LUMEN ET VIRTUS
ISSN: 2177-2789

MALBA TAHAN: UM OLHAR SOBRE DEFINIÇÕES EM MATEMÁTICA

https://doi.org/10.56238/levv15n43-089

Data de submissão: 22/11/2024 **Data de publicação:** 22/12/2024

Julio Fernandes Fonseca Gomes
Licenciado em Matemática
Universidade do Estado do Pará
E-mail: vexgomes @gmail.com
Orcid: https://orcid.org/0009-0004-6175-003X
Lattes: http://lattes.cnpq.br/8720158754571246

Luiz Fernando de Oliveira Guerra
Licenciado em Matemática
Universidade do Estado do Pará
E-mail: luiz.guerra.lf@gmail.com
Orcid: https://orcid.org/0009-0001-9199-472X
http://lattes.cnpq.br/1226449713223543

Miguel Chaquiam
Doutor em Educação
Universidade do Estado do Pará
E-mail: miguelchaquiam@gmail.com
Orcid: http://orcid.org/0000-0003-1308-8710
Lattes: http://lattes.cnpq.br/9356361533701895

RESUMO
Esse trabalho emerge a partir de observações relacionadas as definições matemáticas constantes em livros didáticos que, de um modo geral, são apresentadas de forma direta e técnica, sem a preocupação de discutir outras possibilidades de apresentação, como as constantes no livro O Problema das Definições em Matemática (1965), de Malba Tahan. Observado a possibilidade de apresentar outras formas de definir objetos matemáticos questiona-se: Que tipos de definições são apresentadas no livro O Problema das Definições em Matemática, de Malba Tahan e como estas figuram em livros didáticos de Matemática do Ensino Médio atual? Para obter elementos e argumentos para subsidiar resposta ao questionamento elencado, foi estabelecido como objetivo geral apresentar definições constantes em livros didáticos de Matemática do Ensino Médio que estejam em consonância com as definições identificadas no livro O Problema das Definições em Matemática. A pesquisa pode ser caracterizada como no que tange aos objetivos, é exploratória, uma vez que busca estratificar diferentes cenários e perspectivas, permitindo a familiarização e o desenvolvimento de percepções diversas sobre a situação em estudo. Por fim, quanto aos procedimentos, bibliográfica, visto que foi esteada em uma revisão bibliografia, tanto em meios físicos quanto eletrônicos. A partir da análise de livros didáticos foi elencado um conjunto de definições constantes nos livros didáticos do ensino médio de acordo com a classificação estabelecida por Malba Tahan. Portanto, a pesquisa evidenciou a predominância de definições matemáticas apresentadas de forma técnica e direta nos livros didáticos do Ensino Médio. A classificação proposta por Malba Tahan em O Problema das Definições em Matemática revelou-se uma ferramenta relevante para ampliar a compreensão e reflexão sobre como as definições podem ser melhor trabalhadas. O estudo destaca a necessidade de considerar abordagens que favoreçam a

contextualização e a construção de significado pelos estudantes, contribuindo para práticas pedagógicas mais enriquecedoras no ensino da Matemática. Por fim, recomendamos a leitura integral do livro de Malba Tahan onde constam outros temas, dentre eles, o estudo de ponto, reta, ângulos linhas poligonal.

Palavras-chave: Matemática, Ensino de Matemática, Malba Tahan, Definições em Matemática.

1 INTRODUÇÃO

Um dos grandes desafios no ensino de matemática ao longo do tempo tem sido a forma de apresentar conceitos de maneira que sejam compreensíveis e acessíveis para os alunos. Nesse contexto, Malba Tahan, pseudônimo do educador brasileiro Júlio César de Mello e Souza, destaca-se como um dos mais inovadores e criativos divulgadores da matemática. Em sua obra *O Problema das Definições em Matemática*, Malba Tahan adota uma abordagem diferenciada, utilizando narrativas e exemplos envolventes para tornar as definições matemáticas mais acessíveis e interessantes para os estudantes.

Por outro lado, os livros didáticos atuais seguem, em sua maioria, uma abordagem mais formal e estruturada, refletindo as tendências contemporâneas do ensino da matemática. Essas definições, muitas vezes, são apresentadas de forma direta e técnica, com foco na precisão conceitual e no rigor acadêmico. A questão central que esta abordou foi: *Que tipos de definições são apresentadas no livro O Problema das Definições em Matemática, de Malba Tahan e como estas figuram em livros didáticos de Matemática do Ensino Médio atual*?

Para obter elementos e argumentos que respondam ao questionamento elencado, foi estabelecido como objetivo *apresentar definições constantes em livros didáticos de Matemática do Ensino Médio que estejam em consonância com as definições identificadas no livro O Problema das Definições em Matemática*. Para comtemplar o objetivo geral e balizar os caminhos da pesquisa, foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos: i) Efetuar a leitura do livro *O Problema das Definições em Matemática*, de Malba Tahan, com vistas a identificação dos tipos de definições; ii) Identificar definições em livros didáticos de Matemática do Ensino Médio, com o intuito de compará-las com as definições constantes no livro tomado por base (iii) Apresentar aproximações e distanciamentos entre as definições identificadas em livros didáticos atuais e as identificadas no livro de Malba Tahan.

A pesquisa foi definida como aplicada em termos de sua natureza, pois busca gerar conhecimento com aplicação prática, envolvendo resolver problemas específicos e direcionados a interesses específicos. Quanto à abordagem, trata-se de uma pesquisa qualitativa, com o intuito de desenvolver um entendimento mais aprofundado sobre questões ou problemas que não podem ser quantificados apenas por meio de números e dados obtidos através de questionários.

Ainda sobre a pesquisa no que tange aos objetivos, é exploratória, uma vez que busca estratificar diferentes cenários e perspectivas, permitindo a familiarização e o desenvolvimento de percepções diversas sobre a situação em estudo. Por fim, quanto aos procedimentos, bibliográfica, visto que foi esteada em uma revisão bibliografia, tanto em meios físicos quanto eletrônicos.

A escolha de comparar as definições matemáticas apresentadas por Malba Tahan com as definições presentes nos livros didáticos atuais se justifica pela necessidade de refletir sobre as abordagens pedagógicas no ensino de matemática ao longo do tempo. De outro lado, Malba Tahan é amplamente reconhecido por seu estilo didático inovador, utilizando narrativas e exemplos criativos para tornar a matemática mais acessível e interessante. Em contraste, os livros didáticos contemporâneos seguem uma linha mais formal e técnica, o que reflete as mudanças nas diretrizes educacionais e nas exigências curriculares.

Além disso, a pesquisa ofereceu a oportunidade de resgatar e valorizar a obra de Malba Tahan, cuja contribuição para a educação matemática é, muitas vezes, subestimada no contexto atual. Ao trazer à tona suas ideias e compará-las com as práticas pedagógicas contemporâneas, essas emergem como uma forma complementar ao ensino, com potencial enriquecedor associada aos materiais didáticos.

Em suma, a justificativa reside na importância de analisar as abordagens pedagógicas no ensino de matemática e na busca por alternativas que possam viabilizar o processo de ensino e que tornem o aprendizado mais eficaz e significativo. A obra de Malba Tahan oferece uma perspectiva única e criativa que, ao ser comparada com os métodos atuais, pode contribuir para a melhoria do ensino da matemática.

2 VIDA E OBRA DE MALBA TAHAN

Júlio César de Mello e Souza, mais conhecido por seu pseudônimo Malba Tahan, nasceu no Rio de Janeiro, em 6 de maio de 1895. Com a família, mudou-se para Queluz, São Paulo, onde passou a infância até os 10 anos, quando retornou para o Rio de Janeiro e. em 1906, ingressou no Colégio Militar, mas deixou a carreira após três anos, entretanto, conseguiu bolsa de estudos no Colégio Pedro II (Oliveira, 2018). Com forte vocação para a docência, formou-se como professor primário na Escola Normal do Distrito Federal e, em 1913, diplomou-se em Engenharia Civil pela Escola Politécnica. Iniciou a carreira de professor no Externato do Colégio Pedro II, onde havia estudado (Oliveira, 2018).

Júlio César de Mello e Souza criou o pseudônimo Malba Tahan como um personagem autônomo, atribuindo-lhe uma biografia fictícia. Segundo essa narrativa, Malba Tahan, cujo nome significa "moleiro do oásis", seria um escritor árabe nascido em 6 de maio de 1885 na aldeia de Muzalit, próxima a Meca. Júlio César apresentava-se como tradutor das obras desse fictício autor árabe, alimentando a ideia de que tudo o que escrevia era fruto da cultura oriental (Oliveira, 2018).

Em 1925, casou-se com Nair Marques da Costa, com quem teve três filhos: Rubens Sérgio, oficial da Marinha; Maria Sônia, pintora; e Ivan Gil, arquiteto. Malba Tahan faleceu em 18 de junho de 1974, aos 79 anos, vítima de edema pulmonar agudo e trombose coronária, enquanto estava hospedado com sua esposa no Hotel Boa Viagem, em Recife. Seu corpo foi transladado para o Rio de Janeiro, onde foi sepultado. (Oliveira, 2018)

Segundo Salles (2015), desde jovem, Júlio César demonstrava fascínio pela literatura e pelo impacto das histórias no espírito humano. Aos 24 anos, trabalhando como office-boy e tradutor de correspondências de guerra no jornal O Imparcial, no Rio de Janeiro, decidiu submeter um conto de sua autoria para publicação. No entanto, o editor deixou o texto intocado sobre sua mesa.

Frustrado, Júlio tomou o conto de volta, alterou sua assinatura de J.C. Mello e Souza para o fictício R.V. Slady, e apresentou-o novamente como sendo de um escritor americano desconhecido. No dia seguinte, para sua surpresa, o conto *A História dos Oito Pães* foi publicado com destaque, em duas colunas e com moldura especial (Salles, 2015)

Diante disso, Júlio refletiu: "Quando é J. C. Mello e Souza, chumbo em cima! Quando é R.V. Slady, destaque na primeira página...!?". Foi esse episódio que o inspirou a criar o pseudônimo Malba Tahan, identidade que marcaria sua carreira e conquistaria o público brasileiro. A história foi relatada por ele em depoimentos ao Museu da Imagem e do Som do Rio de Janeiro (1973) e compartilhada com amigos e admiradores ao longo de sua vida (Salles, 2015, p. 3).

Segundo Oliveira (2001), Malba Tahan, publicou mais de 120 livros, abrangendo diversos temas como contos orientais, matemática recreativa, didática da matemática e outros gêneros. Entre suas iniciativas editoriais, destacou-se a revista Damião, dedicada ao reajustamento social dos hansenianos no Brasil, distribuída amplamente a profissionais e instituições em Portugal e no Brasil durante uma década.

Além disso, Oliveira (2001) aponta que durante cinco anos, editou a revista Al-Kwarizmi, voltada a recreações matemáticas. Foi colaborador frequente de revistas e jornais de grande circulação, incluindo O Imparcial, O Jornal, O Diário da Noite, O Cruzeiro, O Correio da Manhã, Folha de São Paulo, Diário de Notícias e Jornal do Brasil.

Algumas de suas obras foram traduzidas e publicadas no exterior, com um representante familiar nos Estados Unidos encarregado dos direitos autorais. No Brasil, o genro de Sônia Pereira gerencia os contatos com editoras para a reedição de seus livros e organiza questões relacionadas aos direitos autorais entre os descendentes.

Júlio Cesar faleceu no dia 18/06/1974, quando estava no Recife a convite da Secretaria de Educação e Cultura, ministrando os cursos para professores “A arte de ler e contar histórias” e “Jogos e recreações no ensino da matemática”, sendo sepultado no Rio de Janeiro, no Cemitério de São Francisco Xavier, bairro do Caju.

Malba Tahan escreveu uma ampla variedade de obras, muitas das quais se tornaram clássicos, especialmente no Brasil. Seus livros abordam matemática, contos orientais, didática e recreações matemáticas, algumas dessas, apresentadas a seguir.

3 OUTRAS OBRAS DE MALBA TAHAN

A seguir, elencamos as obras mais conhecidas de Malba Tahan, seguidas obras matemáticas e recreativas, acrescidas de contos orientais e filosofias e, por fim, outras contribuições.

Quadro 1: Outras obras de Malba Tahan

AS MAIS CONHECIDAS	
O Homem que Calculava	Sua obra mais famosa, combina aventuras com problemas matemáticos resolvidos pelo protagonista Beremiz Samir, mostrando a beleza e a lógica da matemática.
Mil Histórias Sem Fim	Uma coletânea de contos que exploram valores éticos, culturais e filosóficos, ambientados no universo árabe.
Lendas do Céu e da Terra	Uma coletânea de narrativas fantásticas que misturam história e ficção com lições de vida.
Maktub – Histórias que Ensinam	Uma série de histórias inspiradoras, com foco em sabedoria e moral.
AS MATEMÁTICAS E RECREATIVAS	
Matemática Divertida e Curiosa	Um livro que torna os conceitos matemáticos mais acessíveis e interessantes por meio de histórias, enigmas e curiosidades.
Didática da Matemática	Um manual dedicado a professores, com orientações sobre como ensinar matemática de forma criativa e eficaz.
Matemática para Divertir	Aborda questões e problemas matemáticos de forma lúdica.
Enigmas e Charadas Matemáticas	Apresenta desafios matemáticos em forma de jogos e problemas.
Geometria Divertida	Explora a geometria através de narrativas envolventes.
OS CONTOS ORIENTAIS E FILOSOFIA	
A Sombra do Arco-Íris	Contos que misturam fantasia e reflexões filosóficas.
As Maravilhas do Conto Árabe	Inspirado pelas *Mil e Uma Noites*, com histórias cheias de mistério e sabedoria
OUTRAS CONTRIBUIÇÕES	
O Céu de Allah	Uma coletânea de histórias que destacam os valores da cultura árabe.
Histórias de Nasrudin	Relatos cômicos e reflexivos do icônico personagem Nasrudin.
Salim, o Mágico	Uma história que mistura magia, aventura e matemática.

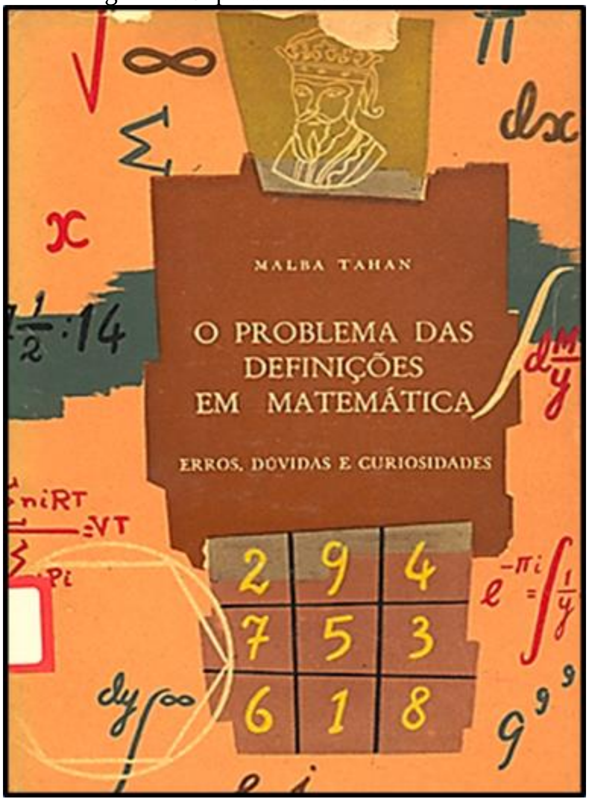
Fonte: Elaborado pelos autores, 2024.

Malba Tahan também deixou um legado por meio de revistas e artigos em jornais, além de suas contribuições para a popularização da matemática de maneira envolvente e acessível.

4 O LIVRO “O PROBLEMA DAS DEFINIÇÕES EM MATEMÁTICA”

Malba Tahan, no livro O Problema das Definições em Matemática aborda de forma reflexiva e didática a importância das definições no ensino e na compreensão da matemática. O autor, conhecido por seu estilo criativo e acessível, explora as dificuldades pelos estudantes ao lidar com conceitos abstratos e como a precisão nas definições pode facilitar o aprendizado. Ele destaca o papel das definições como base para o raciocínio lógico e a construção do conhecimento matemático, oferecendo exemplos práticos e sugestões para um ensino mais claro e eficaz. O livro é uma contribuição valiosa para educadores e estudantes, promovendo uma visão crítica sobre a maneira como os conceitos matemáticos são apresentados e compreendidos. É uma leitura que combina a simplicidade do estilo narrativo de Malba Tahan com a profundidade de uma análise pedagógica e epistemológica.

Figura 1: Capa do livro de Malba Tahan



Fonte: Acervo dos autores (2024)

4.1 AS DEFINIÇÕES DO LIVRO

Apresentaremos, a seguir, algumas das definições contidas no livro *O Problema das Definições em Matemática*.

4.1.1 Definição Nominal ou Explicita

A definição nominal é formada de acordo com a regra Aristotélica. E para esclarecer bem o leitor sobre o conceito de definição nominal, vamos citar mais dois exemplos, um colhido na Álgebra e outro na Geometria. Eis o primeiro exemplo:

1) Duas equações dizem-se equivalentes quando toda raiz de uma é, também, da outra.

Nessa definição observamos:

a. Conceito definido: Equações equivalentes.
b. Gênero próximo: equações.
c. Diferença especifica: toda raiz de uma é, também, raiz de outra.

Haveria maior precisão se no final da definição fosse acrescentada a expressão: "e reciprocamente".

Agora um segundo exemplo tomado da Geometria:

2) Lugar geométrico é o conjunto de pontos que gozam da mesma propriedade.

Nessa definição, adotada pelos bons professores, que é encontrada em nossos excelentes livros didáticos, destaquemos:

a. Conceito definido: Lugar geométrico.
b. Gênero próximo: Conjunto de pontos.
c. Diferença especifica: Os pontos que gozam da mesma propriedade.

Assim, conforme mostramos, as duas definições formuladas de acordo com a regra aristotélica.

4.1.2 Definição Descritiva

Consiste a definição descritiva na apresentação do ser que desejamos definir, de modo que possamos, pelos dados da definição, ter uma ideia precisa de sua forma e de seus atributos. E de emprego frequente em Geometria. Vamos colher um exemplo no livro do saudoso professor Tales Mello Carvalho (1916-1961):

> Chama-se prisma ao poliedro que tem duas faces (bases) iguais e paralelas e as demais são paralelogramos em número igual ao número de lados dos polígonos iguais (Carvalho, 1950, p. 420).

Que fez o matemático para definir o prisma? Descreveu esse poliedro; indicou os principais elementos que nele figuram. Apresentou, portanto, uma definição que chamamos descritiva.

4.1.3 Definição por Extensão de Conceito

Em certos casos, por extensão de um conceito já conhecido, podemos obter a definição de novo conceito. Assim, definimos a potência m de um número (sendo m inteiro e positivo) e, por simples extensão de conceito, podemos chegar à definição da potência um, potência zero, potência negativa, etc.

Apresentemos, como exemplo, o caso da potência 1. Seja um número inteiro, positivo qualquer e maior do que 1. Vejamos como definir a potência m de um número b:

Chama-se potência M de um número B ao produto de M fatores iguais a B.

Assim, a potência 5, do número 8, seria: 8.8.8.8.8 que se escreve 8^5. Aqui já se apresentam a base (oito) e expoente (cinco) que podem também ser definidos.

A potência m de um número b será indicada pela notação: b^m

Que indica o expoente m? O número de fatores de um produto de fatores iguais à base.

E se o expoente m for igual a 1?

Nesse caso teríamos: b^1 e a potência não poderia mais (como no caso em que m é inteiro positivo e maior do que 1) ser definida como um produto de fatores iguais. Não será admissível um produto com um fator.

Será fácil, por extensão de conceito, definir a potência 1 de um número. Escrevemos: $b^1 = b$. Em outras palavras, a potência 1 de um número b é definida, não como um produto de fatores iguais (pois isso seria um contrassenso), mas como o próprio número (definição por extensão de conceito). Do mesmo modo, isto é, por extensão de conceito, poderíamos definir a potência zero de b.

4.1.4 Definição por Postulado

Admitido um certo postulado P podemos, como consequência lógica desse postulado, formular for na definição para um conceito C. Diremos, nesse caso, que se trata de uma definição por postulado.

Exemplo I: Postulada a existência do plano, da reta e do ponto, podemos definir "retas complanares": Duas retas são ditas complanares quando estão situadas no mesmo plano.

A verdade da definição decorre do sentido que foi dado ao adjetivo complanares: pontos complanares, círculos com- planares, curvas complanares, retas complanares, etc.

Exemplo II: Admitido o postulado de Nicolau Lobatchevsky (Matemático russo, 1793-1856) surgem vários conceitos, para nós surpreendentes, que poderíamos definir, dentro da nova Geometria: retas não-secantes, ângulos de paralelismo, etc.

As definições por postulado, alguns autores denominam definições empíricas.

4.1.5 Definição por Classificação

Quando, de um conceito A separamos (por classificação) uma parte e, delimitando-o, caracterizamos um conceito B (contido em A), dizemos que a definição do conceito B foi feita por classificação. Assim, a definição de número primo é tirada, por classificação, do conceito de número inteiro.

A definição de poliedro semirregular é tirada (por classificação) do conceito geral de poliedro. Observem este ensinamento de Rey Pastor e Puig Adam: E condição primordial que as propriedades características da espécie definida sejam compatíveis com as propriedades características do gênero próximo. Uma definição por classificação só é lógica e perfeita, quando atender rigorosamente ao princípio aristotélico.

4.1.6 Definição por Geração

Em certos casos a definição de uma figura (por exemplo) é feita pela lei de geração dessa figura. E o caso (frequente em Geometria) da definição por geração, que muitos autores, para o caso das superfícies, denominam definição geométrica.

Citemos, a título de exemplo, a definição geométrica de uma superfície cônica:

Chama-se superfície cônica a superfície gerada por uma reta G (geratriz), que se move apoiando-se sobre uma curva fixa C (diretriz) e passando sempre por um ponto fixo V (vértice).

Essa definição de superfície cônica (definição por geração) é genérica, pois até o plano estaria, como caso particular, nela incluído (caso da diretriz ser uma reta).

Uma vez obtido e demonstrado um processo que permita, por uma lei geométrica, construir uma figura (gerada pelo movimento contínuo), diremos que essa figura está definida por geração.

4.1.7 Definição Negativa

Uma vez definido um conceito A, podemos definir um novo conceito B, negando um ou mais atributos do conceito A. Diremos, nesse caso, que a definição do conceito B é uma definição negativa.

Um exemplo poderá esclarecer perfeitamente o caso.

Tomemos como proposição inicial, a seguinte definição (por classificação):

Diz-se que uma superfície retilínea é desenvolvível quando, sendo suposta flexível e inextensível, pode ser estendida sobre um plano sem dobra nem ruptura.

É o que sucede com a superfície cilíndrica e com a superfície cônica.

Partindo dessa definição de superfície desenvolvível, podemos definir (negativamente) uma superfície reversa. Chama-se superfície reversa a superfície retilínea não desenvolvível.

4.1.8 Definição Analítica

Podemos definir um ente, ou uma classe de entes, por meio de uma equação ou de uma fórmula. Diremos, nesse caso, que a definição é apresentada sob a forma analítica.

Exemplo:

Chama-se lemniscata de Bernoulli a curva definida pela equação cartesiana

$$(x^2+ y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$$

na qual é uma constante diferente de zero.

A famosa curva algébrica, do 4º grau, ficou, desse modo, definida analiticamente por meio da sua equação cartesiana.

Essa curva lemniscata de Bernoulli poderia ser definida por sua equação polar ou por sua equação bipolar.

4.1.9 Definição Convenção

Com o intuito de generalizar certas fórmulas, ou justificar o emprego de certos símbolos, o matemático, em determinados casos, por comodidade, é forçado a admitir uma convenção. Dessa convenção resulta, em geral, uma definição. Diremos, nesse caso, que se trata de uma definição por convenção.

Simples e expressivo é o exemplo que ocorre com o conceito de fatorial de um número:

Chama-se fatorial de um número inteiro e positivo n, ao produto de todos os números inteiros desde 1 até n.

De acordo com essa definição (nominal) o fatorial de 5, por exemplo, seria expresso pelo produto: 1.2.3.4.5 Nesse produto figuram todos os números inteiros (na sucessão natural) desde 1 até 5. O fatorial de 9, seria, do mesmo modo, expresso pelo produto: 1.2.3.4.5.6.7.8.9

De um modo geral: O fatorial de n seria: 1.2.3.4. 5....n

Podemos indicar, abreviadamente, o fatorial de um número por uma notação muito simples: Escrevemos o número seguido de um ponto de admiração: n! (Leia-se: fatorial de n).

Quando o número é dado por uma expressão devemos escrever essa expressão entre parêntesis e, em seguida, o sinal (1) de fatorial. Assim o fatorial de 5 + 4 + 3 é indicado pela notação:

$$(5 + 4 + 3)!$$

onde se lê, fatorial de 5 + 4 + 3.

De acordo com a definição de fatorial, podemos imediatamente escrever:

$$2! = 2 \qquad 3! = 6 \qquad 4! = 24 \quad 5! = 120 \ldots$$

Dois números inteiros (o um e o zero) não são atingidos pela definição de fatorial de ", pois a aludida definição fala em produto dos números inteiros e positivos desde 1 até N, e assim, tanto para o caso 1, como para o caso 0, não se verifica a existência desse produto.

Como definir, portanto, o fatorial de 1? Como chegar ao fatorial de zero?

O problema não oferece dificuldade. Consideremos o número 9, por exemplo; o fatorial de 9, como sabemos, é expresso pelo produto: 1.2.3.4.5.6.7.8.9

E fácil passar do fatorial de 9 para o fatorial de 10. Basta multiplicar por 10 o fatorial de 9.

$$(1.2.3.4.5.6.7.8.9).10 = 10! \text{ ou melhor: } 9!\ 10 = 10!$$

Do mesmo modo poderíamos passar do fatorial de 10 para o fatorial de 11. Basta multiplicar o fatorial de 10 por 11: 10! 11 = 11! Quando multiplicamos o fatorial de um número, pelo número seguinte, obtemos o fatorial desse número seguinte.

Alguns autores consideram a definição por convenção como perfeitamente equivalente a uma simples definição por extensão de conceito. Do ponto de vista didático será mais acertado não confundir a definição por convenção com a definição por extensão de conceito.

Sobre o Fatorial de Zero, temos que retomar a fórmula n! (n+1) = (n + 1)! Para dar seguimento à definição. Assim sendo, dessa fórmula resulta: 0! (0+1) = (0 + 1)! ou, ainda, efetuando as operações indicadas, entre parêntesis: 0! 1 = 1! Ou seja, o fatorial de 1. Ora, essa igualdade só será verdadeira se fizermos, por convenção: 0! = 1 O fatorial de zero é, assim, definido por convenção: O fatorial de zero é igual a 1. Essa definição seria perfeitamente esclarecida com auxílio da Análise Combinatória.

5 DEFINIÇÕES EM LIVROS DIDÁTICOS SEGUNDO MALBA TAHAN

Neste capítulo do artigo, realizaremos uma análise comparativa das definições apresentadas em diferentes livros do ensino médio com as definições do livro *O Problema das Definições em Matemática*. Essa abordagem permitirá identificar tipos de definições mais utilizados em cada livro.

5.1 MATEMÁTICA: FUNÇÕES E SUAS APLICAÇÕES

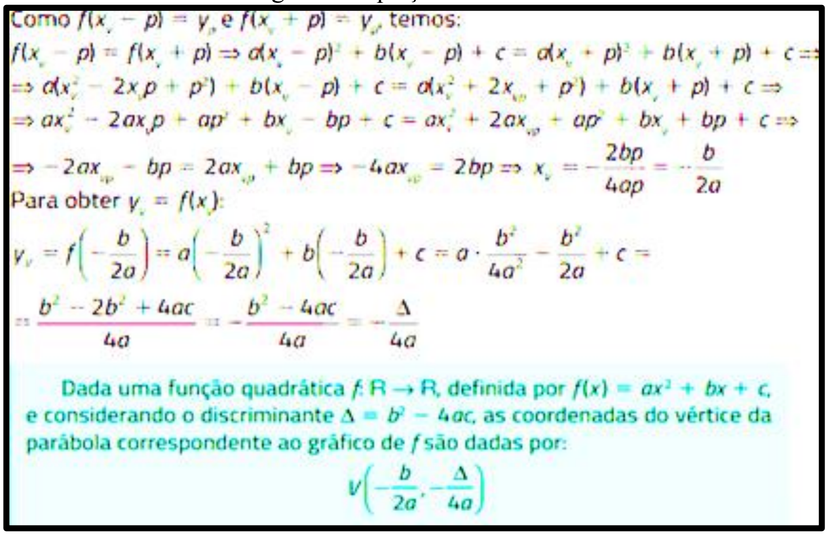
Este livro, *Matemática: Funções e suas Aplicações*, é uma obra didática de Joamir Souza amplamente adotada por diversas instituições de ensino no Brasil. Tem como objetivo central o estudo e a aplicação de funções matemáticas, desenvolvendo temas como funções lineares, quadráticas, exponenciais, logarítmicas e trigonométricas, ilustrado a seguir.

Figura 2: Livro funções e suas aplicações

Fonte: Acervo dos autores, 2024

Uma abordagem que equilibra teoria e prática, este livro será útil para estudantes do ensino médio, bem como para outros que desejam aprofundar seus conhecimentos em matemática. Mais intensamente, a obra acentua como funções importantes são aplicadas à vida cotidiana, exemplos aplicados em vários campos – economia, física e biologia, entre outros.

Figura 3: Equação dos vértices



Como $f(x_v - p) = y_p$ e $f(x_v + p) = y_p$, temos:

$f(x_v - p) = f(x_v + p) \Rightarrow a(x_v - p)^2 + b(x_v - p) + c = a(x_v + p)^2 + b(x_v + p) + c \Rightarrow$

$\Rightarrow a(x_v^2 - 2x_v p + p^2) + b(x_v - p) + c = a(x_v^2 + 2x_v p + p^2) + b(x_v + p) + c \Rightarrow$

$\Rightarrow ax_v^2 - 2ax_v p + ap^2 + bx_v - bp + c = ax_v^2 + 2ax_v p + ap^2 + bx_v + bp + c \Rightarrow$

$\Rightarrow -2ax_v p - bp = 2ax_v p + bp \Rightarrow -4ax_v p = 2bp \Rightarrow x_v = -\frac{2bp}{4ap} = -\frac{b}{2a}$

Para obter $y_v = f(x_v)$:

$y_v = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2a}\right) + c = a \cdot \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{2a} + c =$

$= \frac{b^2 - 2b^2 + 4ac}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{\Delta}{4a}$

Dada uma função quadrática $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, e considerando o discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$, as coordenadas do vértice da parábola correspondente ao gráfico de f são dadas por:

$$V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

Fonte: Acervo dos autores, 2024

Este é um trecho do livro Matemática Função e Aplicações, de autoria de Joamir Souza e publicado pela FTD, onde abordamos o conceito de vértice de uma parábola no contexto de uma função quadrática. É explicado em detalhes como calcular as coordenadas do vértice usando a média aritmética das abscissas de dois pontos simétricos em relação ao eixo de simetria.

O livro fornece argumentos matemáticos detalhados que nos permitem derivar as coordenadas do vértice de uma parábola associada a uma função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, a partir de suas propriedades Ele se encaixa em uma definição **analítica**, pois emprega o uso rigoroso de álgebra para provar e estabelecer as fórmulas de x e y do vértice.

Figura 4: Definição de função exponencial

Função exponencial: características e definição

Você sabe o que é mitose? A mitose é um processo que faz parte da divisão celular e que consiste na divisão do núcleo de uma célula em dois núcleos geneticamente idênticos. As "células-filha", resultantes da mitose, possuem o mesmo número de cromossomos que a célula original.

Agora, observe o esquema ao lado com algumas etapas da mitose.

A partir de uma única célula, podemos estudar a quantidade total de células-filha obtidas por meio de uma função f, de acordo com a quantidade x de divisões celulares, com $x \in \mathbb{N}$. Acompanhe.

quantidade de divisões celulares

$f(x) = 2^x$

quantidade total de células-filha

Podemos determinar com essa função a quantidade total de células-filha obtidas na 8ª divisão celular calculando $f(8)$, por exemplo.

$f(8) = 2^8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 256$; ou seja, 256 células-filha

Na situação apresentada, é explorada a ideia de **função exponencial**.

Denominamos **função exponencial** toda função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$ definida pela lei de formação $f(x) = a^x$, em que $a \in \mathbb{R}$, com $a > 0$ e $a \neq 1$.

Observe exemplos de função exponencial

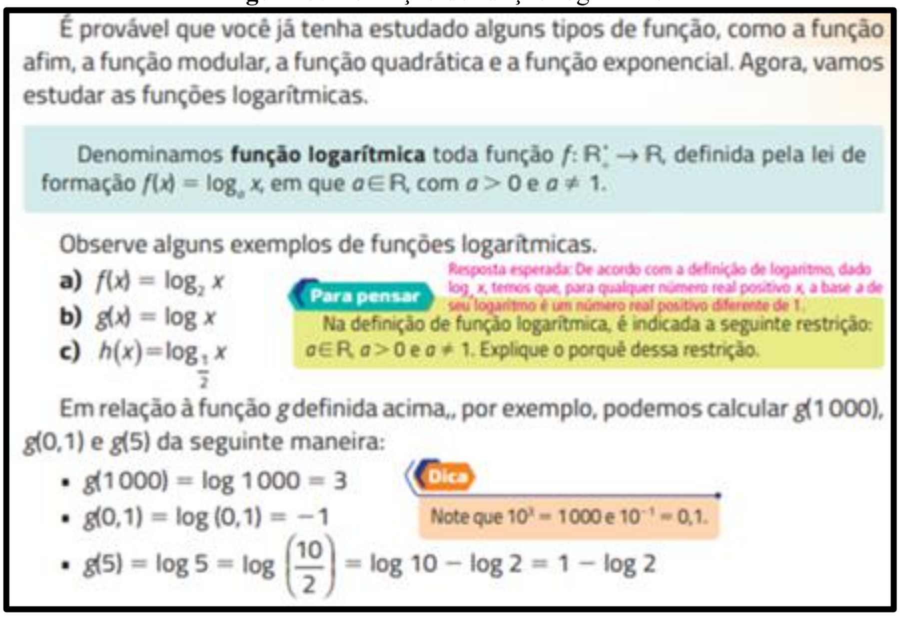
- $f(x) = 4^x$ Nesse caso, $a = 4$
- $f(x) = (0,2)^x$ Nesse caso, $a = 0,2$

Fonte: Acervo dos autores, 2024

Esta parte do livro pode ser analisada como a soma de diversos tipos de definições de acordo com Malba Tahan. O capítulo começa com uma abordagem descritiva. É também a maneira como o processo de mitose e divisão celular é feito; dá o pano de fundo do fenômeno biológico em que a função exponencial será aplicada. Então, após trazer a função $f(x) = x^2$ que representa o número de células resultantes como uma função do número de divisões, temos uma **definição analítica**. É a caracterização disso, pois usa uma linguagem matemática rigorosa para estabelecer a relação entre as variáveis. Por fim, a generalização da função exponencial de $f(x) = a^x$, onde a > 0 e a ≠ 1, amplia a visão do uso do crescimento, dando uma visão por meio de aplicação de exemplo quando o conceito é aplicado. Finalmente, o conjunto de conexões entre mitose, um fenômeno biológico, e modelagem matemática mostra uma definição por geração, apresentando como a ideia de matemática surge ao formar a descrição de um processo real.

Esta parte do livro pode ser analisada como a soma de diversos tipos de definições de acordo com Malba Tahan. O capítulo começa com uma abordagem descritiva ao explicar o processo de mitose e a divisão celular, contextualizando o leitor sobre o fenômeno biológico em que a função exponencial será aplicada. Em seguida, a formalização da função $f(x) = x^2$, representando a quantidade de células resultantes em função do número de divisões, é caracterizada como uma **definição analítica**, pois utiliza a linguagem matemática rigorosa para estabelecer a relação entre as variáveis. Além disso, a generalização da função exponencial para $f(x) = a^x$(x), com a > 0 e a≠ 1, essa definição também pode ser classificada como uma **Definição Nominal ou Explícita**, de acordo com Malba Tahan, pois ela define a função exponencial explicitamente, apresentando o gênero próximo (função $f: R \to R^x$) e a diferença específica (a lei de formação $f(x) = a^x$, com as condições para a serem a>0 e a≠1. A definição é clara e segue a regra aristotélica de conceituar usando gênero e atributos distintivos.

Figura 5: Definição de função logarítmica



É provável que você já tenha estudado alguns tipos de função, como a função afim, a função modular, a função quadrática e a função exponencial. Agora, vamos estudar as funções logarítmicas.

Denominamos **função logarítmica** toda função $f: \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$, definida pela lei de formação $f(x) = \log_a x$, em que $a \in \mathbb{R}$, com $a > 0$ e $a \neq 1$.

Observe alguns exemplos de funções logarítmicas.

a) $f(x) = \log_2 x$

b) $g(x) = \log x$

c) $h(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$

Resposta esperada: De acordo com a definição de logaritmo, dado $\log_a x$, temos que, para qualquer número real positivo x, a base a de seu logaritmo é um número real positivo diferente de 1.

Para pensar

Na definição de função logarítmica, é indicada a seguinte restrição: $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$ e $a \neq 1$. Explique o porquê dessa restrição.

Em relação à função g definida acima,, por exemplo, podemos calcular $g(1000)$, $g(0,1)$ e $g(5)$ da seguinte maneira:

- $g(1000) = \log 1000 = 3$
- $g(0,1) = \log (0,1) = -1$
- $g(5) = \log 5 = \log \left(\frac{10}{2}\right) = \log 10 - \log 2 = 1 - \log 2$

Dica

Note que $10^3 = 1000$ e $10^{-1} = 0,1$.

Fonte: Acervo dos autores, 2024

Essa definição pode ser classificada como uma **Definição Nominal ou Explícita**, de acordo com os critérios de Malba Tahan. Isso ocorre porque ela apresenta o conceito de função logarítmica utilizando gênero próximo e diferença específica.

O gênero próximo está representado pelo termo "função", enquanto a diferença específica é a forma de definir a função pela lei de formação $f(x) = log_a(x)$, com a explicitação das restrições sobre a base a $(a \in R, a > 0, a \neq 1)$. A definição é direta e segue a estrutura aristotélica clássica. Os exemplos e os cálculos apresentados são complementares e servem apenas para ilustrar o conceito definido, mas não alteram a classificação principal.

Ao longo da análise das definições apresentadas neste livro, é notável a prevalência do estilo **nominal** e **analítica** na construção dos conceitos matemáticos. Este padrão é evidenciado pela estrutura sistemática e pela clareza com que os termos são introduzidos. Por exemplo, ao definir inequações exponenciais, o livro segue uma abordagem lógica, apresentando o gênero próximo ("inequações") e especificando a característica distintiva ("que apresentam a incógnita apenas no expoente de uma potência").

5.2 MATEMÁTICA: CONJUNTOS E FUNÇÕES PARRA O ENSINO MÉDIO

Matemática: Conjuntos e Funções para o Ensino Médio é um livro didático de autoria de Giovanni Bonjorno Jr. e Paulo Câmara. Com esta obra, os autores propõem a formação de alunos do Ensino Médio dentro da apropriação integral de conceitos matemáticos básicos, notadamente a partir dos temas conjuntos e funções. Este livro da Editora FTD pode facilitar o aprendizado dos alunos, com explicações claras e aplicações extraídas da teoria matemática para situações da vida real.

Figura 6: Livro conjuntos e funções

Fonte: Acervo dos autores, 2024

Por meio da resolução de problemas, a obra aborda conceitos fundamentais: operações com conjuntos, relações entre conjuntos, funções, gráficos e suas aplicações. Também introduz os alunos ao uso de funções em diferentes contextos. O texto é bastante acessível e progressivo nas explicações, com amplos recursos gráficos e exercícios para tornar o aprendizado dinâmico e interativo.

Figura 7: Definição de igualdade de conjuntos

Igualdade de conjuntos

Analisando os conjuntos A = {vogais da palavra "livro"} e $B = \{i, o\}$, observamos que eles possuem exatamente os mesmos elementos. Nesse caso, dizemos que A e B são iguais.

Agora, observe os conjuntos $X = \{1, 2, 3\}$ e $Y = \{0, 1, 2, 3\}$. Como existe um elemento em Y que não pertence a X, dizemos que X e Y são diferentes.

Dois conjuntos A e B são **iguais** se, e somente se, um deles for subconjunto do outro. Indicamos $A = B$. Em outras palavras, $A = B$ se todo elemento de um conjunto pertence ao outro.

Dois conjuntos A e B são **diferentes** se, pelo menos, um dos elementos de um dos conjuntos não pertence ao outro. Indicamos $A \neq B$.

Fonte: Acervo dos autores, 2024

Essa classificação da imagem acima é denominada **Definição Nominal**. Nesse caso, a definição ainda segue a estrutura aristotélica de gênero próximo e diferença específica. Isso ocorre porque descreve a igualdade e diferença entre conjuntos de acordo com termos claros e diretos, sem caracterizar a estrutura ou as propriedades internas dos conjuntos. Sua primeira descrição é puramente a tentativa do conceito: "Dois conjuntos A e B são iguais…" e segue a regra de usar uma fórmula ou condição precisa para caracterizar o conceito de igualdade e diferença de conjuntos, que são comparações de uma forma explícita, ou seja, um conceito é definido por seu atributo principal.

Figura 8: Definição de função

Definição de função

Agora que você já acompanhou algumas situações que envolvem função, vamos conhecer a definição matemática desse tipo de relação e aprofundar o estudo desse conteúdo.

Dados dois conjuntos não vazios, A e B, uma **função** de A em B é uma relação que associa **cada** elemento x de A a um **único** elemento y de B.

Fonte: Acervo dos autores, 2024

A definição proposta pode ser classificada como uma **definição nominal**, pois fornece uma explicação direta e clara do que é uma função, descrevendo a relação entre um conjunto e B. Ela apresenta este conceito de forma simples e objetiva utilizando o termo geral "relação" e detalha as diferenças específicas que o caracterizam, nomeadamente como cada elemento se relaciona com um único elemento de B.

Figura 9: Definição do conjunto de números irracionais

Esse número tem uma infinidade de casas decimais que não apresentam padrão de repetição; logo, não é uma dízima periódica, e é possível demonstrar que números desse tipo não podem ser escritos na forma de fração de inteiros (com denominador não nulo). Portanto, $\sqrt{2}$ não é um número racional; é um número irracional, que faz parte do conjunto dos números irracionais.

O **conjunto dos números irracionais**, que indicamos por I, é o conjunto formado pelos números que têm uma representação decimal infinita e não periódica.

Fonte: Acervo dos autores, 2024

A definição da Figura 4 pode ser classificada como **descritiva**, pois descreve as características básicas dos números irracionais e menciona a forma como eles se apresentam (representação decimal infinita e aperiódica). Enfatiza as propriedades que distinguem os números irracionais de outros conjuntos de números.

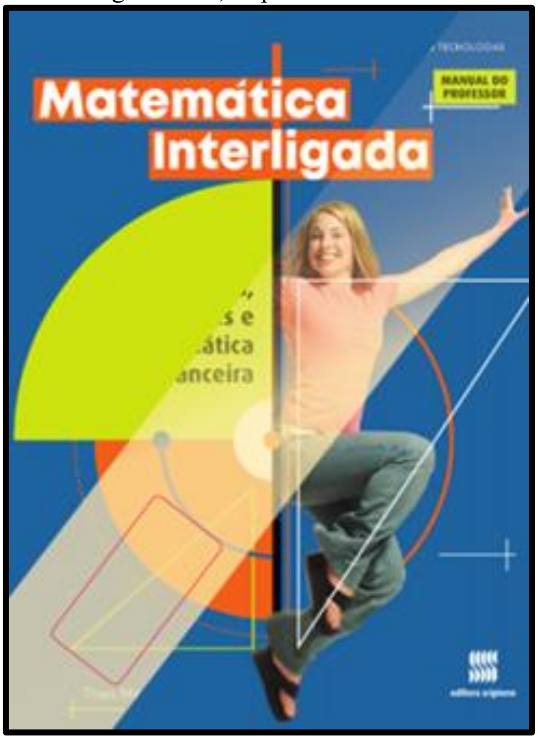
Ao observamos as últimas três definições extraídas do mesmo livro, nota-se um padrão no estilo das definições apresentadas, que revela uma forte ênfase na abordagem nominal, embora também se observe uma aplicação ocasional de outras classificações.

Um aspecto interessante ao observar essas definições é a predominância da abordagem nominal, que reflete o foco do livro em estruturar conceitos com clareza e precisão lógica. Esse padrão é fundamental para construir uma base sólida em matemática, especialmente em temas introdutórios. Porém, a inclusão ocasional de definições descritivas, como a dos números irracionais, sugere uma tentativa de conectar o conceito matemático ao entendimento intuitivo do leitor, facilitando a compreensão prática. Essa alternância entre o rigor e a descrição ilustra o esforço do material em equilibrar formalismo e acessibilidade.

5.3 MATEMÁTICA CONECTADA: GRANDEZAS, SEQUÊNCIAS E MATEMÁTICA FINANCEIRA

O livro Matemática Conectada: Grandezas, Sequências e Matemática Financeira, escrito por Thaís Marcelle de Andrade e publicado pela Editora Scipione, é reconhecido pela excelência em materiais didáticos para os ensinos fundamental e médio. Este livro foi escrito para atender à necessidade de ensinar matemática de forma clara e prática, promovendo conexões entre conceitos matemáticos e suas aplicações na vida cotidiana. Dividido em várias seções bem organizadas, o livro cobre tópicos essenciais como índices, proporções, quantidades diretas e inversas, séries aritméticas e geométricas e conceitos básicos de matemática financeira, incluindo juros simples e compostos. A obra traz exemplos contextualizados para ajudar os alunos a compreender a relevância da matemática na tomada de decisões cotidianas, seja no planejamento financeiro ou na análise de padrões e padrões, o que vai ao encontro da proposta dos autores quanto ao tipo de abordagem, fato que facilita o processo de ensino e de aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

Figura 10: Livro grandezas, sequências e matemática financeira



Fonte: Acervo dos autores, 2024

O livro Matemática Conectada: Grandezas, Sequências e Matemática Financeira, escrito por Thaís Marcelle de Andrade e publicado pela Editora Scipione, é reconhecido pela excelência em materiais didáticos para os ensinos fundamental e médio. Este livro foi escrito para atender à necessidade de ensinar matemática de forma clara e prática, promovendo conexões entre conceitos matemáticos e suas aplicações na vida cotidiana. Dividido em várias seções bem organizadas, o livro cobre tópicos essenciais como índices, proporções, quantidades diretas e inversas, séries aritméticas e geométricas e conceitos básicos de matemática financeira, incluindo juros simples e compostos. A obra traz exemplos contextualizados para ajudar os alunos a compreender a relevância da matemática na tomada de decisões cotidianas, seja no planejamento financeiro ou na análise de padrões e padrões.

Figura 11: Definição de progreção geométrica

Essa sequência é um exemplo de progressão geométrica, também chamada PG.

Progressão Geométrica (PG) é uma sequência numérica em que o quociente entre um termo, a partir do 2º, e o termo antecedente é constante. Essa constante chama-se **razão da** PG e é representada pela letra q, com $q \neq 0$.

Dizemos que uma PG é:

- **crescente** quando $a_1 > 0$ e $q > 1$ ou $a_1 < 0$ e $0 < q < 1$.
- **decrescente** quando $a_1 > 0$ e $0 < q < 1$ ou $a_1 < 0$ e $q > 1$.
- **constante** quando $q = 1$.
- **alternante** quando $q < 0$.

Fonte: Acervo dos autores, 2024

A definição para Progressão Geométrica (PG) apresentada na figura 2 pode ser classificada do tipo **Definição Nominal**, uma vez que explicita o conceito por meio de uma descrição clara e objetiva, destacando o gênero próximo (sequência numérica) e a diferença específica (o quociente constante entre um termo e o anterior). Além disso, essa definição abrange classificações internas baseadas no comportamento da sequência, dependendo do sinal do primeiro termo (a_1) e da razão (q).

Aqui está a classificação detalhada de cada parte:

1. **Definição principal**:
   - Progressão Geométrica (PG) é uma sequência numérica em que o quociente entre um termo, a partir do 2º, e o termo antecedente é constante.”. Essa é uma definição formal, que descreve o que define a PG, descrevendo de maneira geral e objetiva, sem dar exemplo ou situações referentes.
2. **Propriedades adicionais (razão da PG)**:
   - "Essa constante chama-se razão da PG e é representada pela letra q, com q≠0." Isso complementa a definição nominal, especificando uma propriedade crucial (a razão q), essencial para o conceito de PG.

Essa definição é bem estruturada, combinando a clareza e o rigor da definição nominal com a praticidade das definições operacionais. A inclusão das classificações ajuda o leitor a entender melhor os diferentes comportamentos que uma PG pode apresentar, tornando o conteúdo mais didático e acessível.

Figura 12: Definição de taxas equivalentes

Um erro muito comum em situações financeiras é achar que 1% ao mês sempre equivale a 12% ao ano. Isso é válido no sistema de juro simples, em que as taxas são proporcionais ao longo do tempo, pois a razão entre elas é igual à razão entre os períodos aos quais elas se referem. Já no sistema de juro composto, uma taxa de 12% ao ano não é equivalente a 1% ao mês.

Taxas equivalentes são taxas de juro que, quando aplicadas ao mesmo capital, num mesmo intervalo de tempo, produzem montantes iguais.

Fonte: Acervo dos autores, 2024

Esta definição vista na figura 3 sobre taxas equivalentes é, evidentemente, uma definição nominal. Ainda que desprovida de eloquência e detalhes, é sucinta, direta e precisa. Segundo a definição, taxas equivalentes são aquelas com as quais, quando incididas sobre o mesmo capital durante o mesmo período de tempo, obtém-se o mesmo montante. Diante disso, a definição em questão é direta e explicita, valendo-se de uma ordem normalmente empregada do processo de introdução e descrição de um objeto por meio de seus atributos essenciais. Além disso, a definição não suporta exemplo ou contexto. A definição do termo é suficiente, direta e não ambígua, indicativo de uma definição nominal.

Figura 13: Definição sobre função afim

Uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ será uma função afim $f(x) = ax + b$ se, e somente se, para qualquer PA $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n, \ldots)$ de razão r, a sequência das imagens $(f(x_1), f(x_2), f(x_3), \ldots, f(x_n), \ldots)$ for uma PA de razão $a \cdot r$.

Esse resultado pode ser provado, mas não será feito neste livro.

Fonte: Acervo dos autores, 2024

Na figura 4 as definições sobre funções afins podem ser classificadas como definições de **extensão de conceito**. Isto acontece porque se refere a um **conceito** conhecido, neste caso a progressão aritmética (PA), e utiliza esse conceito para definir a função associada. A definição explica a função $f(x) = ax + b$ converte uma sequência de números formando uma sequência aritmética em outra sequência que também será uma sequência aritmética, com a mesma razão multiplicada por a. Este tipo de definição estende o conceito de série aritmética ao contexto de funções afins sem ter que especificar a forma da função afim em termos mais básicos. Portanto, uma função afim é definida em termos de sua relação com outro conceito matemático bem estabelecido.

O livro da Thaís Marcelle de Andrade que analisamos caracteriza-se pela variedade de formas de definição que utiliza para apresentar conceitos matemáticos, o que facilita a compreensão de ideias mais complexas. Essas definições envolvem diferentes estratégias de construção de conceitos, adaptadas ao contexto de cada tema.

Uma dessas definições envolve uma série geométrica (PG), na qual a relação entre os termos da sequência é caracterizada por um quociente constante entre termos consecutivos. O livro descreve claramente o GP e propõe a ideia básica de sequências de multiplicação, nas quais constantes q (proporção) define a série. Este conceito é descrito diretamente sem recorrer a outros conceitos mais abstratos, constituindo uma definição descritiva. Além disso, são fornecidos exemplos que variam dependendo do valor da razão, como quando a razão é maior que 1 ou entre 0 e 1, o que amplia a compreensão do leitor sobre como a PG se comporta em diferentes contextos.

O que se observa ao analisar essas definições é que o livro adota uma abordagem diversificada, adaptando o tipo de definição ao conteúdo específico e ao objetivo pedagógico de cada conceito. O uso de diferentes tipos de definição - da descritiva até a analítica - ajuda a construir uma compreensão mais detalhada dos conceitos matemáticos, aplicando-os em diversos contextos e relações.

6 CONCLUSÃO

Foram apresentadas diferentes formas de definições matemáticas extraídas de livros didáticos do ensino médio em consonância com as definições de Malba Tahan constantes em seu livro *O Problema das Definições em Matemática*s que corroboram em responder ao questionamento *Que tipos de definições são apresentadas no livro O Problema das Definições em Matemática, de Malba Tahan e como estas figuram em livros didáticos de Matemática do Ensino Médio atual*?

Da análise dos livros didáticos do ensino médio observou-se que nestes contam quase sempre as mesmas formas de apresentação de definições, fato que, comparado com as formas apresentadas por Malba Tahan, vislumbra-se a possibilidade de inserção dessas outras formas de definição no contexto escolar para contribuir com entendimento do objeto matemático definido.

Das diferentes abordagens de apresentar definição em matemática, observado as vantagens e limitações inerentes a cada uma delas, é possível afirmar que esse livro de Malba Tahan pode contribuir à formação de professores de matemática, especificamente, no sentido transcender o constante nos livros didáticos de matemática, podendo tornar as aulas mais atrativas e esclarecedores em relação ao entendimento do objeto matemático.

O desenvolvimento dessa pesquisa nos proporcionou maior entendimento sobre as formas apresentar definições em matemática, dentre as identificadas, muitas delas não eram de nosso conhecimento. Ademais, a busca por definições em livros didáticos de matemática do ensino médio contribuiu para consolida-las. Sob o prima pedagógico, podemos afirmar que os esclarecimentos a respeito de um objeto matemático a partir da apresentação deste por meio de diversas formas de defini-lo pode contribuir para o entendimento desse objeto.

Esse trabalho possibilita aos professores em formação inicial ou continuada um leque de formas de definir um objeto matemático, fato que pedagogicamente pode ser favorável a melhoria do processo de ensino e, consequentemente, da aprendizagem dos conteúdos matemáticos envolvidos.

O livro de Malba Tahan abordado nessa pesquisa transcende o contexto recortado nesse trabalho, ou seja, recomendamos aos leitores a leitura integral do livro *O Problema das Definições em Matemática*. Ademais, é possível efetuar novas pesquisas envolvendo os tipos de definições em matemática noutros livros didáticos de diversos níveis de ensino.

A análise comparativa destaca a importância da integração destas duas perspectivas no ensino da matemática. O equilíbrio entre a criatividade de Malba Tahan e o rigor dos materiais modernos enriquece a prática docente e promove uma aprendizagem mais significativa e abrangente. Valorizar e resgatar contribuições como a de Malba Tahan, portanto, não só expande as possibilidades da educação, mas também fortalece o papel da matemática como uma ciência viva e acessível a todos.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Thais Marcelle de (org). Matemática interligada: grandezas, sequências e matemática financeira. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2020.

BONJORNO, José Roberto; JÚNIOR, José Ruy Giovanni; SOUSA, Paulo Roberto Câmara de. Prisma matemática: conjuntos e funções: ensino médio: manual do professor: área do conhecimento: matemática e suas tecnologias. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

CARVALHO, Mello Thales, III – Thales Mello Carvalho para os cursos clássicos e científicos. 3° ano, São Paulo, 420 p., 1956.

OLIVEIRA, Agnes Rocha de; CHAQUIAM, Miguel. Malba Tahan e Júlio César: Histórias para além do O Homem que Calculava. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática, Ceará, v. 5, n. 14, p. 27-40, dez, 2018.

OLIVEIRA, Cristiane Coppe de. Do menino "Julinho" à "Malba Tahan": uma viagem pelo oásis do ensino da matemática. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - IGCE/UNESP. Rio Claro, São Paulo. 2001.

SALLES, Pedro Paulo e PEREIRA NETO, André. Malba Tahan: muito além do pseudônimo. 2015, Anais. São Paulo: Escola de Comunicações e Artes, Universidade de São Paulo, 2015. Disponível em: https://www.eca.usp.br/acervo/producao-academica/002740646.pdf. Acesso em: 04 nov. 2024.

SOUZA, Joamir Roberto de. Multiversos Matemática: Funções e suas aplicações: Ensino Médio. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

TAHAN, Malba. O problema das definições em matemática. 1. ed. São Paulo: Saraiva. 209 p., 1965.