



La papiroflexia: Un camino para la enseñanza y el aprendizaje exitoso de conceptos geométricos en la educación básica



<https://doi.org/10.56238/levv15n38-040>

Narciso Galástica Ruíz

Maestría en matemática Educativa Institución: Universidad de Panamá
Centro Regional Universitario de Los Santos, CRULS Docente Regular de la universidad de Panamá
CIP: 7-71-1008
Email: ngalastica06@gmail.com

Alcibiades Medina

Maestría en Matemática Educativa Institución: Universidad de Panamá
Centro Regional Universitario de Los Santos, CRULS Docente Eventual de la universidad de Panamá
CIP: 7-700-2251
Email: alcimed18@gmail.com

Yacsury Yamileth Montilla Arroyo

Licenciada en Matemática Institución: Universidad de Panamá
Centro Regional Universitario de Los Santos, CRULS CIP: 6-721-1622
Email: yacsury9830@gmail.com

RESUMEN

La enseñanza de la geometría requiere propiciar en el estudiante el desarrollo de procesos de concentración. Atención, paciencia, creatividad, entre otros, para que este aprenda a pensar y comprender conceptos abstractos que logren tener significado y utilidad dentro del proceso educativo y cotidianidad, analizando la técnica de la papiroflexia para la enseñanza y el aprendizaje exitoso de conceptos geométricos.

Palabras clave: Educación básica, Didáctica, Geometría, Origami, Papiroflexia, Conceptos abstractos.

1 INTRODUCCIÓN

Este artículo se basa en una revisión documental sobre la técnica de la papiroflexia de tal manera que, facilite el proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática, en especial de la geometría. Esta técnica permite el fortalecimiento didáctico en los maestros para el desarrollo de los contenidos geométricos, resultando una estrategia pedagógica que resulte beneficiosa en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes. La importancia del estudio se sustenta en la intención de introducir a la didáctica de la enseñanza de la geometría, técnicas con una nueva visión, concebida como acción áulica, contribuyendo con ello a disminuir los índices de fracaso en el área.



2 ANTECEDENTES

Papiroflexia es el término en español para el doblado de papel o papel folding, es un sinónimo del Origami referido al arte japonés del plegado de papel, el cual se ha constituido en una técnica incorporada en la educación en diversas áreas, que facilita el proceso de enseñanza y aprendizaje en los estudiantes.

Su historia comienza en China en el siglo I ó II al igual que el papel, y llega a Japón en el VI; se usaba como pasatiempo exclusivo de las clases altas, considerando que solo ellos podían tener acceso al papel por su alto costo, ya que era considerado un artículo de lujo. Para el año 1338, Periodo Muromachi, el papel fue más accesible por lo que surgieron adornos en origami para destacar la clase social.

Sin embargo, en el año 1603, Periodo Tokugawa, se dio la democratización del origami dando paso al surgimiento de una gran cultura; dando base a la pájara y la grulla, que es la figura más popular en Japón.

A principios del siglo XX, el promotor del origami fue Miguel de Unamuno y Jugo, quién lo descubrió en una exposición mientras visitaba París para la inauguración de la Torre Eiffel, creando después su escuela de plegadores. (Prieto Bustamante, 2017). Esto ha constituido, la aportación más importante a la papiroflexia desde la invención del papel, ya que, ha permitido la difusión internacional de las distintas creaciones.

Así el plegado de papel aparece con mayor frecuencia en el Oriente, específicamente,

en Japón, técnica que se transmite en las generaciones dentro de la religión sintoísta; una de las expresiones más antiguas desarrolladas en el siglo XVII fueron los símbolos de fortuna llamados Noshis y la poética del Haiku, utilizadas en las enseñanzas del budismo Zen y del teatro de títeres Jöruri realizada con plegados de papel (Fernández Arevalo, 2017).

Otro aspecto de interés, se observa que el carácter ceremonial y simbólico del plegado de papel se fue perdiendo con el tiempo y, renace en el año 1878 en los trabajos Froebelianos, es así, que la actividad de plegar papel resurge con la pedagogía y la didáctica, siendo Friedrich Fröbel quien incorpora al sistema educativo los trabajos manuales (Santillana Mujica, 2018). En este sentido, destaca el autor que:

Plegar papel, partiendo de un cuadrado tenía por objetivo la enseñanza intuitiva de la geometría, utilizando sus formas para acercar al conocimiento y generar una actividad de preguntas y respuestas entre el profesor y el estudiante, desarrollándose con ese el sentido de observación y criticidad del estudiante (p.12).

Sobre esto, otra importante contribución lo hace el pionero de la papiroflexia moderna, el japonés Akira Yoshizawa, a quien se debe la simbología actual de las instrucciones de plegado de los modelos, lo que permitió la difusión internacional de las diferentes creaciones, sin importar el idioma en que se escriban esos desarrollos.

Para Royo Prieto (2002) “las creaciones de origami, de acuerdo con las leyes de la naturaleza, requieren el uso de la geometría, la ciencia y la física. También abarcan la religión, la filosofía, entre otros; la posibilidad de la creación de trabajo es infinito” (p.45). Ciertamente, afirma el autor, el plegado es un diálogo entre el artista y el papel, un trabajo manual, de espíritu y creación, que debe realizarse con un estado de energía positivo que se irradie desde la creatividad e innovación del ser.

Ante estos enfoques de utilidad de la papiroflexia, en la actualidad, se han establecido dos corrientes, la escuela no científica, en donde la filosofía consiste en expresar la esencia de lo que se desea representar con el mínimo de pliegues y la escuela científica, en donde el plegado ha sido desarrollado fundamentalmente por matemáticos, ingenieros y técnicos, persiguiendo la exactitud con un sin número de métodos matemáticos y algorítmicos.

Hemos tomado en cuenta la propuesta de Humiaki Huzita como referencia los seis axiomas y de Koshiro Hatori el séptimo axioma del doblado de papel, tal como es citado por Santa Jaramillo (2017).

En el cuadro 1 se presentan los postulados axiomáticos que dan el sustento teórico para el uso de la papiroflexia del plegado de papel como herramienta didáctica para la enseñanza de los contenidos geométricos en la educación básica, permitiendo un aprendizaje dinámico de la geometría, donde los conceptos aparecen y reaparecen integrando manipulación, teoría y arte, así como, facilitando la consolidación y estimulación de los mayores niveles de abstracción.

Cuadro 1 Definiciones de Axiomas de la papiroflexia		
Axioma	Gráfico	Objeto matemático
Dados dos puntos P_1 y P_2 , se puede realizar un pliegue que los conecte		Recta que pasa por dos puntos
Dados dos puntos P_1 y P_2 , se puede realizar un pliegue que los conecte P_1 sobre P_2		Mediatriz del segmento P_1 y P_2
Dadas dos rectas l_1 y l_2 , se puede plegar l_1 sobre l_2		Bisectriz del ángulo formado por las rectas l_1 y l_2
Dado un punto P y una recta l , se puede hacer un pliegue perpendicular a l que pase por P .		Recta perpendicular a otra que pasa por P . Segmento de longitud mínima que une un punto de l y P . Distancia de P a l
Dados dos puntos P_1 y P_2 , y una recta l , podemos hacer un pliegue que haga corresponder a P_1 con un punto de l y que pase por P_2		Repetiéndolo, se obtiene la envolvente de una parábola. Es equivalente a encontrar la Intersección de una línea con un círculo, por lo que puede tener 0, 1 o 2 soluciones

Fuente. Santa Jaramillo (2017)

Cuadro 1 Definiciones de Axiomas de la papiroflexia (Cont...)		
Axioma	Gráfico	Objeto matemático
Dados dos puntos P_1 y P_2 , y dos rectas l_1 y l_2 , se puede hacer un pliegue que haga corresponder a P_1 con un punto de l_1 y P_2 con un punto de l_2 .		Permite resolver ecuaciones cúbicas (ecuaciones de tercer grado).
Dado un punto P y dos líneas l_1 y l_2 , hay un pliegue que coloca P en l_1 y perpendicular a l_2 .		Solución de una ecuación de segundo grado, por lo que puede tener dos soluciones reales distintas, dos soluciones reales iguales o no tener solución en los reales

Fuente. Santa Jaramillo (2017)

- Dos puntos distintos en una misma hoja de papel.
- Un punto sobre un pliegue.
- En síntesis, los axiomas toman como base teórica:
- Dos pliegues de una misma hoja.
- Dos ángulos y su congruencia si al superponerse coinciden.
- Dos segmentos y su congruencia si al superponerse coinciden.

Con base a ello, la papiroflexia, además de crear sus propias reglas, también brinda a la educación una herramienta importante para mejorar las capacidades de concentración, memoria, análisis y desarrollo de conceptos geométricos por medio de la activación del pensamiento lógico-espacial y el desarrollo de las destrezas psicomotoras.

La papiroflexia como técnica para la enseñanza de la geometría se rige por reglas, así sea:

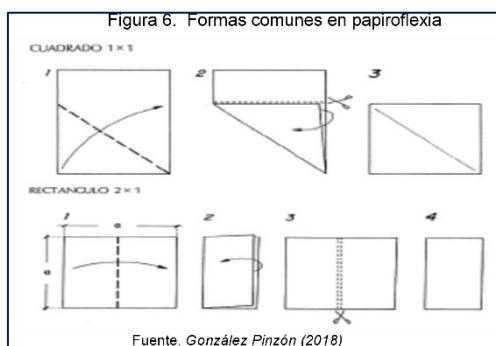
1. Vergara Soler (2017), explica que la elección del papel es la primera regla a realizar. Debe de estar recortado perfectamente en un cuadrado y el tamaño dependerá de las dimensiones que se desea que tenga la figura. Si las medidas no son las adecuadas pueda que la pieza salga mal y tenga que repetir pasos que pueden dejar marcas notorias en el papel.
2. La segunda regla que menciona Vergara Soler (2017), es que se debe trabajar con cuidado y pulcritud, por ello es necesario ocuparse en superficies lisas y estables. Cabe resaltar lavarse las manos antes de formar una figura, limpiar el mueble a utilizar y, asegurarse que no tenga desniveles para así tener pliegues exactos.
3. La tercera regla es que se requiere repasar los dobleces y pliegues con la uña del pulgar, éstos se marcarán mejor y así se consigue que los siguientes pasos resulten más fáciles (González Pinzón, 2018).
4. Al mismo tiempo González Pinzón (2018) explica como cuarta regla que hay que conocer el conjunto de símbolos internacionales para realizar algún movimiento, porque cada paso que se muestra lleva un orden que se debe cumplir.

5. Como quinta regla, Vergara Soler (2017), explica que quien no haya practicado nunca la técnica de papiroflexia deberá empezar a hacerlo con las figuras base.

El tamaño y la forma de un papel a utilizar dependen de la figura y la medida que se busca en el resultado final. Como explica Corrado Núñez (2018) “el papel para la mayoría de la papiroflexia debe ser cuadrado, pero algunos modelos se hacen a partir de rectángulos (...). Otros utilizan papel en forma de triángulo, rombo; papel de cinco, de seis o de ocho lados, e

incluso redondo” (p.18). En todo caso su medida debe de ser proporcional, tanto en lo alto como en lo ancho.

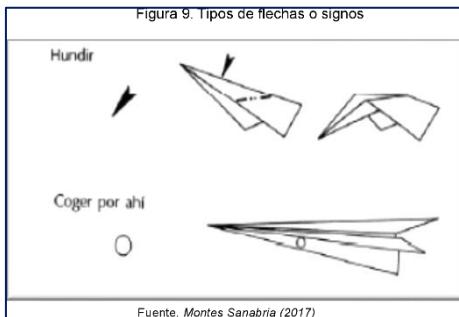
Así pues, González Pinzón (2018) indica que “las tres formas más comunes en papiroflexia son: el cuadrado 1 x 1, el rectángulo 2 x 1, y el folio, el que no es necesaria una medida exacta” (p.19). En oportunidades, el papel que se tiene no consta con las medidas deseadas por lo cual, el mismo autor señala que “a menudo, el primer paso es doblar el papel con objeto de cortarlo en la forma deseada sin necesidad de hacer mediciones” (p.20).



En tal sentido, para obtener un tamaño adecuado, es necesario doblar el papel y así cortarlo. Por su parte, González Pinzón (2018, p.29) menciona sobre aspectos relevantes del papel que:

- El tamaño del papel no es importante, a menos que sea tan pequeño o grande que no pueda manejarse. En la mayoría de los plegados puede usarse un pedazo de entre quince y treinta centímetros de ancho.
- El papel que se usa en papiroflexia debe ser resistente, fino y de color adecuado. Pero si no se puede obtener un papel especial, la verdad es que se puede usar casi cualquier otro.
- El tipo de papel no es una limitante para quien quiera crear figuras de origami. No importa si es de regalo, oficina, transparente o uno más especializado, solo es necesario que sea resistente para realizar varios plegados y tener pasión por doblar.

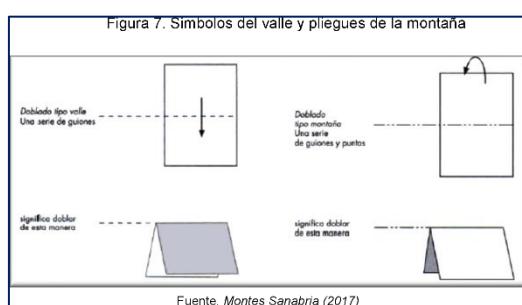
En síntesis, respecto al papel, se puede usar cualquier tipo, ya que cada uno le brindará carácter y una personalidad propia a la pieza. Lo que sí se debe tener en cuenta, es que unos más opacos y otros que transmiten mejor la luz. De igual manera, considerar el grosor, ya que para mayor pliegues es recomendable usar un menor espesor que para piezas menos complejas.



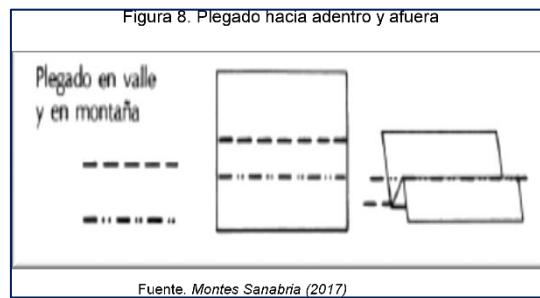
En la papiroflexia se ha creado un lenguaje en común desarrollado por Akira Yoshizawa, quien en los años sesenta creó un conjunto de símbolos que en la actualidad son usados a nivel internacional. Por su parte, Montes Sanabria (2017) indica que:

Los símbolos necesarios a aprender son los del valle y los pliegues de la montaña. Los primeros son doblados hacia dentro y se indican mediante guiones (---), los segundos hacia fuera y se indican mediante una serie de rayas y puntos (-·-·-·-). Es importante tomar en cuenta las direcciones para lograr realizarlas.

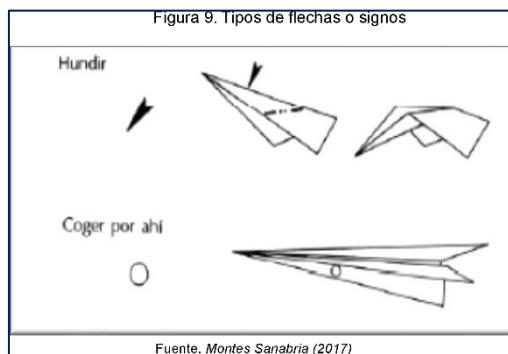
En la figura 7, se presenta símbolos del valle y pliegues de la montaña.



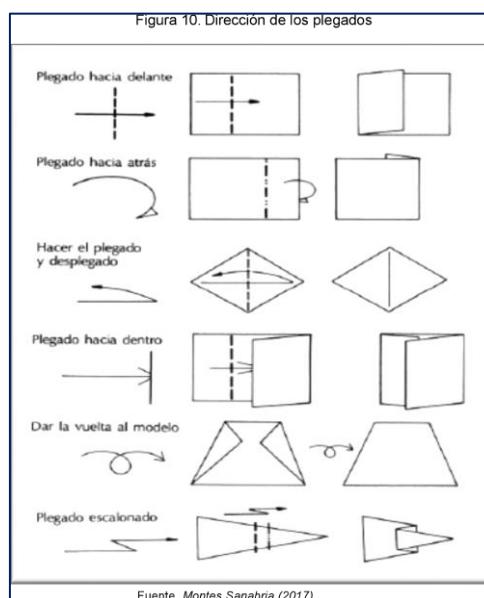
Al momento de crea una figura, es probable que esté compuesta por estos tipos de dobleces, por lo cual es importante reconocer cuándo es hacia dentro o afuera, ya que las figuras pueden tener ambos movimientos.



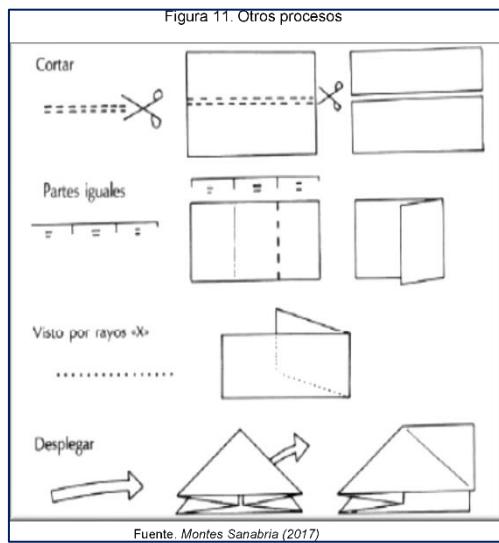
Otros tipos de flechas o signos según Montes Sanabria (2017) “(...) indica que se debe hundir, presionar, o apretar en ciertos puntos”.



Montes Sanabria (2017) indica que “las flechas muestran la dirección por la que debemos doblar: izquierda, derecha, arriba, abajo, adelante, atrás y adentro”.



Además del sentido o dirección del pliegue, también existen procesos complicados que solo se pueden realizar si se conocen bien los símbolos del origami. Estos pueden ir desde cortar, desplegar, doblar para volver a plegar, repetir un paso, hasta ver el resultado de la figura por ambos lados.



Se entiende que para realizar las figuras siempre hay que seguir las instrucciones de forma correcta y fijarse en los dibujos de los diagramas. Esto permite un proceso más fácil, exacto y de calidad.

Figura 12. Síntesis de Pliegues y líneas básicas

Tipo de linea.	Proceso de plegado.	Explicación.
Pliegue valle.		Consiste en doblar hacia delante, llevando un lado del papel sobre el otro.
Pliegue Monte.		Consiste en doblar hacia atrás, llevando un lado del papel sobre el otro.
Plegar y desplegar.		Este en realidad no es un pliegue, son dos que se hacen uno tras otro. Consiste en doblar, bien sea en monte o en valle y a continuación desdoblar. El resultado que queda es una marca.
Marca.		Las marcas son siempre el resultado de plegar y desplegar algo.
Rayos X.		Este tipo de linea, puede representar pliegues que se están haciendo en alguna capa de nuestro modelo que no podemos ver o bien marcarlos alguna linea del borde de la figura que está oculta.

Fuente. Montes Sanabria (2017)

Los diferentes tipos de papiroflexia se clasifican de la siguiente manera:

Cuadro 2
Clasificación según finalidad, tipo de papel y cantidad de piezas utilizadas

Aspectos	Tipos y clasificación
Finalidad	Artístico: construcción de figuras de la naturaleza Educativo: construcción de figuras para el estudio de propiedades geométricas y desarrollar diferentes habilidades
Forma del papel	Tiras: se parte de una tira de papel Papel completo: se parte de un trozo de papel en forma cuadrangular, rectangular o triangular
Cantidad de trozos	Tradicional: un solo trozo de papel inicial Modular: varios trozos de papel inicial simples que se pliegan o superponen para formar unidades, generalmente iguales, que se unen para dar lugar a una figura compleja

Fuente. Grados Pinto (2019)

Cuadro 3

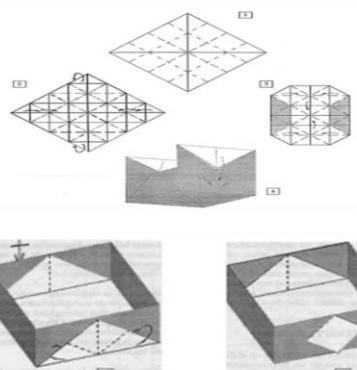
Clasificación según tipos

Tipos	Características
Papiroflexia de acción	Estáticas: figuras inmóviles Móviles: figuras con las que se puede emular movimientos de objetos/animales.
Papiroflexia modular	Se crean figuras más complejas colocando varias piezas iguales juntas.
Papiroflexia con plegado húmedo	Se humedece el papel de figuras ya creadas para moldearlo a la forma deseada. Con esto se consigue mayor realismo a las figuras
Papiroflexia pura	Únicamente se realiza mediante pliegues
Papiroflexia teselada	Composición de figuras que se repiten para cubrir totalmente una superficie.

Fuente. Vásquez Fuerte (2018)

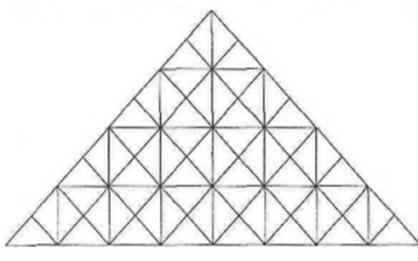
La técnica papiroflexia hace parte de todo un arsenal de ayudas educativas funcionales y económicas que un docente puede incorporar al quehacer dentro de un aula de clases en cualquiera de los niveles escolares, sólo tiene una limitación: la imaginación o la creatividad de quien la use. Se presentan demostraciones y aplicaciones desarrolladas a través de la técnica papiroflexia, ilustradas por González Pinzón (2018):

Figura 13. Básico. Caja rectangular básica



Fuente. González Pinzón (2018)

Figura 14. Triángulo isósceles igualmente rectángulo isósceles con la misma área cuadrada



Fuente. González Pinzón (2018)

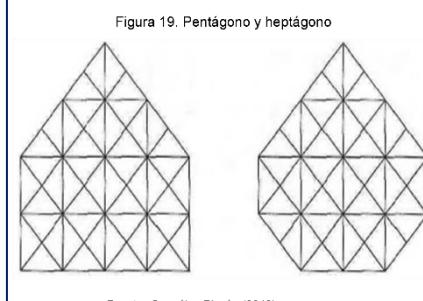
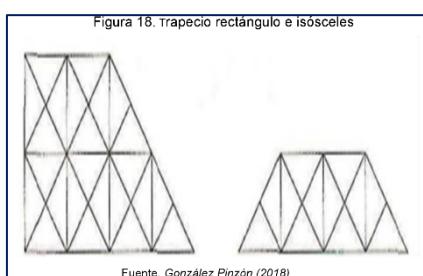
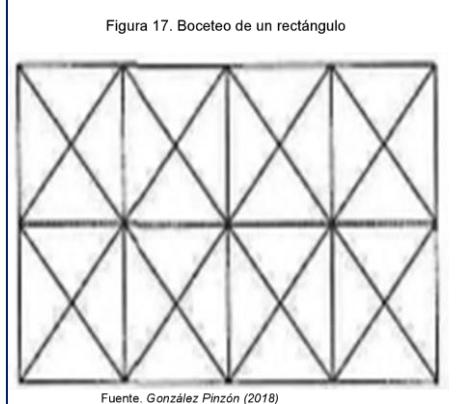
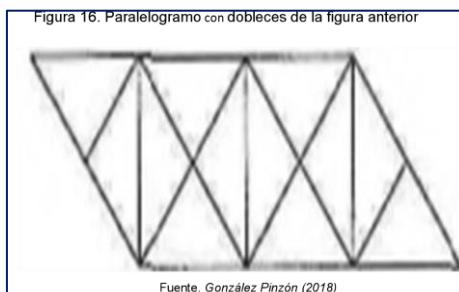
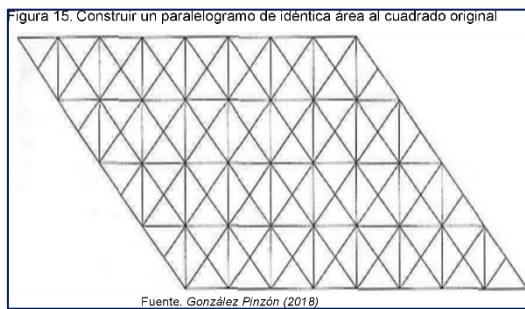
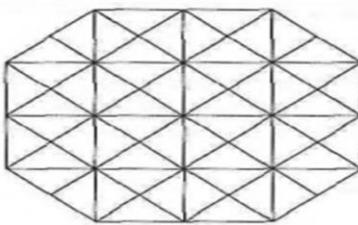
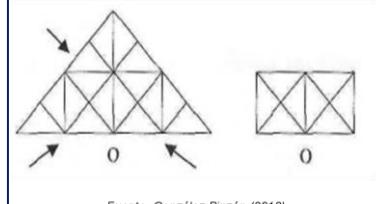


Figura 20. Octágono con sus lados iguales cuatro a cuatro



Fuente. González Pinzón (2018)

Figura 21. Suma ángulos interiores de un triángulo



Fuente. González Pinzón (2018)

Se muestra que la suma de los ángulos interiores de un triángulo cualquiera es 180° . Para ello, se vuelve a la división el cuadrado en dos triángulos. Si llevan los tres vértices al punto común 0, los tres ángulos quedan en línea recta formando un ángulo plano o sea 180° .

Como síntesis se considera que la técnica de la papiroflexia u origami, es entendida como el arte de hacer figuras de papel, es una actividad milenaria que perdura hoy en día como instrumento educativo. Sus cualidades son positivas, ya que favorece la concentración y atención.

Como técnica utilizada para la enseñanza de la geometría, desde el punto de vista didáctico, el proceso de plegado involucra y motiva al alumno, y favorece el desarrollo de habilidades como la precisión y la visión espacial, pudiendo tener una perspectiva objetiva para manipularla y estudiar las propiedades geométricas in situ.

La técnica contiene definidos siete axiomas cada uno de estos se asocia a la resolución de objetos matemáticos que se configuran en la enseñanza de la geometría. Al etiquetar una estructura de origami con longitud, ancho y alto, los estudiantes aprenderán términos claves y maneras de describir una forma, pudiéndola usar para determinar el área aplicando una fórmula a una estructura del mundo real.

Por consiguiente, de alguna manera, es un recurso innovador para complementar la instrucción en la construcción geométrica, determinar fórmulas geométricas y algebraicas y aumentar la destreza manual. Además, es una excelente manera de poder fusionar diferentes áreas como la ciencia, tecnología, ingeniería, arte y matemáticas.



REFERENCIAS

- FERNÁNDEZ AREVALO, D. Llega el origami científico. Revista digital Muy Interesante, 2017. Disponible en: <https://www.muyinteresante.es/ciencia/articulo/llega-el-origami-cientifico-25147314799>. Consultado el: 01 jun. 2022.
- GONZÁLEZ PINZÓN, D. La papiroflexia como recurso didáctico para las Matemáticas y el Arte, 2018. Disponible en: https://bermarez._giroscopi. Consultado el: 14 may. 2022.
- GRADOS PINTO, I. Geometría con papel. Papiroflexia matemática, 2019. Disponible en: <http://imarrero.webs.ull.es/sctm05/modulo3tf/1/cblanco.pdf>. Consultado el: 01 jun. 2022.
- MONTES SANABRIA, P. Cómo hacer figuras de papel: iniciación a la papiroflexia. 3.^a ed. Madrid: Tursen, S.A., 2017.
- PRIETO BUSTAMANTE, F. El plegado en geometría. Líneas notables del triángulo, 2017. Disponible en: <http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles>. Consultado el: 15 may. 2022.
- ROYO PRIETO, O. Matemáticas y papiroflexia. Sigma 21, 2002, p. 174-192.
- SANTA JARAMILLO, H. Practiquemos origami. Editorial Nesson Ltda., 2017. Disponible en: <http://www.geocities.com/tokyo/6211/origami1.html>. Consultado el: 12 may. 2022.
- SANTILLANA MUJICA, U. Didáctica e historia de la geometría Euclidiana. México: Grupo Editorial Iberoamérica, S. A. de C. V., 2018.
- VÁSQUEZ FUERTE, G. Cómo hacer figuras de papel: iniciación a la papiroflexia. 3.^a ed. Madrid: Tursen, S.A., 2018.
- VERGARA SOLER, D. La magia del origami. 4.^a ed. Tokio: EDAF, 2017.