LUMEN ET VIRTUS

ISSN: 2177-2789

LA MAGIA DE LOS NÚMEROS EN LA SIMPLICIDAD DE LOS LOGARITMOS DE JOHN NAPIER

https://doi.org/10.56238/levv16n45-006

Data de submissão: 05/01/2025 **Data de publicação:** 05/02/2025

Ariel Antonio Robles Gálvez
Universidad Nacional de Panamá
E-mail: arielrobles2812@gmail.com
C.I.P: 7-707-2238

Alcibiades Medina
Prof
Universidad Nacional de Panama
E-mail: alcimed18@gmail.com
C.I.P: 7-700-937

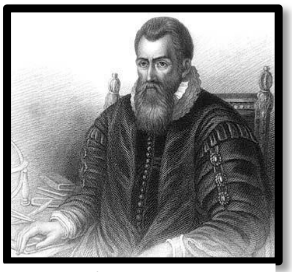
Narciso Galástica Ruíz
Universidad Nacional de Panamá
E-mail: ngalastica06@gmail.com
C.I.P: 7-71-1008

RESUMEN
John Napier, barón de Merchiston (1550-1617), fue un matemático y teólogo escocés cuyas contribuciones revolucionaron la ciencia y las matemáticas. Según Fernandez, Tomas y Tamaro (2004), Napier combinó su fe protestante con un enfoque crítico hacia la Iglesia católica, expresado en su obra teológica A Plaine Discovery of the Whole Revelation of Saint John. Aunque esta obra fue notable en su época, su legado perdura principalmente por el desarrollo de los logaritmos, una herramienta fundamental en la simplificación de cálculos matemáticos complejos.

Palabras claves: Logaritmos. Matemáticas. Astronomía. Simplificación. Reforma. Protestante.

1 INTRODUCCIÓN

En este articulo se presenta la historia, vida y aportes de John Napier (1550-1617) fue un influyente matemático, físico y astrónomo escocés conocido por sus notables contribuciones al campo de la matemática, en particular por su invención de los logaritmos y su influencia en el desarrollo de las matemáticas en su época.



John Napier

Napier nació en Merchiston, Escocia, en una familia noble. A lo largo de su vida, se interesó por una amplia gama de disciplinas, incluyendo la teología, la astronomía y la matemática. Sin embargo, es más conocido por su trabajo en matemáticas, que culminó con la invención de los logaritmos en la primera mitad del siglo XVII.

La idea principal de este documento es mostrar las importantes contribuciones de este matemático escocés entre sus contribuciones fundamentales están los logaritmos de Napier, publicados en su obra "Mirifici Logarithmorum Canonis Description" en 1614, permitieron simplificar cálculos complejos, como la multiplicación y la división, transformándolos en operaciones más simples de suma y resta. Esta invención revolucionó la matemática y la navegación, ya que facilitó los cálculos necesarios para la astronomía y la cartografía, entre otras disciplinas.

Los logaritmos de Napier también allanaron el camino para el desarrollo posterior del cálculo y la trigonometría, influyendo en matemáticos y científicos de generaciones futuras. Su legado perdura en la matemática y en la ciencia en general, y su contribución a la simplificación de cálculos complejos es una parte fundamental de la historia de las matemáticas.

2 TEORÍA CONCEPTUAL

Tras más de veinte años de investigación, Napier publicó en 1614 su obra Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio, introduciendo los logaritmos. Esta innovación transformó las operaciones de multiplicación y división en sumas y restas, facilitando los cálculos en campos como la astronomía y la navegación. Según el Dictionary of National Biography (2013), Henry Briggs, matemático inglés, colaboró con Napier para desarrollar los logaritmos de base 10, que se popularizaron en toda Europa.

John Napier también se destacó en trigonometría y astronomía, creando logaritmos trigonométricos que simplificaron los cálculos en estas áreas. Además, contribuyó al diseño de herramientas matemáticas, como las tablas logarítmicas y las reglas de Napier, expuestas en su obra Rabdologiae seu Numerationis per Virgulas Libri Duo (1617). Napier Nacido en una época marcada por tensiones religiosas, Napier fue un ferviente protestante. Según Joseph Frederick Scott (2009), dedicó gran parte de su vida a defender sus creencias, expresadas en su obra Plaine Discovery. Esta actitud reflejaba las transformaciones religiosas en Escocia durante la Reforma Protestante.

Aunque su reconocimiento inicial fue limitado en comparación con contemporáneos como Galileo Galilei, el impacto de Napier creció con el tiempo. Su trabajo fue fundamental para la transición de las matemáticas medievales a las modernas. Las contribuciones de Napier a los logaritmos y a la simplificación de cálculos matemáticos siguen siendo valoradas en la actualidad, consolidando su lugar en la historia de la ciencia. Según Bradley, Micheael (2006). “Sin dudas, su mayor aporte en el campo de la matemática fue el concepto de logaritmo. Napier estudió acerca de ellos entre 1590 y 1617. La primera obra que publicó en ese sentido fue Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio (Descripción de una admirable tabla de logaritmos) en 1614. Allí describe cómo utilizar los logaritmos para resolver problemas con triángulos y da una tabla de logaritmos. En 1619 su hijo^ Robert publica póstumamente Mirifici logarithmorum canonis constr uctio (Construcción de una admirable tabla de logaritmos), donde se explica cómo se construye la tabla de logaritmos”.

Si bien en el comienzo denominó números artificiales a los logaritmos, él mismo crearía luego el nombre con el que se los conoce actualmente, al combinar las palabras griegas “logos” (proporción) y “arithmos” (número).

El descubrimiento de Napier tuvo un éxito inmediato, tanto en la matemática como en la astronomía. Algunos de los pioneros en seguir su trabajo fueron Henry Briggs y John Speidell. Johannes Kepler dedicó una publicación de 1620 a Napier, afirmando que los logaritmos fueron la idea central para poder descubrir la tercera ley del movimiento de los planetas.

Una cita de Pierre-Simon Laplace hace mención y honor al descubrimiento y aplicación de los logaritmos por Napier.

Según Pierre-Simon Laplace (2013) “Con la reducción del trabajo de varios meses de cálculo a unos pocos días, el invento de los logaritmos parece haber duplicado la vida de los astrónomos”.

Según Susana B. Impellizere de Córdoba. (2005). “En el siglo XVI y comienzos del siglo XVII, a medida que la matemática se desarrollaba, se experimentaron enormes dificultades de carácter práctico computacional. Estas dificultades se concentraban alrededor de los problemas de confección de tablas de las funciones trigonométricas, la determinación del valor de, la búsqueda de algoritmos simples y confiables de determinación de las raíces de las ecuaciones con coeficientes numéricos dados, entre otros, los cálculos se realizaban sólo a mano".

Según Susana B. Impellizere de Córdoba (2005). "Los logaritmos decimales y naturales que se utilizan actualmente no usan la misma base que los logaritmos de Napier, aunque en su honor a los logaritmos naturales se los denomina neperianos. A Napier le costó veinte años de trabajo razonar sobre las propiedades y existencia de los logaritmos. Debió reflexionar sobre las sucesiones de potencias de un número dado, que habían aparecido publicadas en la Arithmetica integra de Stifel cincuenta años antes y en las obras de Arquímedes. (La notación que usamos actualmente para potencias recién la introdujo Descartes después de la muerte de Napier). Napier observó que a los productos o cocientes de las potencias corresponden respectivamente las sumas o diferencias de los índices o exponentes de las potencias mismas. De ahí surgió la idea de sustituir cada multiplicación con una suma".

El problema que le encontraba es que, si usaba una sucesión de potencias enteras de una base entera, por ejemplo, dos, no resultaba útil para el cálculo debido a que los grandes huecos entre los términos sucesivos hacen la interpolación demasiada imprecisa.

El conocimiento, a través de John Craig, del uso del método de 15 prostaféresis que utilizaban los astrónomos en Dinamarca, lo animaron a redoblar sus esfuerzos publicando finalmente en 1614 su obra Mirifici logarithmontm canonis descriptio (descripción de la maravillosa regla de los logaritmos).

La idea central de la obra de Napier fue la siguiente: para lograr que los términos de una progresión geométrica formada por las potencias enteras de un número dado estén muy próximos unos a otros, hace falta tomar ese número muy próximo a uno.

Napier decidió tomar $1 - 10^{-7} = 0.9999999$ como el número dado; entonces los términos de la progresión (decreciente) de potencias enteras crecientes, están muy próximos entre sí. Multiplicó todas las potencias por 10^7, para evitar el uso de decimales, así si

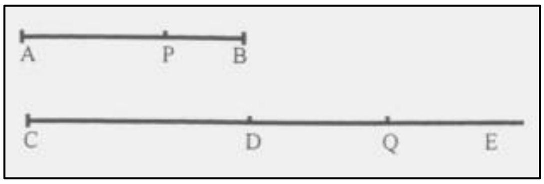
$N = 10^7 \left(1 - \frac{1}{10^7}\right)^{l}$, [illegible]

será 0, el logaritmo de $10^7 \left(1 - \frac{1}{10^7}\right) = 9999999$ será 1.

Al dividir los números y los logaritmos por 10^7, obtendríamos prácticamente un sistema de logaritmos de base $\frac{1}{e}$, ya que $\left(1 - \frac{1}{10^7}\right)^{10^7}$ no diferencia demasiado del $\lim_{n\to\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n} = \frac{1}{e}$.

Según Susana B. (2005) “Napier no utilizaba la idea de base de un sistema de logaritmos, puesto que su definición es diferente de la nuestra. Napier explicó en forma geométrica la correspondencia entre dos sucesiones de números, una en progresión aritmética y otra en progresión geométrica valiéndose del concepto de dos puntos que se mueven por diferentes líneas rectas, uno con velocidad uniforme, y el otro con velocidad acelerada.

Supongamos un segmento $\bar{A}\bar{B}$ y una semirecta $\bar{C}\bar{D}\bar{E}$ dados, un punto P que parte de A y se mueve a lo largo de $\bar{A}\bar{B}$ con velocidad variable que decrece en proporción a su distancia a B; y que el punto Q parte al mismo tiempo de C y se mueve a lo largo de la semirrecta $\bar{C}\bar{D}\bar{E}$ con velocidad uniforme igual a la velocidad inicial del punto P; entonces Napier llama a la distancia variable $\bar{C}\bar{Q}$ el logaritmo de la distancia $\bar{P}\bar{B}$.



Esta forma de definir los logaritmos está de acuerdo a la definición anterior. Para la demostración, sea $\bar{P}\bar{B} = x$ y $\bar{C}\bar{Q} = y$. Si tomamos $\bar{A}\bar{B} = 10^7$ velocidad inicial de P, entonces, en el lenguaje actual es equivalente a la ecuación $dx = -x$ y $dy = 10^7$, com

$x_0 = 10^7$

Entonces $\frac{dy}{dt} = -\frac{10^7}{x}$ o bien $y = -10^7 lncx$ donde la constante c se determina a partir de las condiciones iniciales y resulta $c = 10^{-7}$, asi pues, $y = -10^{-7} ln \frac{x}{10^7}$ o bien $\frac{y}{10^7} = log_{\frac{1}{e}} \frac{x}{10^7}$.

Es decir, que si las distancias $\bar{P}\bar{B}$ y $\bar{C}\bar{Q}$ estuvieran divididas por 10^7 entonces la definición de Napier nos conduciría precisamente a un sistema de logaritmos de $\frac{1}{e}$, tal como decíamos anteriormente.

Según Dolciani, Berman, Wooton (2004). “Al principio Napier llamó a sus índices de potencias o exponentes "números artificiales" o "números de relación" (de la unión de las palabras griegas: λ o y $\boldsymbol{\vartheta}$ – relación $\alpha\rho\tau\varphi\mu o\varepsilon$ – número). Esta denominación la eligió, para subrayar que los logaritmos constituyen números auxiliares que miden relaciones entre los números correspondientes”.

A pesar de la idea general de la escala numérica continua, los logaritmos de Napier aún eran tablas de comparación de los valores de dos progresiones: aritmética y geométrica.

La progresión que neper estudiaba eran las progresiones aritméticas que comenzaban con 0 y las geométricas que comenzaban con 1

Progresión Aritmética	0	1	2	3	4	5	6
Progresión Geométrica	1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000

Observemos las siguientes progresiones tenemos la progresión aritmética (0,1,2,3,4,5 …) y la progresión geométrica (1, 10,100, 1000 …).

3 PRIMERA REGLA

Si sumamos dos términos de la progresión aritmética obtengo otro mismo término de esa misma progresión lo que equivale a multiplicar los términos correspondientes de la progresión geométrica, por ejemplo:

$$2 + 4 = 6$$

$$100 \cdot 1\ 000 = 1\ 000\ 000$$

Sumado el 2 + 4 = 6 lo que equivale a multiplicar sus correspondientes términos en la progresión geométrica es decir si multiplicar el correspondiente a 2 que sería 100 multiplicado por el correspondiente a 10 000 se obtiene 1 000 000 que sería el correspondiente a 6 en la progresión geométrica.

4 SEGUNDA REGLA

Si resto dos términos de la progresión aritmética obtengo otro término de esta misma lo que corresponde al cociente de los dos términos de la progresión geométrica correspondiente, por ejemplo:

$$6 - 4 = 2$$

$$\frac{1\ 000\ 000}{10\ 000} = 100$$

Si se resta 6 de 4 se obtiene 2 es decir que sería equivalente para la progresión geométrica dividir 1 000 000 con 10 000 y así obtener el número 100 que sería el correspondiente a 2 en progresión geométrica.

5 REGLA NUMERO 3

Si se toma un término de la progresión aritmética como multiplicando y un número cualquiera como multiplicador se obtiene un producto tal que su término correspondiente de la geométrica es el resultado de tomar como base el resultado elevado a la igual potencia que el multiplicador.

Es decir:

$$2 \cdot 3 = 6$$

$$100^3 = 1\,000\,000$$

Si tenemos 2 que es el término de la progresión aritmética y lo multiplicamos por 3 el resultado es 6 lo que sería lo mismo a elevar el 100 a ese mismo 3 y dará como resultado el correspondiente de 6 en la geométrica es decir 1 000 000.

6 REGLA NÚMERO 4

Si se divide un término de la progresión aritmética entre cualquier cantidad se obtiene como cociente otro de la misma progresión correspondiente a una de la geométrica que es la raíz de la cantidad correspondiente al tomado como un dividendo en la progresión aritmética.

Es decir:

$$\frac{6}{2} = 3$$

$$\sqrt{1\,000\,000} = 1\,000$$

Si tomamos el 6 de la progresión aritmética y lo dividimos entre 2 obtenemos el 3 de esa misma progresión lo que sería equivalente a sacar raíz cuadrada de 1 000 000 del correspondiente a 3 en la geométrica por lo tanto obtenemos 1 000.

Progresión Aritmética	0	1	2	3	4	5	6
Progresión Geométrica	1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000

Neper llamo logaritmos a los términos de una progresión geométrica que comienzan por uno a los correspondientes términos de la progresión aritmética que comienzan por 0 es decir si logaritmo de 1 es igual a 0, logaritmo de 10 es igual a 10 así sucesivamente logaritmo de 10 000 es igual a 4 logaritmo de 1 000 000 es igual a6.

Logaritmos, proveniente de la palabra compuesta de dos palabras griegas logos (o razón) y arithmos (o número). En vista de las exigencias de la astronomía de la época, como ya dijimos, la tabla de Napier la formaban, los logaritmos de las funciones trigonométricas. Ante todo, una columna aparte la formaban los logaritmos de los senos de los ángulos del primer cuadrante, elegidos con intervalos de 1. Ellos daban, de esta manera, también los valores de los logaritmos de los cosenos (como senos de los ángulos complementarios). En una columna especial, bajo la denominación de "diferencia" se ponían las diferencias de los logaritmos de los senos de los ángulos complementarios, esto es, los logaritmos de las tangentes. Napier conocía que los logaritmos de las funciones trigonométricas inversas se obtenían simplemente por un cambio de signo.

7 REFLEXIONES FINALES

John Napier fue una figura importante en la historia de las matemáticas y la ciencia, cuyas contribuciones trascendieron su tiempo. Su desarrollo de los logaritmos, presentado en su obra Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio (1614), marcó un antes y un después en la simplificación de cálculos complejos, transformando multiplicaciones y divisiones en sumas y restas. Esta innovación facilitó enormemente los cálculos en campos como la astronomía y la navegación, y se consolidó aún más con la colaboración de Henry Briggs, quien ayudó a desarrollar los logaritmos de base 10.

Además de su trabajo en matemáticas, Napier se destacó en trigonometría y astronomía, y su contribución al diseño de herramientas matemáticas como las tablas logarítmicas y las reglas de Napier fue de gran importancia. Su enfoque crítico hacia la Iglesia católica y su fervor protestante también influyeron en su vida y obra, reflejando las tensiones religiosas de su época.

A pesar de no recibir el reconocimiento inmediato de otros contemporáneos como Galileo Galilei, el impacto de Napier creció con el tiempo, y su trabajo fue esencial para el paso de las matemáticas medievales a las modernas. Hoy en día, las contribuciones de Napier siguen siendo fundamentales en la ciencia y las matemáticas, consolidando su legado en la historia.

REFERENCIAS

Academy, K. (s.f.). Justificar las propiedades de los logaritmos. Obtenido de https://es.khanacademy.org/math/algebra2/x2ec2f6f830c9fb89:logs/x2ec2f6f830c9f b89:log-prop/a/justifying-the-logarithm-properties

Bradley, M. (2006). John Napier (1550-1617): Coinventor of Logarithms. Obtenido de https://archive.org/details/agegeniustopione00brad

Brittanica, E. (2016). «John Napier- Scottish mathematician». Obtenido de https://www.britannica.com/biography/John-Napier

Córdoba, S. B. (s.f.). La invención de los logaritmos . Obtenido de file:///C:/Users/ariel/Downloads/mbarsotti,+Journal+manager,+2+-+Lainvencion.pdf

Educativa, P. (s.f.). Logaritmos. Obtenido de https://paginaeducativa.com/algebra/logaritmos/

Et, J.-L. C. (1999). A History of Algorithms. Obtenido de https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-642-18192-4

Facts Abouts. (2013). Obtenido de https://www.10-facts-about.com/es/john- napier/id/1585

Fernandez, T. T. (2004). Biografías y vidas. En John Napier. Obtenido de https://www.biografiasyvidas.com/biografia/n/napier.htm