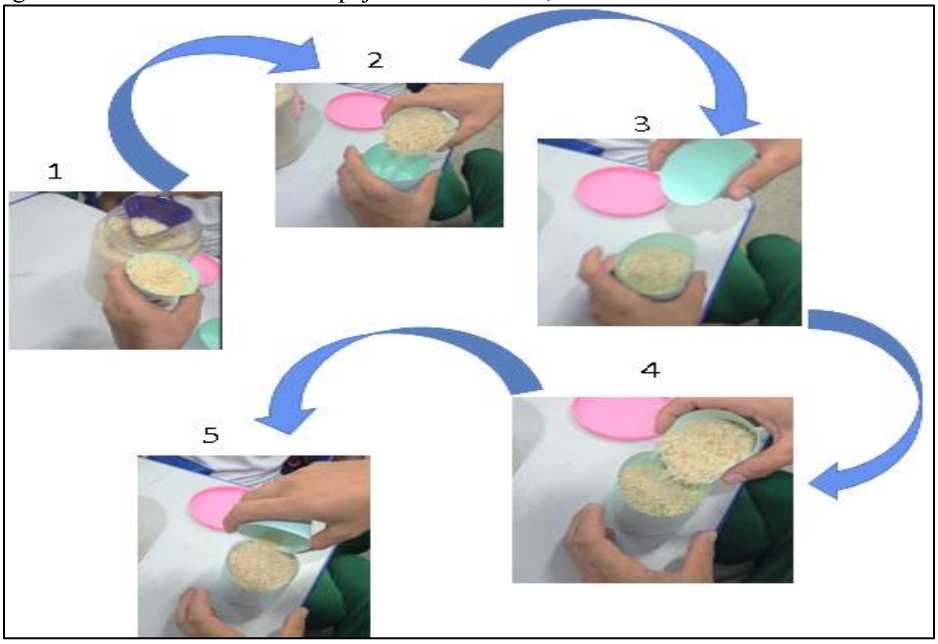
Com os sólidos montados, chegamos na hora dos resultados das relações comprobatórios do cone com cilindro e pirâmide com tetraedro, ambos com a mesma área da base e mesma altura, como segue nas imagens.

Revista ARACÊ
ISSN: 2358-2472

Figura 3: Sólidos construídos

Fonte: Autores.

Figura 4: Enchendo o cone e despejando no cilindro, ambos com raio 3 cm e altura 10 cm



Fonte: Autores.

Através da imagem 4, os alunos, ao usarem arroz medido com o cone e colocado no cilindro, comprovaram que três cones equivalem a um cilindro. Assim, de forma prática, verifica-se que o volume da pirâmide e do cone é um terço do volume do prisma e do cilindro, chegando à conclusão que a relação de um terço pode ser observada visualmente. Portanto o volume da pirâmide é equivalente a um terço do volume do prisma, ambos com a mesma base e altura. O mesmo acontece com a relação de volume do cone e cilindro com a mesma área da base e altura.

Por fim, com os mesmos cinco grupos foram feitos questionamentos sobre a modelagem na comparação dos volumes dos sólidos. Apresentaremos os questionamentos e respostas a seguir.

Revista
ARACÊ
ISSN: 2358-2472

Tabela 3: Primeira Questão e Respostas.

Grupo	Explique com suas palavras o que significa modelagem matemática e como ela pode ser usada para compreender relações entre os volumes de sólidos geométricos.
1	Modelagem matemática é usar a matemática para representar e entender situações do mundo real ou do estudo. Ela ajuda a comparar volumes, construir fórmulas e entender como diferentes formas se relacionam.
2	É usada para representar situações reais, onde as dimensões da base e a altura devem ser idênticas.
3	É usar a matemática para representar e entender situações reais, ajudando a comparar volumes
4	É o processo de usar equações e fórmulas para representar situações do mundo real Ela ajuda a entender como os volumes de diferentes formas geométricas se relacionam
5	A modelagem matemática é o processo de usar a linguagem e as ferramentas da matemática para representar e analisar situações do mundo real.

Fonte: Autores.

As respostas dos Grupos 1, 3 e 4 são as mais completas e coerentes, pois abordam tanto a definição geral de Modelagem Matemática, quanto a sua aplicação específica ao tema de volumes de sólidos. Já os grupos 2 e 5 foram coerentes na definição, mas falharam sobre a condição para a comparação de volumes. Foi perguntado, também, a respeito das dificuldades que podem aparecer ao usar modelagem matemática para estudar sólidos geométricos, onde foi possível realizar uma comparação entre as respostas, como mostra na tabela.

Revista ARACÊ
ISSN: 2358-2472

Tabela 4: Segunda Questão e Respostas.

Grupo	Quais dificuldades aparecem ao usar modelagem matemática para estudar sólidos geométricos?
1	Incluem na construção de modelos com medidas exatas, lidar com perdas de material, interpretar os resultados e relacionar o experimento com a teoria. Esses desafios podem afetar a precisão e a compreensão do modelo.
2	São representar corretamente as formas, fazer medições precisas e compreender as fórmulas dos volumes dos sólidos geométricos
3	A complexidade das equações que descrevem as formas geométricas, especialmente para sólidos mais irregulares. A interpretação dos resultados da modelagem também podem ser desafiadoras.
4	sólidos geométricos? Repitar o processo até que o cilindro esteja completamente cheio deverão ser necessárias três medidas do cone para encher o cilindro
5	a simplificação excessiva da realidade, a dificuldade em coletar dados precisos e a complexidade de construir modelos matemáticos.

Fonte: Autores.

De forma geral, os grupos revelaram que as maiores dificuldades estão na construção física dos modelos, compreensão conceitual de volume e forma, relação entre o concreto e o simbólico e na organização da própria atividade de modelagem. Essas falas mostram que a modelagem matemática é uma experiência rica, mas desafiadora, pois exige integração entre o pensar, o fazer e o interpretar, além de evidenciar que o papel do professor é crucial como mediador, ajudando os estudantes a transitar entre o mundo concreto e o abstrato, entre o cálculo e o significado.

Um aspecto muito importante foi o envolvimento dos estudantes em todo o processo de coleta e análise dos dados, promovendo engajamento e pensamento crítico. Nesse sentido, o fato de eles construírem os sólidos com as próprias mãos, fazendo os cálculos com situações reais para chegar em uma solução, proporcionou uma experiência concreta e envolvente, alinhada às diretrizes da BNCC.

6 CONCLUSÃO

A realização da oficina sobre sólidos geométricos demonstrou que a utilização de materiais concretos, aliados à experimentação e ao trabalho em equipe, estabelece um caminho metodológico eficaz para o ensino e a aprendizagem da Geometria Espacial no Ensino Médio. Ao permitir que os estudantes construíssem, manipulassem e comparassem prismas, pirâmides, cilindros e cones, foi possível transformar um conteúdo tradicionalmente abstrato em uma experiência visual e tangível, promovendo uma aprendizagem mais significativa.

Revista ARACÊ
ISSN: 2358-2472

Os resultados observados ao longo do processo confirmam que a abordagem prática e lúdica contribui para o desenvolvimento da percepção espacial, da argumentação lógica e da capacidade de relacionar conceitos teóricos às situações reais. Além disso, a verificação baseada na experimentação da relação entre os volumes dos sólidos, em que o volume da pirâmide e do cone corresponde a um terço do volume do prisma e do cilindro de mesma base e altura, respectivamente, reforçou a compreensão conceitual e favoreceu o protagonismo dos estudantes no processo de construção do conhecimento.

Constatou-se, ainda, que o uso de materiais simples e acessíveis, como cartolina, arroz e cola, viabiliza práticas pedagógicas de baixo custo, mas de alto potencial didático. Essa característica é especialmente relevante para o contexto das escolas públicas, onde frequentemente há escassez de recursos e instrumentos didáticos adequados. A oficina evidenciou que a criatividade docente e o planejamento pedagógico bem estruturado podem suprir essas limitações e estimular o interesse e a curiosidade dos alunos.

A análise das respostas aos questionários aplicados ao final da atividade revelou avanços significativos na compreensão do conceito de modelagem matemática e de sua aplicação na comparação de volumes de sólidos. Os grupos que melhor assimilaram o processo demonstraram não apenas a compreensão das relações geométricas, mas também a capacidade de interpretar e comunicar suas observações de maneira crítica e fundamentada.

Desse modo, conclui-se que experiências como esta contribuem para a recomposição da aprendizagem em Matemática, aproximando os estudantes do conhecimento científico por meio da experimentação e da reflexão coletiva. O trabalho reafirma a importância de metodologias ativas e práticas na consolidação dos conceitos geométricos, apontando para a necessidade de maior incentivo à integração entre teoria e prática nas aulas de Matemática.

Por fim, destaca-se que iniciativas dessa natureza fortalecem o papel do professor como mediador do saber e estimulam nos alunos o interesse pela investigação, pela cooperação e pela construção autônoma do conhecimento matemático.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, DF: MEC, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio. Brasília: MEC/SEMTEC, 1999.

COTRIM, Mikaelly Teixeira; SILVA, Márcio Santos. Materiais concretos no ensino de volume de sólidos tridimensionais. 2023. Trabalho de conclusão de estágio (Licenciatura em Matemática) – Universidade do Estado da Bahia, Caetité, 2023

D'AMBROSIO, U. Educação matemática: Da teoria à prática. 14ª ed. Local de publicação: Papirus, 2007.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. *Fundamentos de matemática elementar. 10: geometria espacial, posição e métrica*. 7. ed. São Paulo: Atual, 2013.

HELERBROCK, Rafael. "Princípio de Arquimedes"; *Brasil Escola*. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/fisica/principio-arquimedes.htm. Acesso em 09 de novembro de 2025.

LEÃO, Katy Wellen Meneses; BITTAR, Marilena. Volume, capacidade e grandezas relacionadas: atividades e propostas para o Ensino Médio. In: SEMINÁRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA (SESEMAT), 17., 2023, Campo Grande. Anais [...]. Campo Grande: UFMS, 2023.

LIMA, Elon. Lages, et al. A Matemática do Ensino Médio, vol. 2. Coleção do Professor de Matemática, SBM, 2006.

OLIVEIRA, Gildon César de et al. Uso de materiais concretos no ensino de cálculo de áreas e volumes de prisma e cilindro. *Revista Aracê*, São José dos Pinhais, v. 7, n. 3, p. 10658-10677, 2025. DOI: https://doi.org/10.56238/arev7n3-036

POMBO, Olga. OS ELEMENTOS DE EUCLIDES. *In*: OS ELEMENTOS DE EUCLIDES. [*S. l.*], 2025. Disponível em: https://webpages.ciencias.ulisboa.pt/~ommartins/seminario/euclides/elementoseuclides.htm. Acesso em: 9 nov. 2025.

SANTIAGO, Eilson; SILVA, Marcella Alves da; ARAÚJO, Maria Nilsa Martins de. Materiais manipuláveis no ensino de geometria espacial. *Revista Foco*, Curitiba, v. 16, n. 11, p. 1-17, 2023. DOI: https://doi.org/10.54751/revistafoco.v16n11-190

SILVA, Hendryl Daymyson Lima da et al. O ensino de geometria espacial com o uso de materiais concretos no ensino médio. In: IX ENCONTRO NACIONAL DAS LICENCIATURAS, 2023. *Anais [...]*. [S.l.]: CAPES, 2023. p. 1-15

SOUZA, Gabriel Willyan Pinheiro de; RENDEIRO, Manoel Fernandes Braz. Realidade aumentada e rotação por estações: proposta para o ensino-aprendizagem da geometria espacial na sala de aula. *Revista de Educação Matemática (REMat)*, São Paulo, v. 20, n. 1, p. 1-18, 2023. DOI: https://doi.org/10.37001/remat25269062v20id391

VITAL, Carla; MARTINS, Egídio Rodrigues; SOUZA, Jéssica Rodrigues de. O uso de materiais concretos no ensino de geometria. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. *Anais [...]*. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2016. p. 1-10. ISSN 2178-034X