LUMEN ET VIRTUS
ISSN: 2177-2789

EL MÉTODO DE DESCARTE: UNA PROPUESTA PARA LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

https://doi.org/10.56238/levv15n41-114

Data de submissão: 31/09/2024 **Data de publicação:** 31/10/2024

Narciso Galástica Ruíz
Maestría en matemática Educativa
Universidad de Panamá
Centro Regional Universitario de Los Santos, CRULS
Docente Regular de la universidad de Panamá
E-mail: ngalastica06@gmail.com

Alcibiades Medina
Maestría en Matemática Educativa
Universidad de Panamá
Centro Regional Universitario de Los Santos, CRULS
Docente Eventual de la universidad de Panamá
E-mail: alcimed18@gmail.com

Yacsury Yamileth Montilla Arroyo
Licenciada en Matemática
Universidad de Panamá
Centro Regional Universitario de Los Santos, CRULS
E-mail: yacsury9830@gmail.com

RESUMEN
La geometría analítica permite analizar, organizar y sistematizar los conocimientos espaciales favoreciendo la comprensión y admiración por el entorno natural. Así también estimular en los estudiantes la creatividad y una actitud positiva hacia las matemáticas y, en los profesores la utilización de enfoques y estrategias que enriquezcan los procesos en el aula. La enseñanza de la geometría requiere propiciar en el estudiante el desarrollo de procesos de concentración, atención, paciencia, entre otros, para que este aprenda a pensar y comprender conceptos abstractos que logren tener significado y utilidad dentro del proceso educativo a través del método analítico de Descartes, basada en el método de resolución de problemas geométricos centrándose en la descripción y comprensión de los elementos referenciales, permitiendo así la generación y profundización del conocimiento argumentado.

Palavras-chave: Geometría. Método de Descartes. Didáctica. Enseñanza. Resolución de Problemas.

1 INTRODUCCIÓN

Este artículo se basa en una revisión documental sobre el Método de Descartes: Las cónicas, de tal manera que, facilite el proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática, en especial de la geometría. Esta técnica permite el fortalecimiento didáctico en los maestros para el desarrollo de los contenidos geométricos, resultando una estrategia pedagógica que resulte beneficiosa en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes. La importancia del estudio se sustenta en la intención de introducir a la didáctica de la enseñanza de la geometría, técnicas con una nueva visión, concebida como acción áulica, contribuyendo con ello a disminuir los índices de fracaso en el área.

1.1 ANTECEDENTES

Rene Descartes, filósofo y matemático francés, considerado como el padre de la filosofía moderna, contado como uno de los principales exponentes del racionalismo. Impuso un estilo para abordar problemas en campos tan importantes del saber cómo lo son la física, medicina y la teología, entre otros, un estilo muy imbuido en la razón.

Como elementos fundamentales de la geometría analítica, se tienen, según refiere González Urbaneja (2017, p. 241):

a) Sistema de coordenadas cartesianas: Compuesto por el sistema de coordenadas rectangulares y el sistema de coordenadas polares. Se denomina así en honor a René Descartes, ya que, fue el primero en hablar de coordenadas con números positivos permitiendo así completar futuros estudios.
b) Sistema de coordenadas rectangulares: Se le denomina así al plano formado por el trazo de dos rectas numéricas perpendiculares entre sí, la recta horizontal o eje de las abscisas (X) y la recta vertical o eje de las ordenadas (Y) y donde el punto de corte coincide con el cero común.
c) Sistema de coordenadas polares: Se encarga en verificar la posición relativa de un punto en relación a una recta fija y un punto fijo sobre la recta.
d) Ecuación cartesiana de la recta: Esta ecuación se obtiene de una recta cuando se conocen dos puntos por donde pasa la misma.
e) Línea recta: Es aquella que no se desvía y, por lo tanto, no tiene ni curvas ni ángulos.
f) Cónicas: Son curvas definidas por la recta que pasan por un punto fijo y por los puntos de una curva: Elipse, circunferencia, parábola e hipérbole.

Como fórmulas de la geometría analítica se presentan las figuras geométricas y sus ecuaciones básicas, según González Urbaneja (2017, p. 25) son:

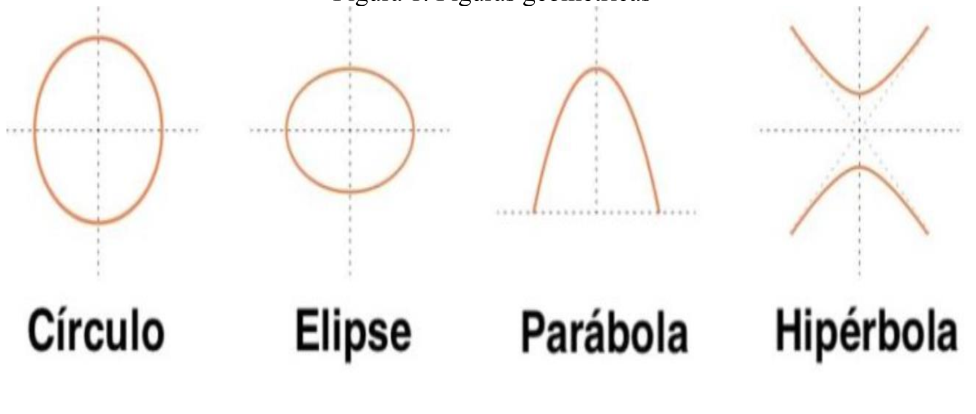
a) Las rectas se describen mediante la fórmula $ax + bx = c$ (1)
b) Los círculos se describen mediante la fórmula $x^2 + y^2 = 4$ (2)

c) Las hipérbolas se describen mediante la fórmula $xy = 1$ (3)

d) Las parábolas se describen mediante la fórmula $y = ax^2 + bx + c$ (4)

e) Las elipses se describen mediante la fórmula $\left(\frac{x^2}{a^2}\right) + \left(\frac{y^2}{b^2}\right) = 1$ (5)

Figura 1. Figuras geométricas

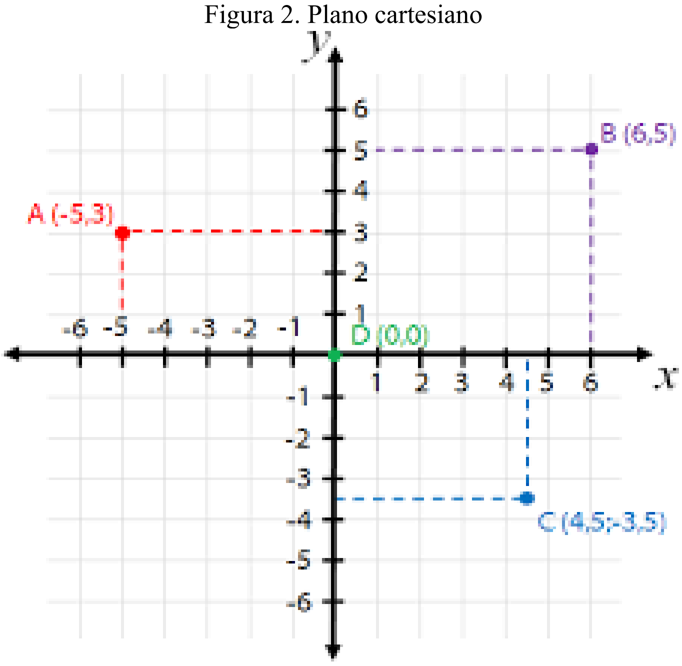


Fuente. González Urbaneja (2017)

El plano cartesiano está formado por dos rectas numéricas perpendiculares, una horizontal y otra vertical que se cortan en un punto. La recta horizontal es llamada eje de las abscisas o de las equis (x), y la vertical, eje de las ordenadas o de las yes, (y); el punto donde se cortan recibe el nombre de origen. De tal manera que como finalidad describir la posición de puntos, los cuales se representan por sus coordenadas o pares ordenados (González Urbaneja, 2017).

En la figura 2, se diagrama un plano cartesiano:

Figura 2. Plano cartesiano



Fuente. *González Urbaneja (2017)*

Tiene amplias aplicaciones en la vida, tanto directa como indirectamente. Se ha utilizado en la medicina, la generación de energía y la construcción. Asimismo, resulta una de las herramientas conceptuales más útiles de la humanidad, haciéndose manifestar:

a) La circunferencia: Línea curva cerrada cuyos puntos equidistan de otro situado en el mismo plano que se llama centro (Santiago Vegas, 2017). La aplicación se utiliza desde los tiempos antiguos en la prehistoria, con la creación de la rueda, en la música con los CDs, las baterías musicales con los tambores y los platillos. En las armas, en todo tipo de transporte en las llantas y los rines para diferentes tipos de vehículos: bicicletas, automóvil, camiones de pasajeros o de carga. El uso en el sistema horario, los relojes y sus engranes, también en algunos deportes la circunferencia de los balones y pelotas que se utilizan. En el sistema económico, con las monedas (Santiago Vegas, 2017).

Su ecuación general esta dada de la siguiente manera:

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2 \qquad (6)$$

Figura 3. Circunferencia

Fuente. *Google, 2022*

b) La parábola: Curva abierta formada por dos líneas o ramas simétricas respecto de un eje y en que todos sus puntos están a la misma distancia del foco (un punto) y de la directriz (recta perpendicular al eje) (Santiago Vegas, 2017). En las antenas parabólicas y los radiotelescopios como: El radar para recibir y enviar haces de señales, faros de vehículos o lámparas de casa para concentrar y enviar energía como haces de luz, concentradores parabólicos solares para la concentración de energía solar y su almacenamiento. Algunas construcciones en puentes o diseños arquitectónicos para edificios o casas. Las trayectorias ideales de cuerpos que se mueven bajo la influencia de la gravedad como: lanzamientos de algunas pelotas, lanzamientos de flechas, una trayectoria balística, lanzamiento de objetos en algunos juegos mecánicos e infantiles incluso se hacen diseños exclusivos de objetos por su estética (Santiago Vegas, 2017).

Su ecuación general esta dada de la siguiente manera:

$$(x-h)^2 = 2p(y-k) \quad (7)$$

Figura 4. Trayectoria Parabólica

Fuente. *Google, 2022*

c) La elipse: Figura geométrica curva y cerrada, con dos ejes perpendiculares desiguales, que resulta de cortar la superficie de un cono por un plano no perpendicular a su eje, y que tiene la forma de un círculo achatado (Santiago Vegas, 2017). Una de las primeras aplicaciones está en el sistema solar ya que se determinó la relación que se tiene con las orbitas elípticas de los planetas con el sol con el sol que representa a su foco. Algunos estadios deportivos tienen forma elíptica, para atletismo, bicicleta, velocidad, entre otros (Santiago Vegas, 2017).

Su ecuación general esta dada de la siguiente manera:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \quad (8)$$

Figura 5. La elipse

Fuente. *Google, 2022*

d) La hipérbola: Es una curva plana, abierta, con dos ramas; se define como el lugar geométrico de los puntos cuya diferencia de distancias a otros dos fijos, llamados focos.

Su utilidad, en astronomía, las orbitas de algunos cometas son hipérbolas, estos cometas solo se acercan una vez al sol, que es uno de sus focos en su trayectoria. La intersección de una pared y el cono de la luz que emana de una lámpara de mesa con pantalla troncocónica es una hipérbola (Santiago Vegas, 2017).

Su ecuación general esta dada de la siguiente manera:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \quad (9)$$

Figura 6. La hipérbola

Fuente. *Google, 2022*

El método cartesiano expuesto por Descartes además de proporcionar un conjunto de reglas o procedimientos para deducir y alcanzar con mayor precisión el conocimiento. Estas se resumen en cuatro fundamentales enunciados, expresados por Descartes en su *Discurso del método,* citadas por Arellano Oktac (2019, p. 79):

1.1.1 Regla 1: Evidencia

No admitir jamás como verdadera cosa alguna sin conocer con evidencia que lo era: es decir, evitar con todo cuidado la precipitación y la prevención, y no comprender en mis juicios nada más que lo que se presentara tan clara y distintamente a mi espíritu que no tuviese ocasión alguna para ponerlo en duda (Descartes citado por Arellano Oktac, 2019).

El autor no acepta como verdadero sino lo que es evidente. Entendiendo que la evidencia se produce solo en la intuición, es decir, en un acto puramente racional por el que la mente capta de modo inmediato y simple una idea.

1.1.2 Regla 2: Análisis

La segunda regla del método se enuncia "dividir cada una de las dificultades que examinase en tantas partes como fuera posible y como requiriese para resolverlas mejor" (Descartes citado por

Arellano Oktac, 2019). Se interpreta que, cualquier problema no es más que un conjunto vertebrado de ideas complejas. Analizar consiste en descomponer lo complejo en sus elementos simples, que podrán ser intuidos como ideas claras y distintas, esto es, evidentes.

En tal sentido, se reduce lo complejo a lo simple y, en el mismo se accede desde lo desconocido a lo conocido, las ideas innatas. De allí que el análisis produce una cadena de inferencias que lleva de una premisa de valor desconocido

1.1.3 Regla 3: Deducción

El tercero, en conducir por orden los pensamientos, comenzando por los objetos más simples y fáciles de conocer para ascender poco a poco, como por grados, hasta el conocimiento de los más compuestos, suponiendo incluso un orden entre los que se preceden naturalmente unos a otros" (Descartes citado por Arellano Oktac, 2019).

Una vez que ha llegado a los elementos simples de un problema hay que reconstruirlo en toda su complejidad, deduciendo todas las ideas y consecuencias que se derivan de aquellos principios primeros absolutamente ciertos. La síntesis es un proceso ordenado de deducción, en el que unas ideas se encadenan a otras necesariamente.

1.1.4 Regla 4: Enumeración (revisión)

Corresponde a la última norma, se trata de comprobar y revisar que no haya habido error alguno en todo el proceso analítico-sintético. La comprobación intenta abarcar de un sólo momento y de manera intuitiva la globalidad del proceso que se está estudiando para estar seguro de su certeza (Descartes citado por Arellano Oktac, 2019).

En relación a los aportes más importantes de Descartes en cuanto a la noción de curva se tienen, citado por Arellano Oktac (2019), la clasificación por géneros, la introducción de la herramienta compás generalizado; que permite obtener la ecuación polinómica asociada a una curva y, la clasificación de los problemas geométricos por clases, de la siguiente manera:

Clase 1: Aquellos que conducen a ecuaciones cuadráticas y pueden ser construidos por medio de rectas, circunferencias, parábolas, hipérbolas o elipses.

Clase 2: Los que conducen a ecuaciones cúbicas y cuarticas, cuyas raíces se pueden construir por medio de la concoide.

Clase 3: Aquellos que conducen a ecuaciones de grados cinco o seis, que pueden construirse introduciendo una curva cúbica auxiliar, tal como el tridente o la parábola cubica.

De igual forma, Descartes al introducir las nuevas curvas que necesitaba para sus construcciones geométricas más allá del cuarto grado, añade a los axiomas de geometría un nuevo principio:

> Dos o más rectas (curvas) pueden moverse una sobre otra, determinando por medio de sus intersecciones nuevas curvas. (R. Descartes, 1947).

Luego realizo una distinción entre las curvas de dos tipos:

Tipo 1: Curvas geométricas; son las que están descritas de una manera exacta, es decir, son ecuaciones polinómicas. Estas son: las rectas, las circunferencias, las cónicas, el tridente, entre otras.

Tipo 2: Curvas mecánicas; Se tienen que imaginar cómo descritas por dos movimientos separados e independientes, cuya relación no admite una determinación exacta, esto es, una ecuación polinómica. Estas son: La cuadratriz, la espiral, entre otras.

Descartes propone una forma de solución de los problemas basada en la aplicación del análisis mediante la actuación del álgebra, que supone el problema resuelto y establece una ordenada dependencia entre lo conocido y lo desconocido, hasta hallar el resultado buscado, de modo que las reglas del método cartesiano adquieren el sentido matemático de normas para la solución de los problemas geométricos mediante ecuaciones (Terrado Juez, 2017).

2 ENSEÑANZA DE LAS SECCIONES CÓNICAS

2.1 PROPUESTA DIDÁCTICA 1

2.1.1 Planteamiento de la actividad

2.1.1.1 Propuesta didáctica. Secciones cónicas

Conceptos matemáticos implicados	Secciones cónicas: circunferencia, elipce, parábola, hipérbola
Materiales	cartoncillo, regla, tijera, piloto, pegamento.
Objetivos	Construir las secciones cónicas a través de material didáctico
Propuesta para el alumno	

1. Primero se debe realizar un cono
2. Realiza un corte al cono de manera horizontal al plano, luego nos queda el corte en secciones circulares.
3. Realiza al cono, un corte de manera diagonal y nos quedaría el corte en forma de una elipse.
4. Al cono realiza un corte en forma paralela a la generatriz (la generatris es uno de los lados del triángulo) y nos quedaría el corte en forma de una parábola.
5. Realiza un corte al cono de manera vertical al plano, luego nos queda el corte en forma de una hipérbola.

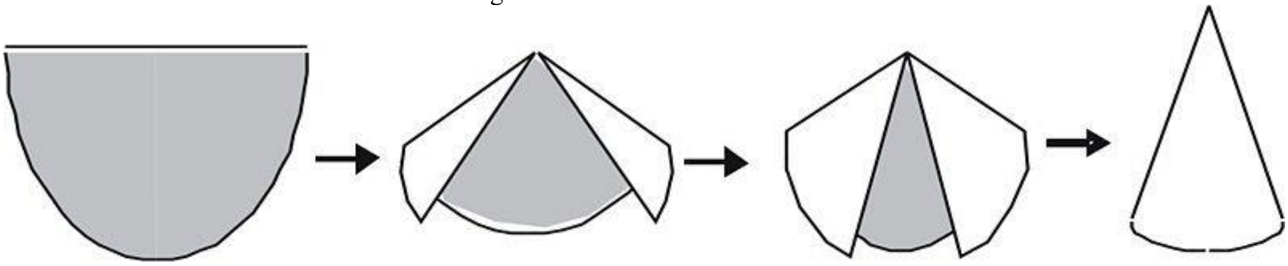
Fuente. Yacsury Montilla (2022)

2.2 DESARROLLO

Pasos a seguir:

1. Lo primero que debemos hacer es confeccionar un cono. La forma mas sencilla de confeccionar un cono es comenzar con un semicírculo y luego superponer los bordes rectos hasta que consigan la forma deseada.

Figura 7. Realización de un cono

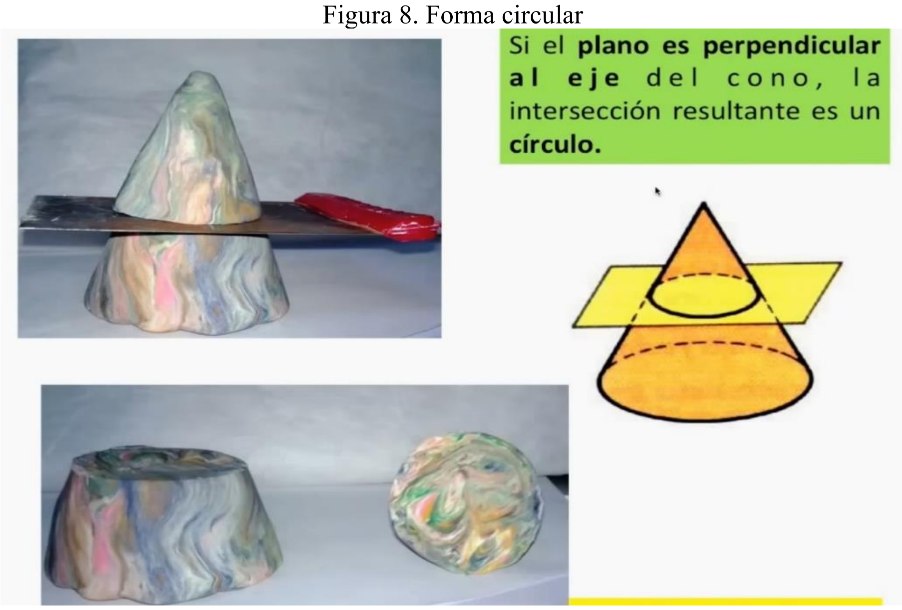


Fuente. *Google, 2022*

2. Luego realizar el corte correcto, según la figura que deseamos obtener. Para ello, sigue las siguientes indicaciones:

a) Realiza un corte al cono de manera horizontal al plano, luego nos queda el corte en secciones circulares.

Figura 8. Forma circular



Fuente. Google, 2022

b) Realiza al cono, un corte de manera diagonal y nos quedaría el corte en forma de una elipse.

Figura 9. Forma de una elipse

Fuente. Google, 2022

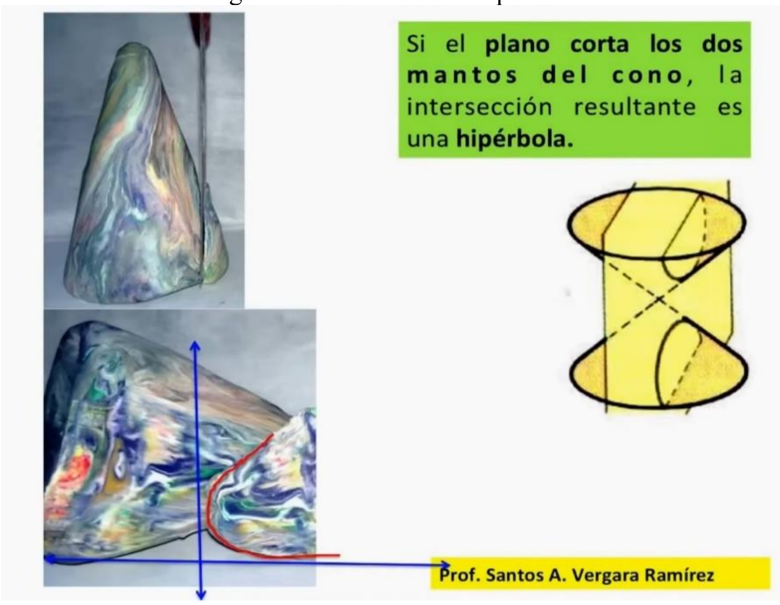
c) Al cono realiza un corte en forma paralela a la generatriz (la generatris es uno de los lados del triángulo) y nos quedaría el corte en forma de una parábola.

Figura 10. Forma de una parábola

Fuente. *Google, 2022*

d) Realiza un corte al cono de manera vertical al plano, luego nos queda el corte en forma de una hipérbola.

Figura 11. Forma de una hipérbola



Fuente. Google, 2022

2.3 PROPUESTA DIDÁCTICA 2

2.3.1 Planteamiento de la actividad

2.3.1.1 Propuesta didáctica. Secciones cónicas a traves de burbujas de jabón

Conceptos matemáticos implicados	Secciones cónicas: circunferencia, elipce, parábola, hipérbola
Materiales	Agua, jabón líquido y glicerina, 10 pitillos, 10 palitos de pincho, 5 metros de hilo aclírico (hebra grues) alambre galvanizado N°18, arandela de caucho, balde plástico de 30 cm de profundidad.
Objetivos	Construir las secciones cónicas a través de material didáctico
Propuesta para el alumno 1. Contruir un cono circular de 20 cm de diámetro y 25 cm de altura utilizando alambre galvanizado, 10 palitos de pincho, 10 pitillos y una arandela de caucho. 2. Asegurar la estructura de cono con hilo aclírico. 3. Sumergir la estructura de cono en un mezcla de agua, jabón líquido y glicerina	

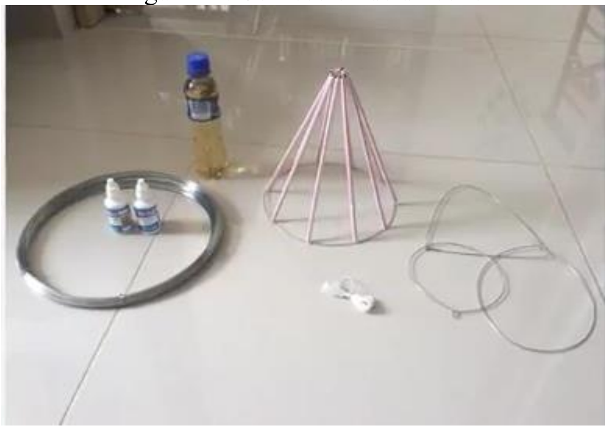
Fuente. Yacsury Montilla (2022)

2.4 DESARROLLO

Pasos a seguir:

1. Construyamos el cono con los materiales ya mencionados.

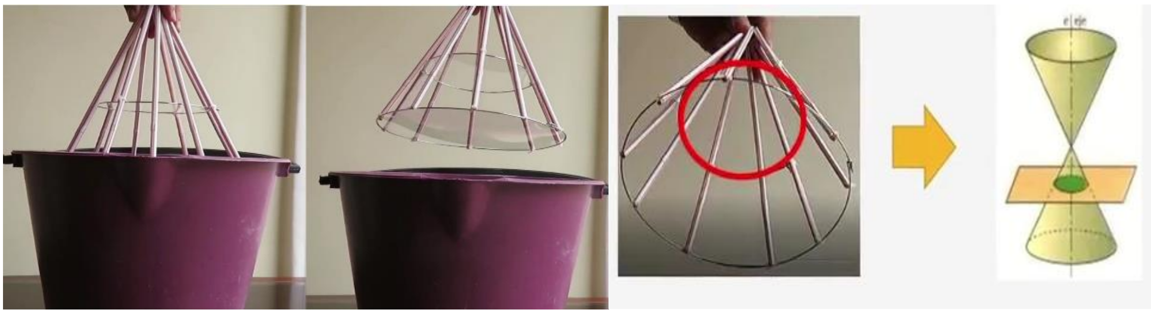
Figura 12. Confección de un cono



Fuente. Google, 2022

2. Si intersecamos un plano perpendicular al eje del cono se obtiene una superficie circular cuyo borde es una circunferencia paralela a la base del cono, para ello sumerge la estructura del cono en el balde plástico que contiene la mezcla de agua, jabón líquido y glicerina, para poder apreciar la circunferencia.

Figura 13. Circunferencia en forma de burbuja



Fuente. Google, 2022

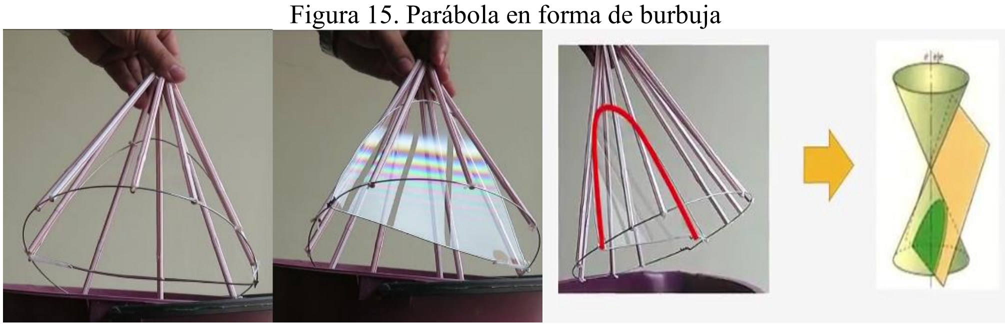
3. Intersepta la estructura con un plano oblicuo al eje del cono, en el cual obtenemos una superficie cuyo borde es una curva cerrada denominda una elipse.

Figura 14. Elipse en forma de burbuja

Fuente. Google, 2022

4. Sumerge la la estructura del cono inclinando de modo que sea palalelo a una generatriz, resulta una superficie cuyo borde es una parábola. Recordemos que la generatriz es una recta inclinada que gira alrededor del cono. En este caso la generatriz del cono esta representada por cada una de los pitillos.

Figura 15. Parábola en forma de burbuja



Fuente. Google, 2022

5. Finalmente si cortamos un cono con plano paralelo a su eje, se obtiene una superficie cuyos bordes es una hipérbola. Es importante aclarar que una hipérbola es un curva abierta de dos ramas que se forma en la superficie de dos conos unido por su vértice. En las imágenes solo se muestra una de las ramas de la hipérbola.

Figura 16. Hipérbola en forma de burbuja

Fuente. Google, 2022

Como síntesis a este capítulo se expresa que se presentan diferentes situaciones problematicas en el ámbito de la geometría analítica, en particular sobre la función cuadrática, su gráfica y ecuación asociada, en la que se busca una reorganización de contenidos y de la forma de enseñanza, que posibilite la construcción de significados por parte del estudiante.

Los ejemplos de las actividades expuestas se sustentan en la teoría, en cada una de estas se ha indicado el concepto matemático que se requiere abordar, el objetivo, el procedimeineto que debe desrrollar el estudiante para alcanzar el propósito planteado (Vergaras Salas, 2017).

Es importante destacar que la orientación al estudiante debe ser clara para no generar confusiones y logre el desarrollo de su pensamiento creativo al incorporar en cada face del proceso las habilidades requeridas para tal fin (Terrado Juez,2017)

REFERENCIAS

ARELLANO, U. (2019). *El nacimiento de la geometría analítica*. Lecturas matemáticas, 38, 96-124.

Disponible en: *Secciones Cónicas*. (2013, 22 de mayo). Acceso en: http://youtu.be/ofhCTaG1EU8?si=W1wk5fBDYSuPGVLW

GONZÁLEZ, U. (2017). *Desarrollo del pensamiento geométrico: algunas actividades de matemática recreativa.* Encuentro colombiano de matemática educativa.

HUERTAS, H. (2018, 15 de abril). *Secciones cónicas a través del uso de Burbujas Jabón.* Universidad Nacional. SED Acceso en: http://youtu.be/D-XsSjKF_Zg?si=yTQLEFaQWubU1Qd

TERRADO, V. (2017). *El discurso del método*. Buenos Aires: Editorial Losada.

VEGAS, S. (2017). *Descartes: Geometría y método*. Madrid: Editorial Nivola.

VERGARA, O. (2017). *La geometría analítica*. Aspectos generales. México.